УДК 527.62
EDN OBJJBK

Д. А. КОШАЕВ, В. В. БОГОМОЛОВ

ДЛИННОБАЗОВОЕ ПОДВОДНОЕ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ С КОМПЛЕКСИРОВАНИЕМ ИЗМЕРЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ ДО И ПОСЛЕ НАЧАЛА РЕШЕНИЯ, И УСТРАНЕНИЕМ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ. ЧАСТЬ 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Представлен рекуррентный алгоритм определения координат автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) по измерениям дальностей до гидроакустических маяков, данным относительного лага и курсоуказателя. Рассматривается два типа рассинхронизации шкал времени маяков и АНПА – случайная и неизвестная. Алгоритм запускается без использования априорных координат АНПА при первом получении одновременных измерений как минимум от двух или трех (в зависимости от типа рассинхронизации) маяков. Вновь поступающие и сохраненные до запуска алгоритма измерения обрабатываются в прямом и обратном времени в едином фильтре. При неоднозначных оценках координат АНПА реализуются два фильтра, которые обрабатывают одни и те же данные с применением разных точек линеаризации измерений. Неоднозначность разрешается исходя из отношения апостериорных вероятностей гипотез о положении АНПА. Отношение рассчитывается по результатам работы фильтров.

Ключевые слова: автономный необитаемый подводный аппарат, метод длинной базы, дальномерные и разностно-дальномерные измерения, счисление пути, фильтр Калмана, неоднозначность, апостериорная вероятность.

Введение

Навигационное обеспечение АНПА, как правило, опирается на автономные приборы: лаг, курсоуказатель и инерциальную навигационную систему, обеспечивающие счисление пути, а также средства коррекции, например гидроакустическую систему, позволяющую измерить дальности до гидроакустических маяков. Эффективность коррекции зависит от количества приемников на борту АНПА и гидроакустических маяков, геометрии их расположения, а кроме того, математических подходов, используемых при обработке измерений [1–19]. Немалая часть современных работ по этой теме посвящена использованию метода длинной базы, в частности [8, 11, 17–19]. Несмотря на кажущуюся простоту этого метода, его применение при наличии ограничений

Кошаев Дмитрий Анатольевич. Доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Богомолов Владимир Валентинович. Начальник сектора, аспирант, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО (С.-Петербург).

Статья по докладу на XXXIV конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова, 2024.

и дополнительных условий не тривиально. В настоящей статье речь пойдет о методе длинной базы в нестандартных условиях – при недостаточном для однозначного навигационного решения числе маяков, их неблагоприятном для точности определяемых координат расположении, а также при отсутствии априорных координат АНПА. Координаты маяков считаются известными, рассинхронизация шкал времени маяков и АНПА может быть случайной (с известными характеристиками) или неизвестной. Измерение дальности определяется как произведение измеренного времени прохождения сигнала от маяка к АНПА и приближенной оценки скорости звука в воде. Задача решается с помощью серии полученных в разные моменты измерений с привлечением данных относительного лага и курсоуказателя. При этом может использоваться детерминированный метод крюйс-дальности и его разновидности [20], предполагающий применение выборочных разномоментных измерений. Более точное решение можно получить с помощью всех имеющихся измерений и с учетом статистических свойств их погрешностей, т.е. в рамках стохастического подхода. Отметим, что имеется в виду решение, выполнимое в бортовой аппаратуре АНПА в реальном времени, в котором целесообразно задействовать субоптимальные методы стохастического оценивания, не требующие значительных вычислительных ресурсов.

При наличии достаточно точной для линеаризации измерений априорной информации о положении АНПА метод длинной базы может быть реализован с помощью обобщенного или итерационного фильтра Калмана (ФК) [4, 21, 22]. Однако в рассматриваемой задаче априорных координат АНПА вообще нет и эти методы не применимы в чистом виде. Предлагаемый алгоритм решения опирается на простые в реализации методы обработки линеаризованных измерений, которые дополнены необходимыми для их корректного применения подготовительными процедурами. Алгоритм запускается, когда количество одномоментных измерений позволяет получить навигационное решение – пусть и неоднозначное, в виде двух возможных положений АНПА.

Для первоначальной линеаризации измерений можно взять приближенные координаты, вычисленные путем аналитического решения уравнений, составленных из измерений без учета их погрешностей, как это описано, например, в [23–26]. Такой подход при обработке дальномерных гидроакустических измерений использован в [13, 27]. В представленном ниже алгоритме координаты для линеаризации определяются с учетом свойств погрешностей измерений, что приближает их к финальным оценкам и повышает точность линеаризации.

Предполагается, что поступившие до начала решения измерения сохранены для последующей обработки. Решение, предусматривающее учет всех сохраненных до момента запуска алгоритма измерений на основе процедуры сглаживания в фиксированной точке [28], проанализировано в [29]. В данном случае фиксированная точка – это момент начала решения. Недостаток такого решения заключается в том, что обработка большого числа сохраненных измерений может оказаться слишком длительной. Сохраненные измерения целесообразно обрабатывать по частям, постепенно учитывая их в решении в обратном порядке так, чтобы избежать задержек при обработке измерений, поступающих после запуска алгоритма.

Решение, при котором сохраненные измерения учитываются рекуррентно, рассмотрено в [27]. Оно предполагает, что обработка сохраненных измерений в обратном времени и текущих измерений в прямом времени выполняется раздельно с применением двух ФК. Полученные результаты комплексируются на основе метода фиктивных измерений [30], предназначенного для корректировки результатов некоторого базового ФК таким образом, чтобы они соответствовали другим априорным данным по отношению к тем, с которыми этот ФК работал. В рассматриваемой задаче базовым является ФК, оценивающий начальное и текущее значения вектора состояния в прямом времени. Фиктивные измерения, за счет которых корректируются результаты базового фильтра, определяются по результатам другого ФК, оценивающего начальное значение и одно из предшествующих началу решения значений вектора состояния в обратном времени. В данной статье представлено более простое для программирования решение, где сохраненные и текущие измерения комплексируются в одном ФК.

В случае неоднозначного решения работают два ФК, где используются разные точки линеаризации измерений, по результатам которых определяется отношение апостериорных вероятностей гипотез о положении АНПА. Анализ этого отношения позволяет выбрать истинную гипотезу. Такое решение опирается на теорию многоальтернативной фильтрации, которая находит применение в ряде навигационных приложений [21, 31], в частности в задаче одномаяковой навигации АНПА при отсутствии его априорных координат [32]. Особо отметим описанный в [21, с. 87–89] алгоритм с несколькими ФК, или полигауссовский фильтр, где, так же как и в настоящей работе, используются разные точки линеаризации измерений. Однако для получения начальных точек линеаризации этот алгоритм предполагает привлечение априорной информации о векторе состояния, что невозможно в рассматриваемой задаче.

Особенностями представленного в настоящей статье алгоритма является получение начального навигационного решения без априорных координат АНПА и при минимальном (для навигационных решений в виде конкретных точек) составе используемых маяков, а также рекуррентная обработка измерений, поступивших до и после начала решения, с помощью единого ФК. Разрешение неоднозначности, как уже было сказано, опирается на известный подход многоальтернативной фильтрации. Здесь он адаптирован для совместной обработки текущих и сохраненных измерений в прямом и обратном времени и защищен от ошибок, связанных с ограничением разрядной сетки. Такой алгоритм с некоторыми доработками может применяться для позиционирования не только АНПА, но и других транспортных средств, оборудованных датчиками для счисления пути и аппаратурой измерения дальностей или их разностей до маяков или точечных ориентиров, число и расположение которых не обеспечивают полного навигационного покрытия. В помещениях это могут быть псевдоспутники [33], источники сверхширокополосных сигналов (Ultra-Wideband), Bluetooth, Wi-Fi и др. [34].

В настоящей статье, которая состоит из двух частей, развиваются и уточняются результаты, полученные в работах [35, 36], где алгоритм решения изложен в сжатом виде (в [35] рассмотрена только случайная рассинхронизация). Предлагаемая вниманию читателей первая часть содержит 4 раздела. В первом формулируется математическая постановка задачи. Во втором раскрывается алгоритм обработки измерений в начале решения. В разделе 3 приводится и обсуждается схема совместной обработки текущих и сохраненных до запуска алгоритма измерений с применением единого ФК. Раздел 4 посвящен работе с неоднозначными решениями. Во второй части статьи будут представлены оценки быстродействия, результаты моделирования и постобработки натурных данных, подтверждающие эффективность алгоритма.

1. Постановка задачи позиционирования АНПА

Для дискретных моментов времени t_i, где i – целочисленный индекс, аппаратурой АНПА получены измерения дальности до гидроакустических маяков

$$Y_i^j = \mathcal{T}_i^j \hat{c}_0 = \sqrt{(x_i^j - x_i)^2 + (y_i^j - y_i)^2 + (z_i^j - z_i)^2} + \Delta c T_i^j + \delta_i + v_i^j, \tag{1}$$

где $j = \overline{1, n_i}$ – номер маяка; x_i, y_i – неизвестные горизонтальные координаты АНПА в локальной прямоугольной системе координат с географической ориентацией осей (априорная информация о них отсутствует); x_i^j, y_i^j – известные горизонтальные координаты маяков; z_i^j, z_i – известные глубины постановки маяков и положения АНПА; $\hat{c}_0$, Δc – априорная оценка скорости распространения звука в воде и ее погрешность – случайная константа со среднеквадратическим отклонением (СКО) $\sigma_{\Delta c}$; $\mathcal{T}_i^j$, T_i^j – одностороннее измерение времени прохождения сигнала и его расчетное значение; v_i^j – некоррелированная для разных маяков погрешность в виде белого шума с СКО σ_v; δ_i – общая для всех маяков погрешность, возникающая из-за разности шкал времени маяков и АНПА. В дальнейшем для краткости δ_i называется рассинхронизацией, а под номерами i дискретных моментов времени понимаются сами моменты t_i. Рассинхронизация δ_i рассматривается как случайная погрешность либо как неизвестная переменная. Случайная δ_i представляется как

$$\delta_i = b + e_i,$$

где b – случайное смещение с СКО σ_b; e_i – белый шум с СКО σ_e. Принято допущение, что расхождения между шкалами времени маяков и вариации скорости звука пренебрежимо малы или отчасти могут быть отнесены к v_i^j.

