УДК 528.083 EDN HGPYBF

С. В. ДОЛИН, А. О. МАЛИКОВ, Н. С. ЧУХЛЕБ, В. С. БЕССОНОВ

# ВЫСОКОТОЧНОЕ ГНСС-ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СМАРТФОНА С УЧЕТОМ СМЕЩЕНИЯ ФАЗОВОГО ЦЕНТРА ЕГО АНТЕННЫ

Активное развитие потребительских устройств с двухчастотными микросхемами, способными обрабатывать кодовые и фазовые сигналы глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), открывает новые возможности для высокоточного позиционирования в геодезии. Вместе с тем использование смартфонов для таких задач ограничено отсутствием данных о положении фазовых иентров их антенн. В настоящей работе представлены результаты эксперимента, в ходе которого на пункте с известными координатами определялось место размещения среднего фазового центра ГНСС-антенны смартфона Huawei P40 Pro и методом PPP (Precise Point Positioning) оценивалось влияние полученной информации на погрешность позиционирования. Исследование показало, что средний фазовый центр антенны смещен относительно геометрического центра устройства на 2,7 см в сторону левого края экрана, на 1,3 см вглубь корпуса (в направлении от экрана к задней панели) и на 5,8 см вниз от его верхней границы. Эти данные позволяют корректировать систематические погрешности позииионирования.

**Ключевые слова:** навигация, ГНСС, смартфоны нового поколения, Precise Point Positioning.

#### Введение

Появление на рынке в 2018 году смартфона с двухчастотным фазовым ГНСС-модулем ознаменовало начало эры внедрения технологий высокоточного позиционирования, включая РРР и др., с использованием ГНСС в потребительские устройства негеодезического класса.

Двухчастотные измерения (например, L1/L5 в GPS и QZSS, E1/E5а в Galileo, B1/B2 в BeiDou) позволяют существенно повысить точность определения местоположения за счет компенсации ионосферных задержек и снижения влияния многолучевости. Это создает предпосылки для применения таких устройств в целях, например, геодезических измерений, мониторинга деформаций, в автоматизированном сельском хозяйстве и т.д. [1–5].

**Долин** Сергей Владимирович. Кандидат технических наук, младший научный сотрудник, НИИ стратегического развития; доцент, кафедра космической и физической геодезии, Сибирский государственный университет геосистем и технологий (Новосибирск).

**Маликов** Артем Олегович. Аспирант, кафедра космической и физической геодезии, инженер СЧ НИР ГЕОТЕХ-КВАНТ-3, Сибирский государственный университет геосистем и технологий.

**Чухлеб** Николай Сергеевич. Студент, кафедра космической и физической геодезии, лаборант СЧ НИР ГЕОТЕХ-КВАНТ-3, Сибирский государственный университет геосистем и технологий.

**Бессонов** Виталий Сергеевич. Студент, кафедра космической и физической геодезии, лаборант СЧ НИР ГЕОТЕХ-КВАНТ-3, Сибирский государственный университет геосистем и технологий.

Первой двухчастотной моделью, оснащенной навигационной микросхемой Broadcom BCM47755, стал смартфон Xiaomi Mi8. Это устройство продемонстрировало возможность приема кодовых и фазовых измерений на частотах L1/L5 и E1/E5a от спутниковых систем GPS/QZSS и Galileo. Вместе с тем, несмотря на возросшую точность позиционирования, современные смартфоны имеют ряд принципиальных недостатков: существенные смещения фазового центра бюджетных антенных модулей; проблемы с надежным разрешением целочисленных неоднозначностей фазовых измерений; некомпенсированные вариации фазового центра (ВФЦ). Кроме того, такой тип устройства является серьезным источником шумов и слабо защищен от приема переотраженных сигналов.

Экспериментальные исследования подтверждают: отдельные модели смартфонов позволяют достичь сантиметровой погрешности позиционирования при условии эффективного подавления многолучевости. Тем не менее стабильность и повторяемость результатов остаются существенно более низкими, чем у профессиональных геодезических приемников, особенно при динамических режимах и в условиях сложной спутниковой геометрии.