Предполагается, что АНПА оборудован двухосевым относительным лагом, а также курсоуказателем, например магнитным компасом. Лаг вырабатывает показания $\tilde{V}^{x*}, \tilde{V}^{y*}$ продольной и поперечной – положительной в сторону правого борта – составляющих скорости с инструментальными погрешностями в виде белого шума, СКО которых при осреднении на единичном интервале времени обозначим как $\sigma_{\Delta V}$. Показания курсоуказателя $\tilde{K}$ имеют погрешность ΔK – стационарный марковский процесс первого порядка с СКО $\sigma_{\Delta K}$ и интервалом корреляции $\tau_{\Delta K}$. Кроме того, известны приближенные значения географических составляющих скорости течения $\tilde{U}^x$, $\tilde{U}^y$ с погрешностями $\Delta U^x, \Delta U^y$ в виде стационарных марковских процессов первого порядка с СКО $\sigma_{\Delta U}$ и интервалом корреляции $\tau_{\Delta U}$. Считаем, что $\tilde{K}$, $\tilde{V}^{x*}, \tilde{V}^{y*}$, $\tilde{U}^x$, $\tilde{U}^y$ приведены к моментам получения гидроакустических измерений с использованием при необходимости осреднения, интерполяции или экстраполяции. Применяя принцип счисления, запишем рекуррентные уравнения для горизонтальных координат АНПА:

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i-1} + (\tilde{V}_{i-1}^y \Delta K_{i-1} + \tilde{V}_{i-1}^x + \tilde{U}_{i-1}^x + \Delta U_{i-1}^x)\Delta t_i + w_{i-1}^x, \\ y_i &= y_{i-1} + (-\tilde{V}_{i-1}^x \Delta K_{i-1} + \tilde{V}_{i-1}^y + \tilde{U}_{i-1}^y + \Delta U_{i-1}^y)\Delta t_i + w_{i-1}^y, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$, $\tilde{V}_{i-1}^x = \tilde{V}_{i-1}^{x*} \sin \tilde{K}_{i-1} + \tilde{V}_{i-1}^{y*} \cos \tilde{K}_{i-1}$, $\tilde{V}_{i-1}^y = \tilde{V}_{i-1}^{x*} \cos \tilde{K}_{i-1} - \tilde{V}_{i-1}^{y*} \sin \tilde{K}_{i-1}$, w^x, w^y – порождающие белые шумы с СКО $\sigma_{\Delta V} \cdot \Delta t_i$.

Полагаем, что все участвующие в задаче случайные величины имеют центрированное гауссовское распределение вероятностей.

Введем индекс k, обозначающий тип рассинхронизации δ_i: $k = 1$ – случайная δ_i, $k = 2$ – неизвестная δ_i. Определим момент времени $i = 0$, в который происходит запуск решения. Будем считать, что это момент, когда впервые на вход задачи поступают одномоментно измерения от более чем k маяков, т.е. при случайной рассинхронизации это измерения от двух и более маяков, а при неизвестной – от трех и более. Вместе с тем обозначим через $i = -N_k$ ($N_k \geq 0$) момент, когда впервые поступают измерения от не менее чем k маяков. Таким образом, имеем:

$$n_0 \geq k + 1,\ n_i < k \text{ при } i < -N^k,$$
$$\text{если } N^k \neq 0, \text{ то } n_{-N^k} = k,\ n_i \leq k \text{ при } -N^k < i \leq -1.$$

При неизвестной δ_i ($k = 2$) в решении могут быть задействованы разностно-дальномерные (далее иногда называемые просто разностными) измерения $\Delta Y_i^j = Y_i^{j+1} - Y_i^1$, $j = \overline{1, n_i - 1}$, в которых δ_i исключается, а их число на 1 меньше числа маяков n_i, но возможно и непосредственное привлечение исходных дальномерных измерений Y_i^j с соблюдением оговоренных условий для n_i. Если $k = 2$ и в i-й момент есть только одно измерение Y_i^1, оно игнорируется. Число используемых маяков при $i > 0$ для обоих типов δ_i не оговаривается. До момента $i = 0$ запуска решения измерения Y_i^j, показания лага $\tilde{V}_i^{x*}$, $\tilde{V}_i^{y*}$ и курсоуказателя $\tilde{K}_i$ вместе с моментами t_i сохраняются для последующего применения. Рис. 1 поясняет определение шкал i для двух типов δ_i.

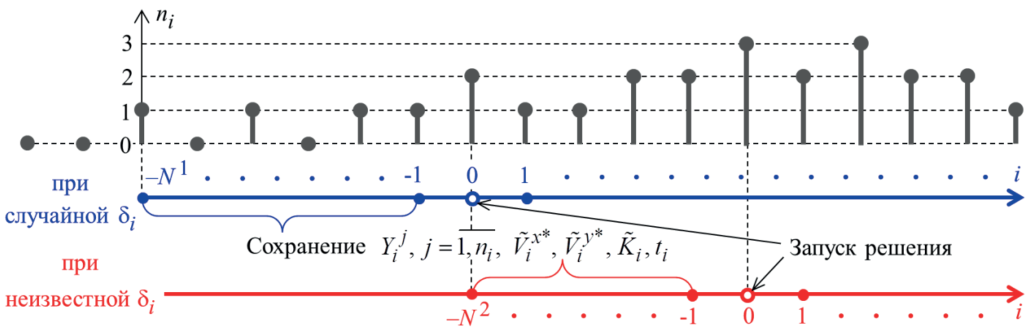

Рис. 1. Диаграмма числа одновременно наблюдаемых маяков со шкалами i для двух типов рассинхронизации δ

Требуется определить горизонтальные координаты АНПА x_i, y_i для моментов $i \geq 0$ по всем доступным, в том числе сохраненным до $i = 0$, гидроакустическим измерениям (1) с учетом выражений (2) и стохастического описания погрешностей имеющихся данных. Задача сводится к оцениванию вектора состояния

$$X_i = (x_i, y_i, \Delta c, b, \Delta K_i, \Delta U_i^x, \Delta U_i^y)^{\mathrm{T}} \text{ при } k = 1$$
$$\text{или } X_i = (x_i, y_i, \Delta c, \Delta K_i, \Delta U_i^x, \Delta U_i^y)^{\mathrm{T}} \text{ при } k = 2$$

по измерениям $Y_{-N^k}, \ldots, Y_i$, где векторы $Y_i = (Y_i^1, \ldots, Y_i^{n_i})^{\mathrm{T}}$ формируются при условии $n_i \geq k$.

Дадим некоторые пояснения по поводу представленной постановки задачи.

В задаче предполагается использование так называемых маяков-пингеров, излучающих сигналы на регулярной основе. Если маяки установлены на поверхностных буях, они могут вырабатывать сигналы постоянно, без запроса со стороны АНПА, пополняя запас электроэнергии от солнечных батарей. Если это донные маяки, у которых запас электроэнергии невелик, они начинают вырабатывать сигналы по запросу от АНПА и делают это ограниченное время. Чтобы послать запрос донным маякам, должно быть известно, что АНПА находится в зоне их действия, поэтому в случае с донными маяками речь не идет о полном отсутствии априорных данных о положении аппарата.

Синхронизация шкал времени маяков, установленных на поверхностных буях, обычно не вызывает проблем, так как такие буи могут быть оборудованы приемниками спутниковой навигации. С помощью синхроимпульса 1 PPS, вырабатываемого таким приемником, шкала времени каждого маяка может быть с высокой точностью синхронизирована с универсальной шкалой времени UTC или часами одной из спутниковых систем. Синхронизация донных маяков выполняется путем обмена сигналами между ними [37]. Понятно, что буи на открытой воде или на льдинах могут применяться тогда, когда их дрейф оказывается приемлемым для выполнения миссии АНПА на ограниченном интервале времени. Донные маяки должны располагаться на расстояниях, позволяющих им обмениваться сигналами.

Предполагается, что дискретность формирования измерений $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ не постоянна, но близка к известному периоду $\Delta\overline{t}$, с которым маяки вырабатывают сигналы. Если гидроакустические измерения не были приняты АНПА до момента $t_{i-1} + \Delta t_{\max}$, где $\Delta t_{\max} \gtrapprox \Delta\overline{t}$ – заданное значение, то считается, что $t_i = t_{i-1} + \Delta\overline{t}$, и на этот момент выполняется счисление координат.

В вектор состояния входят сами координаты, что отличается от классических задач комплексирования навигационных данных, при решении которых привлекаются разности показаний автономных навигационных систем, инерциальных или основанных на счислении, и корректирующие их измерения [4, 21]. В таких задачах в вектор состояния включаются погрешности автономных систем, в том числе вырабатываемых ими координат, но не сами координаты. В рассматриваемой задаче счисление координат запускается с момента $i = 0$ начала решения. Процедура счисления здесь встроена в алгоритм оценивания местоположения.

Неизвестную рассинхронизацию δ_i можно трактовать как белый шум с бесконечным СКО. Тем не менее неизвестная δ_i рассматривается особо, так как численная реализация решения, предполагающего белошумный характер δ_i с конечным, но очень большим значением СКО, проблематична.

Начать решать задачу, вообще говоря, можно при наличии одного дальномерного или разностно-дальномерного измерения с применением методов одномаяковой дальномерной навигации, например из [32, 38–43]. Но при отсутствии априорных данных о положении АНПА эти методы достаточно трудоемки. К тому же для получения однозначного решения в таких условиях требуется, чтобы траектория движения АНПА существенно отличалась от прямолинейной, а это может входить в противоречие с миссией АНПА.

2. Обработка измерений при запуске решения ($i = 0$)

Чтобы использовать при решении задачи экономичный алгоритм обработки измерений на основе линеаризации измеряемых параметров, важно получить начальную точку линеаризации, которая обеспечит сходимость алгоритма. Поскольку априорная информация о положении АНПА по условию задачи отсутствует, определить такую точку можно только из самих измерений. О том, как вычислить точку линеаризации и оценить вектор состояния в начале решения, и пойдет речь в настоящем разделе.

Важным обстоятельством, с которым приходится сталкиваться при решении сформулированной выше задачи, является возможная двузначность положения АНПА. На рис. 2 показаны рассматриваемые далее случаи расположения маяков, одномоментные измерения которых приводят к однозначному (одно изображение АНПА) и неоднозначному (два изображения АНПА) решениям. В верхнем ряду приведены примеры при случайной рассинхронизации δ шкал времени маяков и АНПА, когда в решении непосредственно участвуют дальномерные измерения, линии положения для которых – окружности. В нижнем ряду даны примеры при неизвестной рассинхронизации с применением разностно-дальномерных измерений, в которых влияние рассинхронизации исключается. Здесь линии положения представляют собой гиперболы, хотя в представленном далее начальном решении при неизвестной рассинхронизации также используются исходные дальномерные измерения.