Исследования [6–8] показали значительный прогресс в области высокоточного ГНСС-позиционирования с использованием смартфонов. Авторам впервые удалось достичь сантиметровой погрешности (2–4 см) на коммерческих устройствах (Huawei P30, Mate20X) благодаря комплексному решению ключевых проблем, таких как разработка методик абсолютной калибровки антенн с определением фазового центра (ФЦ) и его вариаций, подавление многолучевости, а также успешное разрешение целочисленных неоднозначностей фазовых измерений. Особого внимания заслуживают создание специализированного держателя для определения пространственного положения устройства и экспериментальное подтверждение зависимости погрешности позиционирования от ориентировки смартфона. Полученные результаты открывают новые перспективы для применения пользовательских мобильных устройств в задачах, требующих субдециметровой погрешности позиционирования, и создают основу для развития нового направления — высокоточной навигации в секторе массового потребителя.

Статья содержит три основных раздела. В первом приводятся теоретические основы, а также детально описываются конструктивные особенности антенных модулей смартфонов, экспериментальная установка, условия проведения измерений, характеристики опорных геодезических пунктов и используемого оборудования. Во втором разделе предложены алгоритмы обработки данных, включая модифицированные уравнения РРР-метода, математические модели и реализацию робастного адаптивного фильтра Калмана, обеспечивающего устойчивость решения при наличии аномальных измерений. В третьем разделе приведены таблицы оценок точности, проанализировано влияние коррекции смещения фазового центра на точность позиционирования, а также сравнивается эффективность различных методов обработки (РРР и относительное позиционирование) с учетом многосистемных измерений. В заключении сформулированы основные выводы, обозначены перспективы применения предлагаемой технологии в массовых приложениях и намечены направления дальнейших исследований.

Отличительной особенностью работы является комплексный подход к определению положения фазового центра, который базируется на принципе ультракороткой

базовой линии, модернизированных алгоритмах фильтрации и систематическом учете влияния пространственной ориентации смартфона на точность ГНСС-измерений.

# 1. Определение среднего фазового центра антенны смартфона

Теоретически идеальная антенна приемника должна обладать единственными и неизменными ФЦ. Однако в реальных условиях при приеме сигналов от спутников, расположенных относительно смартфона в разных направлениях, возникают фазовые искажения, обусловленные свойствами самой антенны, что приводит к систематическим погрешностям измеряемых псевдодальностей.

Вследствие компактных габаритов и особенностей конструкции антенных модулей смартфонов реальное положение ФЦ существенно отклоняется от предполагаемого геометрического центра антенны (середина корпуса), а в некоторых случаях ФЦ может находиться вне физических границ конструкции. Классическая точечная модель ФЦ, характеризующаяся сферической симметрией волнового фронта и единого центра кривизны, не учитывает особенностей принимающей радиосистемы.

Поскольку паразитное электромагнитное излучение внутренних компонентов устройства (Bluetooth, Wi-Fi, сотовых модулей) значительно влияет на точность фазовых измерений, в данном исследовании была задействована экспериментальная установка с жесткой фиксацией опытного образца в верхней части геодезического пункта с априорно известными координатами. Принцип ультракороткой базовой линии (УКБЛ) позволяет минимизировать влияние ионосферных и тропосферных задержек сигнала, что является критически важным условием для достижения требуемой точности измерений.

Экспериментальная часть работы содержит серию измерительных сеансов продолжительностью 2 часа каждый, проводимых при различных пространственных ориентациях устройства (вертикальной и горизонтальной) относительно вектора магнитного поля Земли, чтобы исключить систематические погрешности, связанные с азимутальной зависимостью характеристик антенны. Основные требования к условиям измерений — обеспечение открытой видимости не менее 80% небесной сферы; контроль угловой ориентации устройства с погрешностью  $\pm 1^{\circ}$ .

Устройство размещалось на геодезическом пункте NSKE, установленном на крыше лабораторного корпуса Сибирского государственного университета геосистем и технологий (СГУГиТ). Смартфон фиксировал фазовые и кодовые измерения на частотах GPS/QZSS L1 (1575.42 МГц) и L5 (1176.45 МГц), Galileo E1 (1575.42 МГц) и E5а (1191.795 МГц). Эталонные координаты пункта NSKE определены по результатам суточных измерений приемником StonexS800A, обработка которых выполнялась с помощью сервиса CSRS-PPP¹. На расстоянии 10 м от него располагался пункт NSKN, чьи координаты вычислялись в результате уравнивания геодезической сети, состоящей из пунктов, включенных в федеральную сеть геодезических станций. В табл. 1 перечислены все исходные пункты.