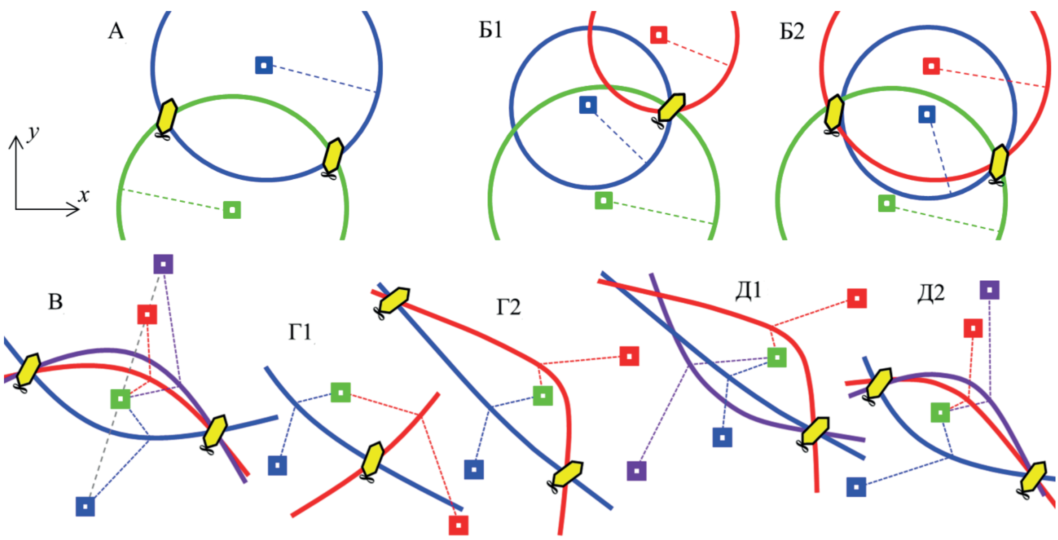

Рис. 2. Примеры расположения маяков ▫, ▫, ▫, ▫; линии положения для одномоментных дальномерных (А, Б1, Б2) и разностно-дальномерных (В, Г1, Г2, Д1, Д2) измерений; возможные положения АНПА

Понятно, что при приближении АНПА к группе маяков они включаются в работу постепенно, и маловероятно, что n_i в один момент увеличится более чем на 1. Тем не менее случаи $n_0 \geq k + 2$ вполне возможны, например когда запускается или перезапускается навигационное решение при движении АНПА в районе, насыщенном гидроакустическими маяками.

Случай А: случайная рассинхронизация, $n_0 \geq 2,\ \operatorname{rank}\begin{pmatrix} x_0^1 & \cdots & x_0^{n_0} \\ y_0^1 & \cdots & y_0^{n_0} \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = 2$ –

гидрофон АНПА принимает сигналы от двух (см. А на рис. 2) либо трех и более маяков, проекции положения которых на горизонтальную плоскость находятся на одной прямой. В данном случае имеем дело с двумя равновероятными положениями АНПА. В целях упрощения часть расчетов здесь выполняется не в исходной системе координат x, y, а в повернутой:

$$\mathbf{x} = x\cos\alpha - y\sin\alpha\,,\ \mathbf{y} = x\sin\alpha + y\cos\alpha\,, \tag{3}$$

где α – угол между осью y и прямой, проходящей через горизонтальные проекции положения маяков, т.е. $\sin\alpha \propto x_0^2 - x_0^1$, $\cos\alpha \propto y_0^2 - y_0^1$. Ось $\mathbf{y}$ параллельна этой прямой, соответственно, ось $\mathbf{x}$ перпендикулярна ей. В обозначениях координат АНПА и маяков в осях $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ будем записывать те же индексы, что и для x, y. Решение в рассматриваемом случае разбивается на 3 этапа, которые с незначительными изменениями будут фигурировать и в других случаях.

Этап 1. С помощью (3) вычисляются координаты маяков по осям $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ (по оси $\mathbf{x}$ у маяков одна и та же координата). Определяется предварительная оценка координаты $\mathbf{y}_0$ АНПА с применением в качестве измерений

$$\begin{aligned}\rho^j &= [(Y_0^{j+1})^2 - (Y_0^1)^2 - (\mathbf{y}_0^{j+1})^2 + (\mathbf{y}_0^1)^2 - (z_0^{j+1} - z_0)^2 + (z_0^1 - z_0)^2]/2 \approx \\ &\approx (\mathbf{y}_0^1 - \mathbf{y}_0^{j+1})\mathbf{y}_0 + Y_0^1(\Delta c T_0{}^1 + \delta_0 + v_0{}^1) - Y_0^{j+1}(\Delta c T_0{}^{j+1} + \delta_0 + v_0{}^{j+1}),\ j = \overline{1, n_0 - 1}.\end{aligned} \tag{4}$$

Выражение во второй строке (4) записано с учетом вида измерений (1) и равенств $(x_0^j - x_0)^2 + (y_0^j - y_0)^2 = (\mathbf{x}_0^j - \mathbf{x}_0)^2 + (\mathbf{y}_0^j - \mathbf{y}_0)^2$, $\mathbf{x}_0^1 = \cdots = \mathbf{x}_0^{n_0}$. В нем отброшена составляющая

$$\begin{aligned}&[(\Delta c T_0{}^{j+1} + \delta_0 + v_0^{j+1})^2 - (\Delta c T_0{}^1 + \delta_0 + v_0^1)^2]/2 = \\ &= \delta_0[\Delta c(T_0{}^{j+1} - T_0{}^1) + v_0^{j+1} - v_0^1] + [(\Delta c T_0{}^{j+1} + v_0^{j+1})^2 - (\Delta c T_0{}^1 + v_0^1)^2]/2.\end{aligned}$$

Обращаем внимание, что измерения ρ^j, сформированные согласно первой строке в (4), не содержат квадрата рассинхронизации δ_0.

Оценка $\mathbf{y}_0$ при $n_0 = 2$ рассчитывается с помощью простейшей формулы

$$\tilde{\mathbf{y}}_0 = \rho^1 \big/ (\mathbf{y}_0^1 - \mathbf{y}_0^2)\,. \tag{5}$$

При $n_0 \geq 3$ она вычисляется с помощью метода наименьших квадратов:

$$\tilde{\mathbf{y}}_0 = \tilde{H}^{\mathrm{T}} \tilde{R}^{-1} \rho \big/ (\tilde{H}^{\mathrm{T}} \tilde{R}^{-1} \tilde{H}), \tag{6}$$

где $\rho = (\rho^1, \ldots, \rho^{n_0-1})^{\mathrm{T}}$, $\tilde{H} = (\mathbf{y}_0^1 - \mathbf{y}_0^2, \ldots, \mathbf{y}_0^1 - \mathbf{y}_0^{n_0})^{\mathrm{T}}$, $\tilde{R}$ – ковариационная матрица помех, элементы которой определяются при допущении $T_0{}^j = \mathcal{T}_0{}^j$ как

$$\begin{aligned}\tilde{R}^{j,k} &= (Y_0^1 \mathcal{T}_0{}^1 - Y_0^{k+1} \mathcal{T}_0{}^{k+1})(Y_0^1 \mathcal{T}_0{}^1 - Y_0^{j+1} \mathcal{T}_0{}^{j+1})\sigma_{\Delta c}^2 + (Y_0^1 - Y_0^{k+1})(Y_0^1 - Y_0^{j+1})\sigma_{\delta_0}^2 + \\ &+ [(Y_0^1)^2 + \delta^{j,k}(Y_0^{j+1})^2]\sigma_v^2, \quad j,k = \overline{1, n_0 - 1},\end{aligned} \tag{7}$$

где $\sigma_{\delta_0}^2 = \sigma_b^2 + \sigma_e^2$, $\delta^{j,k}$ – символ Кронекера.

Для координаты $\mathbf{x}_0$ формируется набор предварительных оценок $\tilde{\mathbf{x}}_0^{(l)} = \tilde{\mathbf{x}}_0^{(1)} + \delta\mathbf{x}\,l$, $l = \overline{1, L}$, где $\delta\mathbf{x} = \Delta\tilde{\mathbf{x}} / (L-1)$; $L = \lceil \Delta\tilde{\mathbf{x}} / \delta\overline{\mathbf{x}} \rceil + 1$; $\delta\overline{\mathbf{x}}$ – заданный параметр; $\Delta\tilde{\mathbf{x}}$ – длина интервала, охватывающего предварительные оценки; $\lceil \cdot \rceil$ – округление в большую сторону. Значения $\tilde{\mathbf{x}}_0^{(1)}, \Delta\tilde{\mathbf{x}}$ задаются исходя из максимально возможной дальности $D_{\max}$ приема сигнала от маяков, а именно

$$\tilde{\mathbf{x}}_0^{(1)} = \max_{j=\overline{1,n_0}} \left(\mathbf{x}_0^j - \Delta\mathbf{x}^j \right),\ \Delta\tilde{\mathbf{x}} = \min_{j=\overline{1,n_0}} \left(\mathbf{x}_0^j + \Delta\mathbf{x}^j \right) - \tilde{\mathbf{x}}_0^{(1)}, \tag{8}$$

где $\Delta\mathbf{x}^j = \sqrt{D_{\max}^2 - (\mathbf{y}_0^j - \tilde{\mathbf{y}}_0)^2 - (z_0^j - z_0)^2}$. С учетом равенства всех $\mathbf{x}_0^j$ обозначим их $\mathbf{x}_0^*$, в случае приближенного равенства глубин постановки маяков z_0^j примем

$$z_0^* = \frac{1}{n_0}\sum\nolimits_{j=1}^{n_0} z_0^j,$$

для $\tilde{\mathbf{x}}_0^{(1)}, \Delta\tilde{\mathbf{x}}$ можно использовать более простые выражения:

$$\tilde{\mathbf{x}}_0^{(1)} = \mathbf{x}_0^* - \Delta\tilde{\mathbf{x}}_{\min},\ \Delta\tilde{\mathbf{x}} = 2\Delta\tilde{\mathbf{x}}_{\min},\ \Delta\tilde{\mathbf{x}}_{\min} = \sqrt{D_{\max}^2 - (\max_{j=\overline{1,n_0}} |\mathbf{y}_0^j - \tilde{\mathbf{y}}_0|)^2 - (z_0^* - z_0)^2}.$$

Этап 2. С помощью линеаризованного представления вектора измерений Y_0 и итерационного алгоритма для их обработки [22] для каждого $l = \overline{1,L}$ вычисляются оценки $\breve{\mathbf{x}}_0^{(l)}, \breve{\mathbf{y}}_0^{(l)}$. При этом в качестве априорных оценок и точек линеаризации измеряемых дальностей на первой итерации берутся предварительные оценки $\tilde{\mathbf{x}}_0^{(l)}, \tilde{\mathbf{y}}_0$. Их погрешности считаются неизвестными параметрами. Элементы ковариационной матрицы $\breve{R}_0$ помех вектора измерений Y_0 определяются в виде

$$\breve{R}_0^{j,k} = T_0{}^k T_0{}^j \sigma_{\Delta c}^2 + \sigma_{\delta_0}^2 + \delta^{j,k}\sigma_v^2,\ j,k = \overline{1,n_0}. \tag{9}$$

При этом составляющие $T_0^j \Delta c$ относятся к помехам измерений. Значения $T_0{}^j$ вычисляются в зависимости от l. На первой итерации для $T_0{}^j$ используется выражение

$$\sqrt{(\mathbf{x}_0^j - \tilde{\mathbf{x}}_0^{(l)})^2 + (\mathbf{y}_0^j - \tilde{\mathbf{y}}_0^{(l)})^2 + (z_0^j - z_0)^2} \Big/ \hat{c}_0,$$

на последующих – вместо $\tilde{\mathbf{x}}_0^{(l)}, \tilde{\mathbf{y}}_0^{(l)}$ применяются оценки $\breve{\mathbf{x}}_0^{(l)}, \breve{\mathbf{y}}_0^{(l)}$, полученные на предыдущей итерации. В дальнейшем значения $T_i{}^j$ рассчитываются аналогично с привлечением имеющихся на i-й момент оценок.

Оценки $\breve{\mathbf{x}}_0^{(l)}, \breve{\mathbf{y}}_0^{(l)}, l = \overline{1,L}$ концентрируются вблизи точек истинного и ложного положения АНПА. Точки с координатами $\breve{\mathbf{x}}_0^{(l)}, \breve{\mathbf{y}}_0^{(l)}, l = \overline{1,L}$ разбиваются на две группы. С этой целью вводится их новая нумерация $\{l\}$: $\breve{\mathbf{x}}_0^{\{1\}} \le \breve{\mathbf{x}}_0^{\{2\}} \le \cdots \le \breve{\mathbf{x}}_0^{\{L\}}$. Точки, координаты которых $\breve{\mathbf{x}}_0^{\{l\}}, \breve{\mathbf{y}}_0^{\{l\}}$ имеют номера $l = \overline{1, L^{[1]}}$,

$$\text{где } L^{[1]} = \arg\max_{l=\overline{1,L-1}} (\breve{\mathbf{x}}_0^{\{l+1\}} - \breve{\mathbf{x}}_0^{\{l\}}),$$

относятся к первой группе, соответственно, точки с номерами $l = \overline{L^{[1]}+1, L}$ – ко второй. Определяются координаты центров двух групп точек

$$\begin{pmatrix} \breve{\mathbf{x}}_0^{[1]} \\ \breve{\mathbf{y}}_0^{[1]} \end{pmatrix} = \frac{1}{L^{[1]}} \sum_{l=1}^{L^{[1]}} \begin{pmatrix} \breve{\mathbf{x}}_0^{\{l\}} \\ \breve{\mathbf{y}}_0^{\{l\}} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \breve{\mathbf{x}}_0^{[2]} \\ \breve{\mathbf{y}}_0^{[2]} \end{pmatrix} = \frac{1}{L - L^{[1]}} \sum_{l=L^{[1]}+1}^{L} \begin{pmatrix} \breve{\mathbf{x}}_0^{\{l\}} \\ \breve{\mathbf{y}}_0^{\{l\}} \end{pmatrix},$$

которые пересчитываются в $\breve{x}_0^{[u]}, \breve{y}_0^{[u]}, u = 1,2$ с помощью обратного по отношению к (3) преобразования.

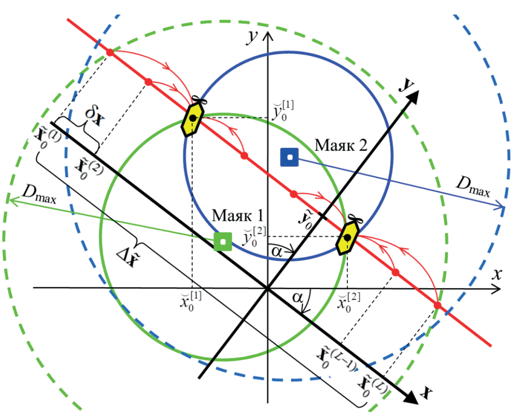

Рис. 3. Оценивание координат АНПА на этапах 1, 2 при запуске алгоритма в случае А

Процедура оценивания координат на этапах 1, 2 проиллюстрирована на рис. 3, где сплошные окружности – это линии положения дальномерных измерений, а пунктирные – границы области возможного приема сигналов от соответствующего маяка. Красная прямая – это линия положения для измерения ρ^1, рассчитанного согласно (4).

Этап 3. Из вектора измерений Y_0, где дальности линеаризуются в точках $\breve{x}_0^{[u]}, \breve{y}_0^{[u]}, u=1,2$, вычисляются оценки 4-мерного вектора $\chi = (x_0, y_0, \Delta c, b)^{\mathrm{T}}$ и ковариационные матрицы их погрешностей $\hat{\chi}^{[u]}, P_\chi^{[u]}, u=1,2$. В роли априорных оценок здесь выступают $\breve{\chi}^{[u]} = \left(\breve{x}_0^{[u]}, \breve{y}_0^{[u]}, 0, 0\right)^{\mathrm{T}}$. Значения $T_0{}^j$ также определяются с помощью $\breve{x}_0^{[u]}, \breve{y}_0^{[u]}$. Обратная ковариационная матрица погрешностей оценок $\breve{\chi}^{[u]}$ для двух u имеет вид

$$\breve{P}_\chi^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_{\Delta c}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sigma_b^2 \end{bmatrix},$$

при этом погрешности оценок $\breve{x}_0^{[u]}, \breve{y}_0^{[u]}$, как и ранее, считаются неизвестными параметрами. Элементы ковариационной матрицы R_0 помех вектора измерений Y_0 представляют собой

$$R_0^{j,k} = \sigma_e^2 + \delta^{j,k}\sigma_v^2,\ j,k = \overline{1,n_0}\,. \tag{10}$$

Отметим, что Δc, b не оцениваются в случае $n_0 = 2$, поскольку в задаче фигурируют только два измерения и два неизвестных параметра. Несмотря на это, получение ковариационных матриц $P_\chi^{[u]}$ для 4-мерного χ имеет смысл, так как они позволяют учесть взаимную корреляцию между Δc, b и погрешностями оценивания x_0, y_0.

Для дальнейшего решения формируются оценки вектора состояния $\hat{X}_0^{[u]} = (\hat{\chi}^{[u]\mathrm{T}}, 0, 0, 0)^{\mathrm{T}}$ и блочно-диагональные ковариационные матрицы их погрешностей $P_0^{[u]}, u=1,2$ с диагональными блоками

$$P_\chi^{[u]} \text{ и } \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta K}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Delta U}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Delta U}^2 \end{bmatrix}.$$

Случай Б: случайная рассинхронизация, $n_0 \geq 3$, $\operatorname{rank}\left(\begin{array}{c|c|c} x_0^1 & \cdots & x_0^{n_0} \\ y_0^1 & \cdots & y_0^{n_0} \\ 1 & \cdots & 1 \end{array}\right) = 3$ – принимаются сигналы от трех и более маяков, проекции положения которых на горизонтальную плоскость не принадлежат одной прямой. В данном случае рассматриваются ситуации с благоприятным (Б1 на рис. 2) и неблагоприятным (Б2 на рис. 2) для точности определения координат АНПА расположением маяков. Во второй ситуации маяки находятся примерно на одной прямой.

Для получения предварительных оценок координат x_0, y_0 вычисляется

$$\begin{aligned} \rho^j &= [(Y_0^{j+1})^2 - (Y_0^1)^2 - (x_0^{j+1})^2 + (x_0^1)^2 - (y_0^{j+1})^2 + (y_0^1)^2 - \\ &- (z_0^{j+1} - z_0)^2 + (z_0^1 - z_0)^2]/2 \approx \left[\begin{array}{c|c} x_0^1 - x_0^{j+1} & y_0^1 - y_0^{j+1} \end{array}\right]\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \\ &+ Y_0^1(\Delta c T_0{}^1 + \delta_0 + v_0{}^1) - Y_0^{j+1}(\Delta c T_0{}^{j+1} + \delta_0 + v_0{}^{j+1}),\ j = \overline{1, n_0 - 1}. \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь в последнем выражении, как и в (4), отбрасывается

$$[(\Delta c T_0{}^{j+1} + \delta_0 + v_0^{j+1})^2 - (\Delta c T_0{}^1 + \delta_0 + v_0^1)^2]/2.$$

Из выражений (11), выступающих в качестве измерений, методом наименьших квадратов рассчитываются оценки координат:

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_0 \\ \tilde{y}_0 \end{pmatrix} = \tilde{P}_{x_0 y_0} \tilde{H}^{\mathrm{T}} \tilde{R}^{-1} \rho, \tag{12}$$

где $\rho = \begin{pmatrix} \rho^1 \\ \vdots \\ \rho^{n_0 - 1} \end{pmatrix}$; $\tilde{H} = \left(\begin{array}{c|c} x_0^1 - x_0^2 & y_0^1 - y_0^2 \\ \vdots & \vdots \\ x_0^1 - x_0^{n_0} & y_0^1 - y_0^{n_0} \end{array}\right)$;

$\tilde{R}$ – ковариационная матрица помех, элементы которой определяются выражением (7); $\tilde{P}_{x_0 y_0} = (\tilde{H}^{\mathrm{T}} \tilde{R}^{-1} \tilde{H})^{-1}$ – ковариационная матрица погрешностей оценок $\tilde{x}_0$, $\tilde{y}_0$. Отметим, что из условия

$$\operatorname{rank} \left(\begin{array}{c|c|c} x_0^1 & \cdots & x_0^{n_0} \\ y_0^1 & \cdots & y_0^{n_0} \\ 1 & \cdots & 1 \end{array}\right) = 3$$

следует, что $\operatorname{rank} \tilde{H} = 2$, а значит, $\tilde{P}_{x_0 y_0}$ не вырождена.

Из матрицы $\tilde{P}_{x_0 y_0}$ определяется большая полуось a эллипса погрешностей – квадратный корень из большего собственного числа матрицы.

Если $a < \bar{a}$, где $\bar{a}$ – заданный порог, выполняется этап 3 для случая А с той особенностью, что нет двузначности возможного положения АНПА, т.е. $u = 1$, а вместо $\breve{x}_0^{[1]}$, $\breve{y}_0^{[1]}$ используются $\tilde{x}_0$, $\tilde{y}_0$, полученные в (12). Такая ситуация складывается, когда маяки не находятся вблизи одной прямой (Б1 на рис. 2).

Если $a \geq \bar{a}$, наблюдаемые маяки расположены примерно на одной прямой (Б2 на рис. 2), и тут, как и в случае А, учитываются две гипотезы о возможном положении АНПА. Определяется угол α между большой осью эллипса погрешностей (собственным вектором для большего собственного числа матрицы $\tilde{P}_{x_0 y_0}$) и осью x. Затем выполняется этап 1 для случая А в части определения координат маяков по осям $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ с применением (3) и формирования набора предварительных оценок $\tilde{x}_0^l, \tilde{y}_0^l, l = \overline{1, L}$. При этом используется $\tilde{\mathbf{y}}_0 = \tilde{x}_0 \sin\alpha + \tilde{y}_0 \cos\alpha$, а для расчета $\tilde{\mathbf{x}}_0^{(1)}$, $\Delta\tilde{\mathbf{x}}$ – выражение (8). Далее выполняются этапы 2, 3 для случая А.