Координаты постоянно действующих базовых станций NSKP, NSVB, PRKD, KLVN, KOCH, NSV2, NSK1 определялись в день выполнения наблюдений путем обработки суточных файлов измерений PPP-методом с использованием онлайн-сервиса CSRS-PPP. Относительно этих станций выполнялась привязка пункта NSKN,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> https://webapp.csrs-scrs.nrcan-rncan.gc.ca/

после чего рассчитывался вектор УКБЛ от NSKN до смартфона. Полученные оценки координат в топоцентрической системе E, N, U (GRS80) редуцировались с учетом смещения смартфона относительно пункта NSKE, вблизи которого он располагался. Параметры редукции представлены на рис. 1.

Таблица 1

#### Исходные пункты сети

Название пункта	Сеть	Приемник	Антенна	
NSKP		PrinCe P5U	HX-CCSX601A	
NSVB	ПРИНПЕТ	PrinCe P5U	PrinCe AT312	
PRKD		PrinCe P5U	HX-CGX611A Choke Ring	
KLVN		EFT RS1	EFT A2	
KOCH	EFT Cors	EFT RS1	EFT A2	
NSV2		EFT RS3	AT-45101CP	
NSK1	ФАГС	Leica GR50	LEIAR20	
NSKN	СГУГиТ	PrinCe P5U	HX-CGX611A Choke Ring	

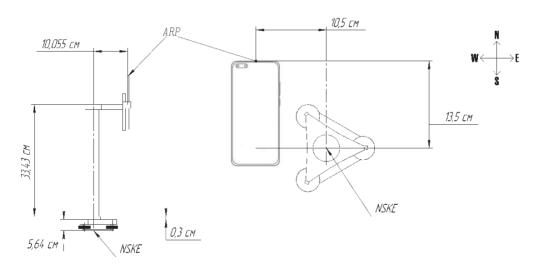


Рис. 1. Элементы редукции между выбранной опорной точкой антенны смартфона (ARP) и пунктом NSKE

Были вычислены средние смещения относительно опорной точки антенны смартфона в вертикальном положении (табл. 2) и в горизонтальном (табл. 3). «Запад», «Восток», «Юг» и «Север» в таблицах обозначают направление, куда обращена камера или верхняя грань смартфона. Значения смещения координат ( $\Delta E, \Delta N, \Delta U$ ) получены в результате обработки данных непрерывных двухчасовых наблюдений при постоянной ориентации устройства: каждая строка таблицы соответствует одному из четырех азимутов (запад, восток, юг, север). Такой подход позволил оценить азимутальную зависимость положения  $\Phi I$  антенны и исключить систематическую погрешность, связанную с несимметричным распределением электромагнитных полей внутри корпуса.

Таблица 2

Смещения координат при вертикальном положении смартфона

Ориентация камеры смартфона	ΔЕ, м	ΔΝ, м	ΔU, м	% фикс. решений
Запад	0,043	-0,038	-0,093	80
Восток	-0,023	0,023	-0,096	90
Юг	0,047	0,006	-0,073	93
Север	-0,036	0,027	-0,114	92

Таблица 3

### Смещения координат при горизонтальном положении смартфона

Ориентация верхней грани смартфона	ΔЕ, м	ΔΝ, м	ΔU, м	% фикс. решений
Запад	0,044	-0,008	-0,042	99
Восток	-0,021	0,031	-0,044	89
Юг	0,048	0,014	-0,022	88
Север	-0,033	0,041	-0,014	89

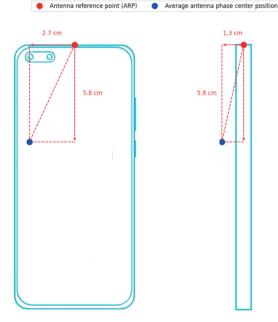


Рис. 2. Положение среднего ФЦ антенны

Усредненные параметры ФЦ в табл. 2, 3 вычислялись по формуле

$$x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i,$$
 (1)

где  $x = \Delta E$ ,  $\Delta N$ ,  $\Delta U$ , i = 1, ..., n — номер фиксированного (с устранением фазовой неоднозначности) решения.

Приведенные в табл. 2 и 3 значения смещений в географических осях пересчитывались на оси, связанные со смартфоном, после чего усреднялись по каждой оси смартфона.

Полученные результаты показывают, что ФЦ смещен на 2,7 см в сторону левого края экрана относительно вертикальной оси, проходящей через середину дисплея, на 1,3 см вглубь устройства в направлении от экрана к задней панели и на 5,8 см вниз от верхней границы корпуса (см. рис. 2).

#### 2. Алгоритмы обработки экспериментальных данных

Обработка данных выполнялась с целью сравнить выработанные координаты смартфона с эталонными координатами геодезического пункта NSKE с учетом редукции ФЦ.

Измерения обрабатывались методом относительного позиционирования с короткой базовой линией и PPP с привлечением открытой программной библиотеки

RTKLIB¹. В первом случае использовались фазовые и кодовые измерения по отдельным несущим частотам L1 и L5. Разрешение целочисленной неоднозначности осуществлялось с помощью алгоритма LAMBDA, применяемого к вектору двойных разностей фазовых измерений. В уравнения измерений PPP внесена модификация, позволяющая комбинировать эти данные на частотах L1/L5 GPS, QZSS и E1/E5a Galileo вместо L1/L2. Учитывались также дифференциальные кодовые задержки (ДКЗ) для соответствующих пар сигналов [9–11]. Уравнения кодовых и фазовых измерений ионосферно-свободной линейной комбинации (ИСЛК) для частот  $f_i$ ,  $f_j$ , задействуемых при PPP-подходе, выглядят следующим образом:

$$P_{r,IFLC}^{S,\Theta} = C_i P_{r,i}^{S,\Theta} + C_j P_{r,j}^{S,\Theta} = \rho_r^{S,\Theta} + c(dt_r - dt^{S,\Theta}) + T_r^{S,\Theta} + DCB_{i,j}^{S,\Theta} + \epsilon_{P_{IFLC}}^{S,\Theta}, \qquad (2)$$

$$L_{r,IFLC}^{S,\Theta} = C_i L_{r,i}^{S,\Theta} + C_j L_{r,j}^{S,\Theta} = \rho_r^{S,\Theta} + c(dt_r - dt^{S,\Theta}) + T_r^{S,\Theta} + A_{r,IFLC}^{S,\Theta} + \varepsilon_{L_{IFLC}}^{S,\Theta}, \tag{3}$$

где

$$C_{i} = \frac{f_{i}^{\Theta^{2}}}{f_{i}^{\Theta^{2}} - f_{i}^{\Theta^{2}}}, C_{j} = -\frac{f_{j}^{\Theta^{2}}}{f_{i}^{\Theta^{2}} - f_{i}^{\Theta^{2}}}.$$
 (4)

В (4)—(6) S и r — индексы для спутника и приемника соответственно;  $\Theta$  — индекс навигационной системы — GPS (G), Galileo (E) или QZSS (Q). Частоты  $f_{i^*}f_j$  соответствуют L1, L5 для GPS и QZSS и E1, E5а — для Galileo. Геометрическая дальность  $\rho_r^{S,\Theta}$  — это разность  $\|\mathbf{x}^{S,\Theta} - \mathbf{x}_r\|$  между положением  $\mathbf{x}^{S,\Theta} = (x^{S,\Theta}, y^{S,\Theta}, z^{S,\Theta})^T$  ФЦ антенны спутника S навигационной системы  $\Theta$  в момент  $t_k$  отправки сигнала и положением  $\mathbf{x}_r = (x_r, y_r, z_r)^T$  ФЦ антенны приемника r в момент  $t_d \cong t_k + \frac{\rho_r^{S,\Theta}}{c}$  приема сигнала; c — скорость света в вакууме;  $dt_r$  и  $dt^{S,\Theta}$  — смещения часов на приемнике и спутнике относительно системного времени ГНСС;  $T_r^{S,\Theta}$  — тропосферная задержка. ДКЗ  $DCB_{i,j}^{S,\Theta} = d_i^{S,\Theta} - d_j^{S,\Theta}$ , где  $d_i^{S,\Theta}$  и  $d_j^{S,\Theta}$  — некалиброванные кодовые задержки;  $\in_{P_{IFLC}}^{S,\Theta}$ ,  $\varepsilon_{L_{IFLC}}^{S,\Theta}$  — шумы измерений;  $A_{r,IFLC}^{S,\Theta}$  — нецелочисленная фазовая неоднозначность.

Измерения ГНСС обрабатывались с учетом полученных параметров смещения ФЦ антенны смартфона, элементов редукции положения смартфона относительно пункта NSKE, параметров вращения Земли (ERP), ДКЗ (BSX), предварительных (rapid) поправок часов спутников (CLK) и предварительных файлов точных эфемерид спутников (SP3). Использовалась маска по углу возвышения 10°. Среднеквадратические погрешности (СКП) были вычислены относительно эталонных координат пункта NSKE по формуле

$$CK\Pi = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} , \qquad (5)$$

где  $x_i$  — координаты, полученные на i-м моменте наблюдений;  $\breve{x}$  — эталонные координаты пункта NSKE; n — количество наблюдений.