Случай В: неизвестная рассинхронизация, $n_0 \geq 3$, $\operatorname{rank} \left(\begin{array}{c|c|c} x_0^1 & \cdots & x_0^{n_0} \\ y_0^1 & \cdots & y_0^{n_0} \\ 1 & \cdots & 1 \end{array}\right) = 2$ – имеются измерения от трех или более маяков, проекции положения которых на горизонтальную плоскость находятся на одной прямой (см. В на рис. 2). В данной ситуации алгоритм аналогичен случаю А с переходом от x, y к $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ путем поворота системы координат на угол α между осью y и прямой, проходящей через горизонтальные проекции положения маяков. Для получения на этапе 1 оценки $\tilde{\mathbf{y}}_0$ применяется (6). При этом в отличие от случая А рассчитывается не ковариационная матрица помех $\tilde{R}$, а непосредственно участвующая в (6)

$$\tilde{R}^{-1} = \lim_{\sigma_{\delta_0}\to\infty} (\tilde{R}^* + \sigma^2_{\delta_0} \Delta Y_0 \Delta Y_0^{\mathrm{T}})^{-1} = \\ = \lim_{\sigma_{\delta_0}\to\infty} \left(\tilde{R}^{*-1} - \frac{\tilde{R}^{*-1}\Delta Y_0 \Delta Y_0^{\mathrm{T}} \tilde{R}^{*-1}}{1/\sigma^2_{\delta_0} + \Delta Y_0^{\mathrm{T}} \tilde{R}^{*-1} \Delta Y_0} \right) = \tilde{R}^{*-1} - \frac{\tilde{R}^{*-1}\Delta Y_0 \Delta Y_0^{\mathrm{T}} \tilde{R}^{*-1}}{\Delta Y_0^{\mathrm{T}} \tilde{R}^{*-1} \Delta Y_0}, \quad (13)$$

где $\Delta Y_0 = (Y_0^2 - Y_0^1, \ldots, Y_0^{n_0} - Y_0^1)^{\mathrm{T}}$; $\tilde{R}^*$ – матрица, элементы которой определяются так же, как у матрицы $\tilde{R}$ в (7), но при $\sigma_{\delta_0} = 0$. Обращаем внимание, что $\tilde{R}^{-1}$ вырождена, т.е. $\tilde{R}$ не имеет конечного значения. Подобно $\tilde{R}^{-1}$ находятся $\breve{R}_0^{-1}$, R_0^{-1}, используемые на этапах 2, 3, а именно

$$\breve{R}_0^{-1} = \breve{R}_0^{*-1} - \frac{\breve{R}_0^{*-1} J J^{\mathrm{T}} \breve{R}_0^{*-1}}{J^{\mathrm{T}} \breve{R}_0^{*-1} J} = \breve{R}_0^{*-1} - \frac{\breve{G}\breve{G}^{\mathrm{T}}}{\breve{g}}, \quad R_0^{-1} = R_0^{*-1} - \frac{R_0^{*-1} J J^{\mathrm{T}} R_0^{*-1}}{J^{\mathrm{T}} R_0^{*-1} J} = R_0^{*-1} - \frac{G G^{\mathrm{T}}}{g}, \quad (14)$$

где $\breve{R}_0^*$, R_0^* – $(n_0-1) \times (n_0-1)$-матрицы, элементы которых определяются выражениями (9) при $\sigma_{\delta_0} = 0$ и (10) при $\sigma_e = 0$; J – (n_0-1)-мерный вектор из единиц; $\breve{G}$, G – (n_0-1)-мерные векторы, элементами которых являются суммы элементов соответствующих строк матриц $\breve{R}_0^{*-1}$, R_0^{*-1}; $\breve{g}$, g – суммы элементов $\breve{G}$, G.

На этапе 3 в этом и двух последующих случаях Г и Д χ – это не 4-мерный, как было определено в случае А, а 3-мерный вектор – $\chi = (x_0, y_0, \Delta c)^{\mathrm{T}}$. Оценки вектора состояния $\hat{X}_0^{[u]}$ и блочно-диагональные ковариационные матрицы их погрешностей $P_0^{[u]}, u = 1, 2$ вычисляются аналогично случаю А.

Случай Г: неизвестная рассинхронизация, $n_0 = 3$, $\operatorname{rank}\begin{pmatrix} x_0^1 & x_0^2 & x_0^3 \\ y_0^1 & y_0^2 & y_0^3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 3$ – имеются измерения от трех маяков, проекции положения которых на горизонтальную плоскость не лежат на одной прямой. В этих условиях возможно как однозначное (Г1 на рис. 2), так и неоднозначное (Г2 на рис. 2) решение, опять же следующее трем этапам для случая А, но с некоторыми особенностями. Угол поворота α осей $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ относительно x, y в данном случае такой, что

$$\sin\alpha \propto S = -\Delta Y_0^2 \Delta x_0^1 + \Delta Y_0^1 \Delta x_0^2, \quad \cos\alpha \propto C = -\Delta Y_0^2 \Delta y_0^1 + \Delta Y_0^1 \Delta y_0^2,$$

где $\Delta Y_0^j = Y_0^{j+1} - Y_0^1$, $\Delta x_0^j = x_0^{j+1} - x_0^1$, $\Delta y_0^j = y_0^{j+1} - y_0^1$, $j = 1, 2$. В роли скалярного измерения на этапе 1 вместо ρ^1, используемого в случае А, выступает

$$\psi = \Delta Y_0^2 \rho^1 - \Delta Y_0^1 \rho^2 \approx -\left(\Delta Y_0^2 \;\middle|\; -\Delta Y_0^1\right) \left(\begin{array}{c|c} \Delta x_0^1 & \Delta y_0^1 \\ \Delta x_0^2 & \Delta y_0^2 \end{array}\right) \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \cdots = \sqrt{S^2 + C^2}\,\mathbf{y_0} + \cdots,$$

где ρ^1, ρ^2 определяются выражением (11); под «$\cdots$» имеются в виду составляющие, связанные с погрешностями Δc, v_0^j, $j = 1, 2, 3$. Оценка $\tilde{\mathbf{y}}_0$ на этапе 1 рассчитывается с помощью выражения

$$\tilde{\mathbf{y}}_0 = \psi \Big/ \sqrt{S^2 + C^2},$$

заменяющего (5), (6) в случае А. Если на этапе 2 окажется, что разность $\breve{\mathbf{x}}_0^{\{L\}} - \breve{\mathbf{x}}_0^{\{1\}}$ меньше заданного порога, значения $\breve{\mathbf{x}}_0^{\{1\}}, \ldots, \breve{\mathbf{x}}_0^{\{L\}}$ не разбиваются на две группы, принимается $L^{[1]} = L$ и далее рассматривается единственная гипотеза. На этапах 2, 3, как и в случае В, берутся $\breve{R}_0^{-1}$, R_0^{-1} из (14).

Случай Д: неизвестная рассинхронизация, $n_0 \geq 4$, $\operatorname{rank}\begin{pmatrix} x_0^1 & \cdots & x_0^{n_0} \\ y_0^1 & \cdots & y_0^{n_0} \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = 3$ – имеются измерения от четырех или более маяков, проекции положения которых на горизонтальную плоскость не лежат на одной прямой. Это аналог случая Б. Выделяются две ситуации: с благоприятным (Д1 на рис. 2) и неблагоприятным (Д2 на рис. 2) для точности определения координат АНПА расположением маяков. Неблагоприятная ситуация складывается при расположении маяков примерно на одной прямой. Здесь выполняются такие же действия, как и в случае Б, с тем отличием, что $\tilde{R}^{-1}$ в (12) определяется согласно (13), а на этапах 2, 3 задействованы $\breve{R}_0^{-1}$, R_0^{-1}, которые вычисляются с помощью (14).

Отметим, что используемый в случаях В, Г, Д прием – обработка дальномерных измерений, каждое из которых содержит одну и ту же неизвестную погрешность рассинхронизации приемника и излучателя сигналов, со специального вида обратной ковариационной матрицей помех измерений – ранее рассматривался в [13]. Альтернативой этому на этапах 2, 3 в случаях В, Г, Д является обработка вектора разностных измерений ΔY_0 с соответствующими матрицами наблюдения и ковариационными матрицами помех.

После получения на этапе 2 оценок координат $\breve{x}_0^{[u]}, \breve{y}_0^{[u]}$ для гипотез u = 1, 2 о возможном положении АНПА их можно проверить на соответствие максимальной дальности $D_{\max}$ приема сигналов от маяков. Если расстояние от точки с координатами $\breve{x}_0^{[u]}, \breve{y}_0^{[u]}$ хотя бы до одного из используемых маяков превышает $D_{\max}$, гипотезу u можно исключить из рассмотрения, а другую гипотезу u^* считать истинной и соответствующие ей оценки координат взять в качестве однозначного решения.

Следует иметь в виду, что в случае неоднозначного решения при небольшом по сравнению с погрешностями измерений расстоянии между возможными положениями АНПА распределение погрешностей оценок его координат существенно отличается от гауссовского. Это не позволяет эффективно применять алгоритмы калмановского типа, основанные на гауссовской аппроксимации апостериорной плотности вектора состояний. Оставим такие особенные ситуации за пределами настоящей статьи.

3. Обработка измерений, полученных до и после запуска решения, в едином фильтре

Итак, после получения $\hat{X}_0^{[u]}$, $P_0^{[u]}$ для одной (u = 1) или двух (u = 1, 2) гипотез о возможном положении АНПА нужно оценить его координаты x_i, y_i на следующие моменты времени i = 1, 2..., причем с учетом как вновь поступивших $Y_1, \ldots, Y_i$, так и сохраненных до запуска решения измерений $Y_{-N^k}, \ldots, Y_{-1}$, $k = 1, 2$ – тип рассинхронизации δ_i, а также соответствующих данных лага и курсоуказателя. Иными словами, требуется комплексирование информации, полученной до и после начала решения. С этой целью реализуется один или два – в зависимости от числа гипотез u – обобщенных или итерационных ФК, которые оценивают расширенный вектор состояния

$$\mathbb{X}_{s,i} = \left(x_s, y_s, \Delta K_s, \Delta U_s^x, \Delta U_s^y, X_i^{\mathrm{T}}\right)^{\mathrm{T}},$$

где s – момент до запуска решения, последовательно изменяющийся от –1 до $-N^k$; i – текущий момент времени. Увеличение i происходит, когда s достигает $-\Delta N_0$ при $i = 0$ или сумма $s + \Delta N_0$ становится кратной ΔN при $i \geq 1$, где значения $\Delta N_0 \geq 0$ и $\Delta N \geq \max(1, \Delta N_0)$ задаются исходя из возможностей бортового вычислителя и того, что обработка Y_0 по сравнению с другими Y_i является более трудоемкой. Обращаем внимание, что в векторе $\mathbb{X}_{s,i}$ величины x, y, ΔK, ΔU^x, ΔU^y представлены для двух моментов i и s, тогда как Δc, b, которые являются константами, представлены в единственном экземпляре.

Схема обработки измерений, полученных после запуска решения (имеющих индексы $i = 1, 2\ldots$) и сохраненных до запуска (имеющих индексы $s = -1, \ldots, -N^k$), приведена на рис. 4.