Для достижения надежного решения использовались робастный адаптивный фильтр Калмана на основе вариационного байесовского подхода и фиксированно-точечный сглаживающий фильтр [9–13]. Традиционные алгоритмы оценки надежности решения PPP обладают существенным недостатком: они предполагают одинаковую погрешность наблюдений для всех типов измерений, что противоречит реальным

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> https://github.com/SergeyDolin/RTKLIB/tree/rtklib\_2.4.3\_d3

условиям. В настоящей работе эта проблема решается с помощью метода эквивалентных матриц [14, 16], который эффективно подавляет выбросы благодаря робастной весовой функции, базирующейся на классификации измерений.

Основная особенность предложенного подхода — использование робастного t-критерия Стьюдента для оценки надежности каждого измерения. Эта оценка основана на стандартизированной невязке, вычисляемой относительно навигационного решения, полученного без учета самого оцениваемого измерения.

$$T_{i}^{9} = \frac{\left|\overline{\mathbf{v}}_{i}^{9} - \frac{1}{n^{9}} \sum_{\substack{k=1 \ k \neq i}}^{n^{9}} \overline{\mathbf{v}}_{k}^{9}\right|}{\sqrt{\frac{1}{n^{9}} \sum_{\substack{k=1 \ k \neq i}}^{n^{9}} \left|\overline{\mathbf{v}}_{i}^{9} - \frac{1}{n^{9}} \sum_{\substack{k=1 \ k \neq i}}^{n^{9}} \overline{\mathbf{v}}_{k}^{9}\right|^{2}}}.$$
(6)

Здесь  $T_i^9$  — статистика Стьюдента;  $\overline{\mathbf{v}}_i^9$  — стандартизированные невязки i-го измерения 9-го типа [15]. При отсутствии аномальных погрешностей наблюдений и корректной работе динамической модели движения пункта вектор невязок  $\varsigma$ , формируемый как разность между фактическими измерениями и их прогнозными значениями, должен представлять собой последовательность независимых случайных величин и подчиняться закону нормального распределения. Вектор невязок разделяется на два по типу наблюдений, каждый из которых также имеет нормальное распределение. Нормированная невязка имеет вид:

$$\overline{\mathbf{v}}_{i}^{9} = \frac{v_{i}^{9}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{9}^{2} \mathbf{R}_{v_{i}^{9}}}},$$
(7)

где  $v_i^9$  — ненормированная невязка i-го измерения  $\vartheta$ -го типа;  $\hat{\sigma}_{\vartheta}^2$  — оценка дисперсии по типу наблюдений, вычисляемая по формуле

$$\hat{\sigma}_{\vartheta}^{2} = \frac{\varsigma_{\vartheta}^{T} \mathbf{R}_{\varsigma_{\vartheta}}^{-1} \varsigma_{\vartheta}}{n_{\vartheta}} \qquad \varsigma_{P} \sim \mathbf{N} \left( 0, \mathbf{R}_{P} + \mathbf{H}_{P} \mathbf{P}_{x_{P}} \mathbf{H}_{P}^{T} \right)}{\varsigma_{L} \sim \mathbf{N} \left( 0, \mathbf{R}_{L} + \mathbf{H}_{L} \mathbf{P}_{x_{L}} \mathbf{H}_{L}^{T} \right)}.$$
(8)

Здесь  $\varsigma_9$ — вектор невязок  $\vartheta$ -го типа измерений;  $\mathbf{R}_{\varsigma_9}^T$  — ковариационная матрица вектора невязок, определяемая как  $\mathbf{R}_{\varsigma_9} = \mathbf{R}_{\vartheta} + \mathbf{H}_{\vartheta} \mathbf{P}_{x_{\vartheta}} \mathbf{H}_{\vartheta}^T$ ;  $n_{\vartheta}$  — количество измерений  $\vartheta$ -го типа;  $\mathbf{H}_{\vartheta}$  — матрица наблюдений для  $\vartheta$ -го типа измерений, размерность которой обусловлена количеством измерений;  $\mathbf{P}_{x_{\vartheta}}$  — ковариационная матрица погрешности оценки вектора состояния, состав которого раскрывается ниже, для  $\vartheta$ -го типа измерений;  $\mathbf{R}_{\vartheta}$  — ковариационная матрица погрешностей измерений  $\vartheta$ -го типа.