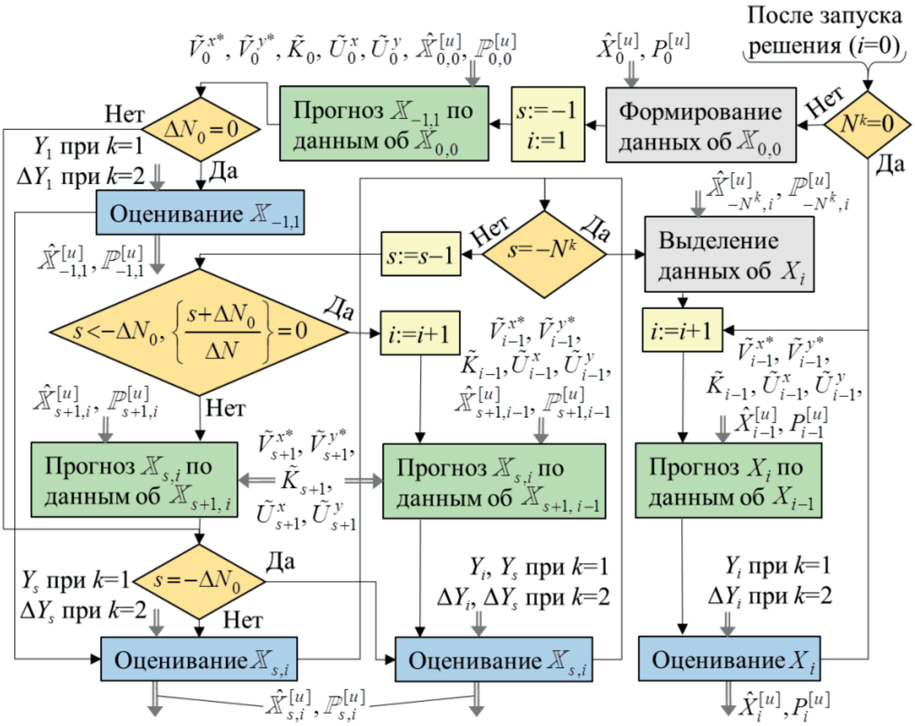

Рис. 4. Схема обработки измерений, полученных до и после запуска решения; $\{\cdot\}$ – дробная часть

При случайной δ_i ($k = 1$) в обработке участвуют исходные измерения – векторы Y_i и скаляры Y_s, а при неизвестной δ_i ($k = 2$) – вектор $\Delta Y_i = (\Delta Y_i^1, \ldots, \Delta Y_i^{n_i-1})^{\mathrm{T}}$ разностных измерений $\Delta Y_i^j = Y_i^{j+1} - Y_i^1$ и аналогично формируемые скалярные измерения ΔY_s.

Следует пояснить, что для $k = 2$, $i > 0$ в ФК могут использоваться исходные измерения Y_i, Y_s и обратная ковариационная матрица помех специального вида, как это описано в предыдущем разделе для $i = 0$. Но дело в том, что для $i = 0$ оцениванию подлежит 3-мерный вектор $\chi = (x_0, y_0, \Delta c)^{\mathrm{T}}$, тогда как для $i > 0$ оценивается вектор состояния, размерность которого значительно превышает вектор измерений, и такой прием оказывается более трудоемким по сравнению с обработкой разностных измерений ΔY_i, ΔY_s.

До того как s достигнет предельного значения $-N^k$, ФК для гипотезы u вырабатывает оценки расширенного вектора состояния $\hat{\mathbb{X}}_{s,i}^{[u]}$ и ковариационные матрицы их погрешностей $\mathbb{P}_{s,i}^{[u]}$. При этом их начальные значения – $\hat{\mathbb{X}}_{0,0}^{[u]}$, $\mathbb{P}_{0,0}^{[u]}$ – формируются на основе $\hat{X}_0^{[u]}$, $P_0^{[u]}$, о которых сказано в предыдущем разделе.

Если оказывается, что измерения (исходные Y при $k = 1$, разностные ΔY при $k = 2$) для данных s, i отсутствуют, значения $\hat{\mathbb{X}}_{s,i}^{[u]}$, $\mathbb{P}_{s,i}^{[u]}$ совпадают с оценкой прогноза и ковариационной матрицей ее погрешности.

Для прогноза координат в прямом времени ($x_i, y_i, i \geq 1$) используются уравнения (2), а для их прогноза в обратном времени ($x_s, y_s, s \leq -1$) – уравнения

$$
\begin{aligned}
x_s &= x_{s+1} - (\tilde{V}_{s+1}^y \Delta K_{s+1} + \tilde{V}_{s+1}^x + \tilde{U}_{s+1}^x + \Delta U_{s+1}^x)\Delta t_{s+1} - w_{s+1}^x, \\
y_s &= y_{s+1} - (-\tilde{V}_{s+1}^x \Delta K_{s+1} + \tilde{V}_{s+1}^y + \tilde{U}_{s+1}^y + \Delta U_{s+1}^y)\Delta t_{s+1} - w_{s+1}^y.
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Учитывая стационарный характер $\Delta K, \Delta U^x, \Delta U^y$, прогноз $\Delta K_s, \Delta U_s^x, \Delta U_s^y$ в обратном времени выполняется с помощью тех же уравнений, что и $\Delta K_i, \Delta U_i^x, \Delta U_i^y$ в прямом времени, но с тем отличием, что в правой части уравнений для $\Delta K_s, \Delta U_s^x, \Delta U_s^y$ присутствует индекс $s + 1$.

Прогноз расширенного вектора состояния $\mathbb{X}_{s,i}$ осуществляется для всех его компонент при

$$(i = 1,\ s = -1) \text{ или } \left(s < -\Delta N_0, \left\{ \frac{s + \Delta N_0}{\Delta N} \right\} = 0 \right).$$

При невыполнении последнего условия в $\mathbb{X}_{s,i}$ прогнозируются только первые пять компонент, которые относятся к моменту s.

По достижении s значения $-N^k$, т.е. после завершения обработки всех сохраненных измерений, расширенный вектор состояния $\mathbb{X}_{-N^k,i}$ заменяется исходным X_i. При этом оценки $\hat{X}_i^{[u]}$ и ковариационные матрицы их погрешностей $P_i^{[u]}$ извлекаются из $\hat{\mathbb{X}}_{-N^k,i}^{[u]}$, $\mathbb{P}_{-N^k,i}^{[u]}$. Далее ФК для гипотезы u прогнозирует и оценивает X_i по текущим измерениям Y_i или ΔY_i. Если $N^k = 0$, то такой ФК вступает в действие сразу после получения $\hat{X}_0^{[u]}$, $P_0^{[u]}$.

Для понимания того, какой набор измерений обработан в ФК на данный момент времени, на рис. 5 представлена схема преобразований гауссовских аппроксимаций апостериорных плотностей $\mathbf{f}\left(\begin{matrix} \text{вектор} \\ \text{состояния} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \text{обработанные} \\ \text{измерения} \end{matrix} \right)$ при $N^k > 0$, т.е. когда имеются сохраненные до запуска решения измерения. Эта схема, как и предыдущая на рис. 4, отражает работу ФК для одной из гипотез u. На ней показаны исходные измерения. При $k = 2$ это те, из которых формируются разностные измерения.

Перечень учтенных измерений, записанных справа от черты в $\mathbf{f}(\cdot|\cdot)$, при оценивании $\mathbb{X}_{s,i}$ в закрашенной серым цветом части схемы увеличивается вверх и вниз, тогда как при оценивании X_i – только вниз. Каждый вертикальный ряд преобразований $\mathbf{f}(\cdot|\cdot)$ в закрашенной части отражает цикл обработки определенного числа сохраненных измерений (Y с отрицательными индексами) и одного текущего (Y с положительным индексом). Вместе с тем на первом из таких циклов не обрабатываются сохраненные измерения, если $\Delta N_0 = 0$, а на последнем – текущее измерение, если $(N^k - \Delta N_0) / \Delta N$ – не целое число.

Дадим краткий комментарий к уравнениям (2), (15) для прогноза координат в прямом и обратном времени, которые линеаризованы относительно показаний курсоуказателя $\tilde{K}$. При высокой точности выработки курса это допустимо, но при значительных погрешностях курса ΔK целесообразно линеаризовать уравнения относительно уточненных показаний $\hat{K}$ с учетом полученных до прогноза оценок. При этом ΔK в уравнениях следует понимать как погрешность не исходных $\tilde{K}$, а уточненных $\hat{K}$ показаний. Вид уравнения для ΔK при этом не меняется.

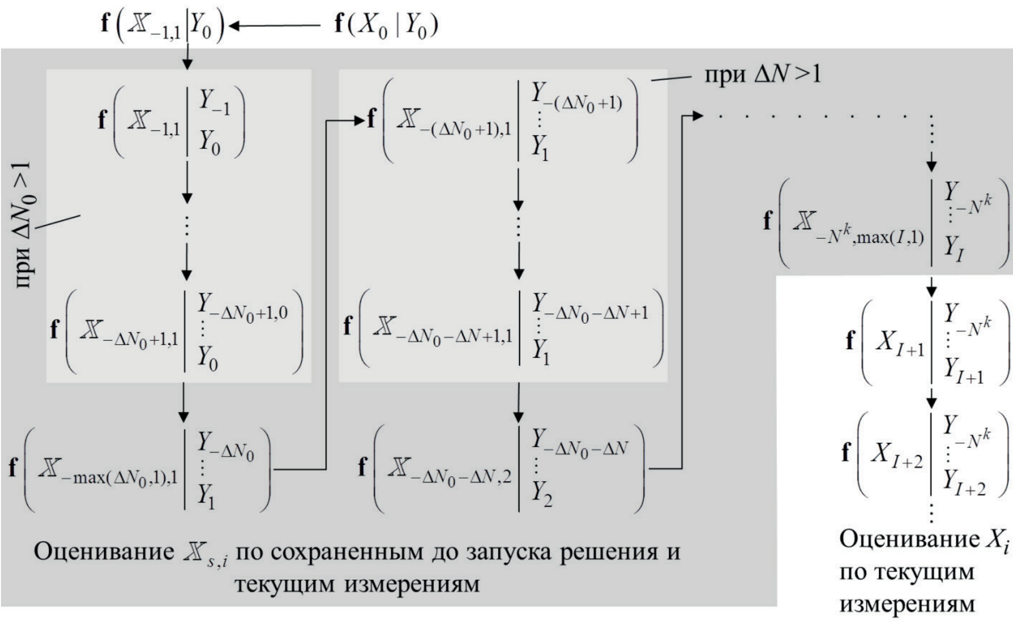

Рис. 5. Схема преобразований гауссовских аппроксимаций апостериорных плотностей при обработке измерений, полученных до и после запуска решения, где $I = \lfloor (N^k - \Delta N_0)/\Delta N + 1 \rfloor$, $N^k > 0$, $\lfloor \cdot \rfloor$ – округление в меньшую сторону

При решении задачи с двумя гипотезами $u = 1, 2$ для $i \geq 1$, как и при запуске решения ($i = 0$), можно проверить, не превышает ли расстояние от точек с координатами $\hat{x}_i^{[u]}$, $\hat{y}_i^{[u]}$ до какого-либо из используемых маяков значения $D_{\max}$. Если превышение имеет место для одной гипотезы, она признается ложной, связанный с ней ФК прекращает работу и истинной u^* считается другая гипотеза. Если этого не произошло, истинная гипотеза выбирается на основе стохастического подхода, как показано в следующем разделе.