Адаптивный алгоритм для каждого измерения i типа  $\vartheta \in \{P, L\}$ , где P – псевдодальность и L – фаза несущей, выглядит как

$$\Xi_{i}^{\vartheta} = \begin{cases} \frac{1}{T_{i}^{\vartheta}} \begin{pmatrix} t_{1} - t_{0} \\ t_{0} \end{pmatrix} & T_{i}^{\vartheta} \leq t_{0}(a_{0}, \tau) \\ t_{0}(a_{0}, \tau) < T_{i}^{\vartheta} \leq t_{1}(a_{1}, \tau) \\ & T_{i}^{\vartheta} > t_{1}(a_{1}, \tau) \end{cases}$$
(9)

Здесь  $\Xi_i^9$  — коэффициент инфляции дисперсии;  $t_0$  и  $t_1$  — коэффициенты значимости теста Стьюдента;  $a_0$  и  $a_1$  — степени свободы;  $\tau=n^9-1$ .

Помимо надежности, ключевым аспектом решения является выбор априорного распределения для модели процесса измерений. В данном случае задействован алгоритм оценки ковариационной матрицы шума измерений, предложенный в работе [14]. Априорное распределение задается обратным распределением Уишарта, обеспечивающим устойчивость оценок, а оценивание параметров основывается на минимизации дивергенции Кульбака—Лейблера между начальным априорным и уточненным апостериорным распределением, получаемым после обработки экспериментальных данных.

Полный алгоритм работы робастного адаптивного фильтра Калмана, базирующийся на вариационном байесовском подходе, представлен следующей последовательностью:

#### 1. Инициализация:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}, \mathbf{F}_{k-1}, \mathbf{H}_k, \mathbf{z}_k, \mathbf{R}_k, n, \tau^P, \tau^L, N$$

Здесь  $\hat{\mathbf{x}}_{k-l|k-l}$ ,  $\mathbf{P}_{k-l|k-l}$  — апостериорная оценка вектора состояния и ковариационная матрица его погрешностей на момент времени k-1 по измерениям, выполняемым вплоть до этого момента. Вектор состояния  $\mathbf{x}$  содержит:

 $\mathbf{r}_{\scriptscriptstyle I\!F\!IC}$  – вектор оцениваемых координат;

 $\mathbf{v}_{_{I\!E\!I\,C}}$  – вектор скоростей;

 $cdt_{IFLC}$  – погрешность часов;

 ${f T}_{_{I\!I\!I\!I\!I}}^{_{I\!I\!I\!I}}$  – влажную составляющую зенитной тропосферной задержки;

 $\mathbf{A}_{\mathit{IFLC}}$  – вектор нецелочисленных фазовых неоднозначностей.

Другие обозначения:

 $\mathbf{F}_{k-1}$  – переходная матрица;

 $\mathbf{z}_{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{k}^{P} \\ \mathbf{z}_{k}^{L} \end{bmatrix}$  — вектор измерений на момент k, состоящий из векторов измерений кодовых псевдодальностей  $\mathbf{z}_{k}^{P}$  и фазовых измерений  $\mathbf{z}_{k}^{L}$ ;

 $\mathbf{H}_{\scriptscriptstyle L}$  – матрица наблюдения;

 ${f R}_k^{^K}$  — ковариационная матрица шумов измерений, т.е. матрица с диагональными блоками  ${f R}_{^{^K}P}$ ,  ${f R}_{^{^L}L}$ ;  $n=n^P+n^L$ , где  $n^P$  и  $n^L$  — количество кодовых и фазовых измерений;  ${f \tau}^P=n^P-1$  и  ${f \tau}^L=n^L-1$  определяют число степеней свободы для кодовых и фазовых измерений соответственно;

параметр N – количество итераций адаптивного алгоритма.

#### 2. Прогнозирование:

$$\begin{split} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \\ \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}. \end{split}$$

Робастный *t*-тест:

$$\mathbf{v}_{k|k-1} = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1},$$
  
$$\hat{\mathbf{v}}_{k|k-1} = -\mathbf{R}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \mathbf{v}_{k|k-1}.$$

Вычисляется статистика  $T_i^{\vartheta}$  для каждого типа измерений, что позволяет учитывать их различную шумовую характеристику и чувствительность к аномалиям. Полученные коэффициенты инфляции дисперсии  $\Xi_i^{\vartheta}$  применяются к соответствующим блокам ковариационной матрицы  $\mathbf{R}_{k_{\vartheta}}$  шумов измерений, благодаря чему робастная коррекция осуществляется в рамках единого вектора измерений, объединяющего код и фазу. Это обеспечивает устойчивую оценку параметров состояния системы за счет динамического подавления влияния аномальных измерений.