4. Разрешение неоднозначности

При решении задачи с двумя гипотезами $u = 1, 2$ о возможном положении АНПА рассмотрим их апостериорные вероятности $\mathbf{p}(u|\mathbf{Y}_i)$, т.е. вероятности u, условные по отношению к вектору $\mathbf{Y}_i$, состоящему из всех обработанных на момент i измерений $\mathbf{Y}_m$, где $m = 0$ при $i = 0$, $m = -\min(\Delta N_0 + (i-1)\Delta N, N^k), \ldots, i$ при $i \geq 1$. При неизвестной δ_i ($k = 2$) под $\mathbf{Y}_m$ имеются в виду те исходные измерения, которые участвуют в формировании разностных измерений. Напомним, что, если при $k = 2$ для некоторого момента имеется единственное измерение, оно в решении не используется и среди Y_m его нет. На основе отношения апостериорных вероятностей 1-й и 2-й гипотез $\delta p_i^{1/2} = \mathbf{p}(u = 1 \mid \mathbf{Y}_i) / \mathbf{p}(u = 2 \mid \mathbf{Y}_i)$ выбирается истинная гипотеза u^* согласно правилу

$$u^* = \begin{cases} 1, \text{ при } \delta p_i^{1/2} \geq \delta\overline{p}, \\ 2, \text{ при } \delta p_i^{1/2} \leq 1/\delta\overline{p}, \\ \text{не определена, при } 1/\delta\overline{p} < \delta p_i^{1/2} < \delta\overline{p}, \end{cases}$$

где $\delta\overline{p} \gg 1$ – заданный порог. Таким образом, из гипотез $u = 1, 2$ истинной считается та, апостериорная вероятность которой больше, чем у альтернативной гипотезы, в заданное число раз.

Отношение апостериорных вероятностей $\delta p_i^{1/2}$ определяется с помощью выражения, вытекающего из гауссовского характера случайных величин, участвующих в задаче, при равных априорных вероятностях гипотез $u = 1, 2$:

$$\delta p_i^{1/2} = \sqrt{B_i}\,\mathrm{e}^{A_i/2},$$

где $A_0 = \begin{cases} 0, \text{ при } n_0 = k+1, \\ \vartheta_0^{[2]\mathrm{T}}(\Theta_0^{[2]})^{-1}\vartheta_0^{[2]} - \vartheta_0^{[1]\mathrm{T}}(\Theta_0^{[1]})^{-1}\vartheta_0^{[1]}, \text{ при } n_0 > k+1, \end{cases}$ $\quad B_0 = \left|P_\chi^{[1]}\right| \Big/ \left|P_\chi^{[2]}\right|,$

при этом $(\Theta_0^{[u]})^{-1} = R_0^{-1} - R_0^{-1}H_0^{[u]}P_\chi^{[u]}H_0^{[u]\mathrm{T}}R_0^{-1}$, $P_\chi^{[u]}$ – ковариационная матрица погрешности оценивания 4-мерного вектора χ по измерению Y_0 (при $k = 1$) или 3-мерного χ по ΔY_0 (при $k = 2$), $\vartheta_0^{[u]}$, $H_0^{[u]}$ и R_0 – вектор невязок, матрица наблюдения и ковариационная матрица помех, использованные при оценивании вектора χ по измерению Y_0 или ΔY_0;

$$A_i = A_{i-1} + \delta A_i^{[2]} - \delta A_i^{[1]} + \Delta A_i^{[2]} - \Delta A_i^{[1]}; \quad B_i = B_{i-1}\delta B_i^{[2]}\Delta B_i^{[2]} \Big/ \left(\delta B_i^{[1]}\Delta B_i^{[1]}\right),\ i \ge 1;$$

$$\delta A_i^{[u]} = \begin{cases} \sum\limits_s \vartheta_{s,i}^{[u]\mathrm{T}}(\Theta_{s,i}^{[u]})^{-1}\vartheta_{s,i}^{[u]}, \\ \quad \text{при } \left(i>1 \text{ или } \Delta N_0>0\right) \text{ и } i \le I, \\ 0, \text{ при } \left(i=1 \text{ и } \Delta N_0=0\right) \text{ или } i>I, \end{cases} \quad \delta B_i^{[u]} = \begin{cases} \prod\limits_s \left|\Theta_{s,i}^{[u]}\right|, \\ \quad \text{при } \left(i>1 \text{ или } \Delta N_0>0\right) \text{ и } i \le I, \\ 1, \text{ при } \left(i=1 \text{ и } \Delta N_0=0\right) \text{ или } i>I, \end{cases}$$

$$s = -\max(\Delta N_0 + (i-2)\Delta N, 0) - 1, \ldots, -\min(\Delta N_0 + (i-1)\Delta N, N^k);$$

$$\Delta A_i^{[u]} = \begin{cases} 0, \text{ при } \left(\left(i>1 \text{ или } \Delta N_0>0\right) \text{ и } i<I\right) \\ \text{или } i = I = \tilde{I}, \\ \vartheta_i^{[u]\mathrm{T}}(\Theta_i^{[u]})^{-1}\vartheta_i^{[u]}, \text{ при } i > I \\ \text{или } i=I<\tilde{I} \text{ или } \left(i=1 \text{ и } \Delta N_0=0\right), \end{cases} \quad \Delta B_i^{[u]} = \begin{cases} 1, \text{ при } \left(\left(i>1 \text{ или } \Delta N_0>0\right) \text{ и } i<I\right) \\ \text{или } i = I = \tilde{I}, \\ \left|\Theta_i^{[u]}\right|, \text{ при } i > I \\ \text{или } i=I<\tilde{I} \text{ или } \left(i=1 \text{ и } \Delta N_0=0\right), \end{cases}$$

$\tilde{I} = \dfrac{N^k - \Delta N_0}{\Delta N} + 1$, $I = \begin{cases} 0, \text{ при } N^k = 0; \\ \lfloor \tilde{I} \rfloor, \text{ при } N^k > 0 \end{cases}$ – значение i, при котором завершается обработка измерений, сохраненных до запуска решения, $\lfloor\cdot\rfloor$ – округление в меньшую сторону;

$\vartheta_i^{[u]}$ и $\Theta_i^{[u]}$ для $i > 0$ – вектор невязок измерения Y_i или ΔY_i по результатам прогноза X_i, основанного на $\mathbf{Y}_{i-1}$, и его ковариационная матрица. Интерпретация $\vartheta_{s,i}^{[u]}$, $\Theta_{s,i}^{[u]}$ зависит от s, i. Если $i = 1$, $-\Delta N_0 < s$ или $i > 1$, $\{(s + \Delta N_0) / \Delta N\} \ne 0$, где $\{\cdot\}$ – дробная часть, то под $\vartheta_{s,i}^{[u]}$ и $\Theta_{s,i}^{[u]}$ понимается невязка скалярного измерения Y_s или ΔY_s по результатам прогноза $\mathbb{X}_{s,i}$ и ее дисперсия, иначе это вектор невязок измерений Y_s, Y_i или ΔY_s, ΔY_i по результатам прогноза $\mathbb{X}_{s,i}$ и его ковариационная матрица. В последнем случае имеется в виду прогноз $\mathbb{X}_{s,i}$ по измерениям $Y_{s+1}, \ldots, Y_{i-1}$ или $\Delta Y_{s+1}, \ldots, \Delta Y_{i-1}$. Обращаем внимание, что входящие в приведенные выражения невязки измерений и их ковариационные матрицы используются в ФК, специально вычислять их не требуется. Представленные в разделе выражения основаны на теории многоальтернативной фильтрации [21, 31]. Вычисление отношения апостериорных вероятностей двух гипотез указанным образом позволяет избежать вызванных ограничением разрядной сетки ошибок, с которыми приходится сталкиваться при непосредственном определении апостериорных вероятностей.

Если u^* определена, ФК для этой гипотезы продолжает работу, а ФК для альтернативной гипотезы выводится из употребления.

Заключение

Представлен не нуждающийся в значительных вычислительных ресурсах рекуррентный алгоритм определения координат АНПА с использованием измерений дальностей до гидроакустических маяков, данных относительного лага и курсоуказателя. Для запуска алгоритма достаточно одномоментных измерений от двух маяков при случайной рассинхронизации шкал времени маяков и АНПА и от трех маяков при неизвестной рассинхронизации. Знание априорных координат АНПА не требуется.

Процедура запуска алгоритма зависит от числа и расположения маяков, типа рассинхронизации временных шкал. Общим для всех случаев является первоначальное (сравнительно грубое) оценивание двух координат или одной координаты АНПА в определенном направлении. Для этого используются разности квадратов дальномерных измерений от разных маяков, где исключаются квадраты искомых координат АНПА и квадрат рассинхронизации шкал времени. Здесь вводятся некоторые упрощающие допущения, но учитывается СКО измерений и скорости звука. Итоговое начальное решение, которое может быть однозначным или неоднозначным (с двумя возможными положениями АНПА), определяется путем обработки исходных дальномерных или разностно-дальномерных измерений, которые представляются в линеаризованном виде с учетом полученных ранее грубых оценок координат.

На последующих шагах с помощью обобщенного ФК выполняется комплексная обработка текущих и сохраненных до запуска алгоритма измерений, причем сохраненные измерения обрабатываются в обратном порядке. Количество сохраненных измерений, которые обрабатываются между моментами поступления текущих измерений, зависит от возможностей вычислителя. Оцениваемый ФК вектор состояния включает текущие координаты, постоянную погрешность знания скорости звука, погрешность курсоуказателя и погрешности знания составляющих скорости течения в виде стационарных процессов, а при случайной рассинхронизации еще и постоянное смещение шкал времени маяков и АНПА. При обработке сохраненных измерений в вектор состояния добавляются координаты, погрешность курсоуказателя и погрешности знания составляющих скорости течения на момент получения сохраненных измерений, с которыми работает ФК.

Алгоритм предусматривает разрешение неоднозначности между двумя гипотезами о положении АНПА с применением для каждой из них обобщенного ФК, использующего свою точку линеаризации измерений. Из двух гипотез истинной считается та, апостериорная вероятность которой больше, чем у альтернативной гипотезы в заданное число раз. Необходимое при этом отношение апостериорных вероятностей вычисляется по результатам работы двух ФК.

Представленный алгоритм с обработкой сохраненных до запуска решения измерений в обратном времени можно доработать на случай применения других моделей погрешностей автономных приборов и гидроакустических измерений, включая погрешность знания скорости звука. Как уже отмечалось во введении, алгоритм в модифицированном виде применим и в других навигационных приложениях, использующих счисление пути и измерения дальности или разности дальностей до маяков или точечных ориентиров.