# 3. Вариационное оценивание поправок:

$$\hat{\mathbf{T}}_{k|k-1} = \tau \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1},$$

$$\hat{t}_{k|k-1} = n + \tau + 1.$$

Инициализация:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(0)} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$$
,

 ${\bf P}_{k|k}^{(0)} = \tilde{\bf P}_{k|k-1} \, .$  Итерационный алгоритм минимизации дивергенции Кульбака—Лейблера, выполняемый от i=0 до N раз:

$$\begin{split} \hat{\mathbf{T}}_{k}^{(i+1)} &= \mathbf{P}_{k|k}^{(i)} + (\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T + \hat{\mathbf{T}}_{k|k-1}, \\ \hat{t}_{k}^{(i+1)} &= \hat{t}_{k|k-1} + 1, \\ \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{(i+1)} &= \frac{1}{\hat{t}_{k}^{(i+1)} - n - 1} \hat{\mathbf{T}}_{k}^{(i+1)}, \\ \mathbf{K}_{k}^{(i+1)} &= \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{(i+1)} \mathbf{H}_{k}^T \left( \mathbf{H}_{k} \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{(i+1)} \mathbf{H}_{k}^T + \mathbf{R}_{k} \right)^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i+1)} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_{k}^{(i+1)} \mathbf{v}_{k|k-1}, \\ \mathbf{P}_{k|k}^{(i+1)} &= \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{(i+1)} - \mathbf{K}_{k}^{(i+1)} \mathbf{H}_{k} \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{(i+1)}. \end{split}$$

4. Результат:

$$\begin{split} \hat{\mathbf{x}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(N)}, \mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k}^{(N)}, \\ \hat{t}_{k|k} &= \hat{t}_{k|k}^{(N)}, \hat{\mathbf{T}}_{k|k} = \hat{\mathbf{T}}_{k|k}^{(N)}. \end{split}$$

Количество итераций в алгоритме минимизации дивергенции Кульбака—Лейблера является критическим параметром, влияющим на точность оценок и вычислительную эффективность. Увеличение числа итераций, как правило, повышает точность, но требует более длительного времени для вычислений. Необходимое количество итераций также зависит от размерности векторов состояния и измерений. Для решений с большим числом измерений обычно нужно больше итераций из-за повышенной сложности оценки дополнительных параметров. Однако на практике при работе с меньшим количеством измерений, получаемых с помощью смартфона, достаточно 2-3 итераций.

# 3. Экспериментальная оценка эффективности учета смещения фазового центра

Чтобы оценить влияние смещения ФЦ антенны смартфона на точность определения местоположения в статическом режиме, методами РРР и относительного позиционирования были обработаны данные, полученные в один день в ходе десяти непересекающихся двухчасовых сеансов ГНСС-наблюдений. При этом использовалась модифицированная версия программного обеспечения RTKLIB 2.4.3 d3. При обработке данных методом относительного позиционирования базовой станцией послужил пункт NSKN, координаты которого вычислялись методом РРР на основе суточных измерений.

Для всех конфигураций обработки применялась единая маска угла возвышения спутников 10°. При отсутствии искусственных ограничений (без учета рельефа, за-

стройки и программных ограничений по углу возвышения) количество задействованных спутников в течение суток варьировалось от 14 до 23 (GPS, Galileo), а значения горизонтального и вертикального геометрических факторов HDOP и VDOP изменялись в интервалах 0,73-1,61 и 1,11-2,12 для GPS и 0,56-0,88 и 0,84-1,26 для GPS+Galileo соответственно.

В табл. 4 и 5 приведены СКП и средние погрешности (СП) координат по географическим осям E, N, U, рассчитанные как среднеквадратические и средние отклонения оценок координат в конце каждого из десяти двухчасовых статических решений относительно эталонных координат пункта NSKE. Вычисления выполнялись как без учета смещения ФЦ, так и с его учетом (2,7 см в сторону левого края экрана, на 1,3 см вглубь устройства в направлении от экрана к задней панели и на 5,8 см вниз от верхней границы корпуса).