В следующей части статьи будут представлены результаты исследования эффективности алгоритма с точки зрения быстродействия и точности.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №23-19-00626, https://rscf.ru/project/23-19-00626/

ЛИТЕРАТУРА

1. **Paull, L., Saeedi, S., Seto, M., Li, H.,** AUV Navigation and Localization: A Review, *IEEE Journal of oceanic engineering*, 2014, vol. 39, no. 1, pp. 131–149, doi: 10.1109/JOE.2013.2278891.
2. **Yan, W., Chen, W. & Cui, R.,** Moving long baseline positioning algorithm with uncertain sound speed, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2015, vol. 29, pp. 3995–4002, doi: 10.1007/s12206-015-0845-z.
3. **Кебкал К.Г., Машошин А.И.** Гидроакустические методы позиционирования автономных необитаемых подводных аппаратов // Гироскопия и навигация. 2016. №3. С. 115–130. DOI 10.17285/0869-7035.2016.24.3.115-130.
4. **Степанов О.А.** Методы обработки навигационной измерительной информации. СПб.: Университет ИТМО, 2017. 196 с.
5. **Wang, L., Pang, S.,** AUV Navigation Based on Inertial Navigation and Acoustic Positioning Systems, *OCEANS 2018 MTS/IEEE Charleston*, Charleston, SC, USA, 2018, pp. 1–8, doi: 10.1109/OCEANS.2018.8604773.
6. **Sigiel, N.,** Methods of autonomous underwater vehicles positioning, *Scientific Journal of Polish Naval Academy*, 2019, vol. 1, pp. 31–43, doi: 10.2478/sjpna-2019-0003.
7. **González-García, J., Gómez-Espinosa, A., Cuan-Urquizo, E., García-Valdovinos, L.G., Salgado-Jiménez, T., and Cabello, J.A.E.,** Autonomous Underwater Vehicles: Localization, Navigation, and Communication for Collaborative Missions, *Applied Science*, 2020, vol. 10, doi: 10.3390/app10041256.
8. **Silva, T., Batista, P.,** Long baseline navigation filter with clock offset estimation, *Nonlinear Dynamics*, 2020, vol. 100, doi: 10.1007/s11071-020-05636-0.
9. **Ваулин Ю.В., Дубровин Ф.С., Щербатюк А.Ф., Щербатюк Д.А.** Разностно-дальномерная система навигации для обеспечения групповой работы морских робототехнических комплексов // Подводные исследования и робототехника. 2020. №2 (32). С 22–33. DOI: 10.37102/24094609.2020.32.2.003.
10. **Jalal, F., Nasir, F.,** Underwater Navigation, Localization and Path Planning for Autonomous Vehicles: A Review, *International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technologies* (IBCAST), Islamabad, Pakistan, 2021, pp. 817–828, doi: 10.1109/IBCAST51254.2021.9393315.
11. **Key, K., Constable, S.,** Inverted long-baseline acoustic navigation of deep-towed CSEM transmitters and receivers, *Marine Geophysical Research*, 2021, vol. 42, no. 6, doi: 10.1007/s11001-021-09427-z.
12. **Щербатюк Д.А.** Алгоритм навигационного обеспечения работы группы АНПА на основе фильтра частиц и разностно-дальномерной гидроакустической системы // Подводные исследования и робототехника, 2021. №4 (38). С. 50–57. DOI: 10.37102/1992-4429_2021_38_04_05.
13. **Кошаев Д.А.** Относительное позиционирование и определение ориентации автономного необитаемого подводного аппарата по данным от гидроакустических маяков // Гироскопия и навигация. 2022. №4. С. 122–141. DOI 10.17285/0869-7035.00107.
14. **Машошин А.И., Пашкевич И.В.** Алгоритмы позиционирования автономного необитаемого подводного аппарата в процессе приведения и причаливания к подводному причальному устройству // Гироскопия и навигация. Том 31. №1 (120). 2023. С. 103–119.
15. **Грузликов А.М., Караулов В.Г., Мухин Д.А., Шалаев Н.А.** Результаты апробации алгоритма позиционирования и определения ориентации подводного аппарата по данным от гидроакустических маяков // Известия Южного федерального университета. Технические науки. Раздел 4. Связь, навигация и наведение. 2023. С. 265–274. DOI: 10.18522/2311-3103-2023-1-265-274.
16. **Пашкевич И.В., Мартынова Л.А.** Метод уменьшения погрешности определения местоположения АНПА при посадке на подводное причальное устройство // Сборник материалов

XVIII Всероссийской научно-практической конференции «Перспективные системы и задачи управления». 2023. С. 334–343.

17. **Zhu, Y., Zhou, L.,** Hybrid Tightly-Coupled SINS/LBL for Underwater Navigation System, *IEEE Access*, 2024, vol. 12, pp. 31279–31286, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3051398.
18. **Wu, P., Nie, W., Liu, Y. et al.** Improving the underwater navigation performance of an IMU with acoustic long baseline calibration, *Satellite Navigation*, 2024, vol. 5, no. 7, doi: 10.1186/s43020-023-00126-1.
19. **Дикарев А.В., Василенко А.В., Дмитриев С.М., Кубкин В.А., Путинцев И.А., Машков А.К., Капустин Н.Е., Маршалов М.С.** Гидроакустическая длиннобазисная трекинговая система WAYU: экспериментальная проверка в естественных водоемах // Гидрокосмос. 2024. Т. 2, 1. №5–6. С. 52–63. DOI: 10.24412/2949-3838-2024-56-52-63.
20. **Дмитриев В.И., Рассукованый Л.С.** Навигация и лоция, навигационная гидрометеорология, электронная картография. М.: МОРКНИГА, 2016.
21. **Дмитриев С.П.** Высокоточная морская навигация. СПб.: Судостроение, 1991. 224 с.
22. **Богомолов В.В.** Анализ эффективности нелинейных решений задачи навигации подводных аппаратов // Материалы XXIII конференции молодых ученых с международным участием. Санкт-Петербург, 2021. С. 223–227.
23. **Bancroft, S.,** An algebraic solution of the GPS equations, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 1985, vol. 21, no. 7, pp. 56–59.
24. **Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич И.В. и др.** Сетевые спутниковые радионавигационные системы / под ред. В.С. Шебшаевича 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1993. 408 с.
25. **Барабанов О.О., Барабанова Л.П.** Математические задачи дальномерной навигации. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 272 с.
26. **Деревянкин А.В., Матасов А.И.** О конечном алгоритме определения местоположения объекта по разностям измерений псевдодальностей // Гироскопия и навигация. 2015. №2. С. 106–117.
27. **Богомолов В.В.** Позиционирование автономного необитаемого подводного аппарата с одновременной обработкой текущих и сохраненных измерений дальностей от менее чем трех гидроакустических маяков // Подводные исследования и робототехника. 2024. №2 (48). С. 58–67. DOI: 10.37102/1992-4429_2024_48_02_07. EDN: TGEOGR.
28. **Медич Дж.** Статистически оптимальные линейные оценки и управление. М.: Энергия, 1977. С. 440.
29. **Богомолов В.В., Кошаев Д.А.** Алгоритм позиционирования подводного аппарата по измерениям дальности до маяков при их недостаточном для одномоментного навигационного решения количестве // Материалы XXXIII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. Санкт-Петербург, 2022. С. 66–69.
30. **Кошаев Д.А.** Метод фиктивных измерений для многоальтернативного оценивания процессов в линейной стохастической системе // Автоматика и телемеханика. 2016. №6. С. 81–108. DOI: 10.1134/S0005117916060060.
31. **Дмитриев С.П., Степанов О.А.** Многоальтернативная фильтрация в задачах обработки навигационной информации // Радиотехника. 2004. № 7. С. 11–17.
32. **Кошаев Д.А.** Многоальтернативный алгоритм одномаяковой навигации автономного необитаемого подводного аппарата без априорных данных о его местоположении. Часть 1. Математическое описание // Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №2 (109). С. 109–130. DOI: 10.17285/0869-7035.0035.
33. **Ривкин Б.С.** Навигация без GPS за рубежом // Гироскопия и навигация. Том 32. №1 (124), 2024. С. 115–142.
34. **Kunhoth, J., Karkar, A., Al-Maadeed, S. et al.,** Indoor positioning and wayfinding systems: a survey, *Hum. Cent. Comput. Inf. Sci.*, 2020, 10, 18, https://doi.org/10.1186/s13673-020-00222-0.
35. **Кошаев Д.А.**, **Богомолов В.В.** Алгоритм длиннобазовой навигации автономного необитаемого подводного аппарата при отсутствии априорных данных о его местоположении и разреженном расположении маяков // Изв. вузов. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 12. С. 1052–1064. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-12-1052-1064.
36. **Кошаев Д.А.**, **Богомолов В.В.** Решение задачи длиннобазовой навигации автономного необитаемого подводного аппарата при отсутствии априорных данных о его местоположении и недостаточном для одномоментного позиционирования числе доступных маяков // Материалы XXXIV конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. СПб., 2024. С. 121–127.
37. **Кебкал К.Г., Кебкал А.Г., Кебкал В.К.** Инструментальные средства синхронизации гидроакустических устройств связи в задачах управления подводными сенсорами, распределенными антенными, автономными аппаратами // Гироскопия и навигация. 2014. Том 22. №2 (85). С. 48–65.

38. **Webster, S.E., Eustice, R.M., Hanumant, S., Whitcomb, L.L.,** Advances in single-beacon one-way-travel-time acoustic navigation for underwater vehicles, *The International Journal of Robotics Research*, July 2012, vol. 31, issue 8, pp. 935–950, doi: 10.1177/0278364912446166.
39. **Дубровин Ф.С., Щербатюк А.Ф.** Исследование некоторых алгоритмов одномаяковой мобильной навигации АНПА: результаты моделирования и морских испытаний // Гироскопия и навигация. 2015. №4. С. 160–172.
40. **Vallicrosa, G., Ridao, P.,** Sum of Gaussian single beacon range-only localization for AUV homing, *Annual Reviews in Control*, 2016, vol. 42, pp. 177–187, doi: 10.1016/j.arcontrol.2016.09.007.
41. **Машошин А.И.** Исследование точности одномаяковой навигации автономных необитаемых подводных аппаратов // Подводные исследования и робототехника. 2017. №2. С. 20–27.
42. **Пелевин А.Е.** Определение местоположения АНПА по информации о дальности и скорости ее изменения при одномаяковой навигации // Материалы XXXI конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова, 2–4 октября 2018. Санкт-Петербург. С. 155–162.
43. **Stepanov, O.A., Vasiliev, V.A., Toropov, A.B., Loparev, A.V., Basin, M.V.,** Efficiency analysis of a filtering algorithm for discrete-time linear stochastic systems with polynomial measurements, *Journal of the Franklin Institute*, 2019, vol. 356, no. 10, pp. 5573–5591.

Koshaev, D.A. (Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg) and **Bogomolov, V.V.** (Concern CSRI Elektropribor, JSC; ITMO University, St. Petersburg)

Long Baseline Underwater Positioning with Fusion of Saved and Current Measurements and Ambiguity Resolution. Part I. Mathematical Formulation, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2025, vol. 33, no. 1 (128), pp. 125–145.

Abstract. We report a recursive positioning algorithm for an autonomous underwater vehicle (AUV) based on measurements of ranges to acoustic beacons, water speed log and heading indicator data. Two types of desynchronization between the beacon and AUV time scales are considered: random and unknown. The algorithm starts without using AUV a priori coordinates when simultaneous measurements from minimum two or three beacons (depending on the desynchronization type) are first obtained. The newly coming measurements and those saved before the algorithm start are processed in forward and backward time in the same filter. If AUV coordinate estimates are ambiguous, two filters are implemented, which process the same data with different measurement linearization points. Ambiguity is resolved based on the ratio of a posteriori probabilities of hypotheses on AUV position. This ratio is calculated using the filters' outputs.

Key words: autonomous underwater vehicle, long baseline navigation, range and range difference measurements, dead-reckoning, Kalman filter, ambiguity, a posteriori probability.

Материал поступил 17.12.2024