Таблица 4 Средние и среднеквадратические погрешности определения координат методом РРР (статический режим)

Оцениваемый	Ось	Без учета смещения ФЦ		С учетом смещения ФЦ	
параметр		GPS	GPS+Galileo	GPS	GPS+Galileo
СКП, м	Е	0,105	0,110	0,111	0,077
	N	0,175	0,153	0,174	0,061
	U	0,100	0,214	0,067	0,099
СП, м	Е	0,010	-0,027	0,049	0,023
	N	-0,044	-0,153	-0,048	-0,060
	U	0,098	-0,025	0,035	0,064

Средние и среднеквадратические погрешности определения координат методом относительного позиционирования (статический режим)

Оцениваемый	Ось	Без учета смещения ФЦ		С учетом смещения ФЦ	
параметр		GPS	GPS+Galileo	GPS	GPS+Galileo
	Е	0,07	0,037	0,069	0,019
СКП, м	N	0,038	0,057	0,046	0,036
	U	0,146	0,126	0,092	0,066
	Е	-0,032	-0,018	-0,019	-0,011
СП, м	N	-0,010	-0,057	-0,020	-0,032

Учет смещения ФЦ при РРР наиболее заметно уменьшает систематическую погрешность в вертикальной компоненте (U). При использовании только сигналов GPS СКП по высоте снижается с 0,100 до 0,067 м (на 33%), а средняя погрешность – с 0,098 до 0,035 м (на 64%). Это указывает на устранение систематического сдвига, обусловленного геометрическим смещением антенны. При комбинации GPS+Galileo СКП

-0.126

-0.092

-0.064

-0.145

Таблица 5

по высоте снижается с 0,214 до 0,099 м (на 54%), а средняя погрешность изменяется с –0,025 м до 0,064 м. Этот факт свидетельствует о перераспределении систематической погрешности, вероятно вследствие различий в системных задержках между GPS и Galileo, которые при учете ФЦ становятся доминирующими. В направлениях Е и N эффект коррекции проявляется преимущественно в увеличении средней погрешности. Это говорит о том, что смещение ФЦ в этих направлениях не является основным источником систематических погрешностей.

При обработке данных методом относительного позиционирования учет смещения  $\Phi$ Ц приводит к значительному снижению СКП по высоте: с 0,146 до 0,092 м в случае GPS (на 37%) и с 0,126 до 0,066 м в случае GPS+Galileo (на 48%). Средняя погрешность по высоте также уменьшается с -0,145 м до -0,092 м при GPS и с -0,126 м до -0,064 м при GPS+Galileo, что подтверждает последовательное смещение оценок при коррекции  $\Phi$ Ц. В направлениях Е и N СКП практически не изменяется, однако средняя погрешность в восточной компоненте Е при GPS+Galileo снижается с -0,018 до -0,011 м, а в северной - с -0,057 до -0,032 м, что указывает на частичную компенсацию систематических сдвигов.

Эффект от учета смещения ФЦ наиболее значим, если привлекаются измерения только одной навигационной системы. При совместной обработке информации от нескольких систем смещение частично компенсируется за счет избыточности данных наблюдений и улучшенной геометрии наблюдаемых спутников.

#### 4. Заключение

В настоящей работе определены параметры среднего ФЦ антенны смартфона Huawei P40 Pro. Установлено, что ФЦ смещен относительно геометрического центра устройства на 2,7 см в сторону левого края экрана, на 1,3 см вглубь устройства (в направлении от экрана к задней панели) и на 5,8 см вниз от верхней границы корпуса. Это смещение оценено экспериментально на основе обработки многократных измерений при различных ориентациях устройства. Целесообразность его учета подтверждена снижением систематических погрешностей позиционирования, особенно по вертикальной компоненте.

Применение модифицированной версии метода PPP, адаптированной для обработки измерений на частотах L1/L5 и E1/E5а, в сочетании с робастным адаптивным фильтром Калмана обеспечивает устойчивость решения при высоком уровне шумов, характерных для смартфонов. Данные, полученные в ходе десяти непересекающихся двухчасовых сеансов измерений в статическом режиме, демонстрируют значимость коррекции ФЦ. Его влияние на вертикальную составляющую остается стабильным при одинаковых условиях наблюдения.

Результаты исследований подтверждают, что смартфон может применяться в задачах высокоточного позиционирования в статическом режиме, если корректируется смещение ФЦ антенны. Однако для достижения сантиметровой точности в вертикальной компоненте при мультисистемной обработке требуется также калибровка дифференциальных кодовых задержек между системами. Дальнейшие исследования будут сосредоточены на работе с BeiDou-3, уточнении моделей системных задержек и построении усовершенствованных алгоритмов разрешения фазовой неоднозначности в PPP [17]. Использование инерциальной навигационной системы может по-

высить устойчивость решения в динамических условиях, но в статическом режиме достижение необходимой точности зависит прежде всего от корректного определения положения ФЦ антенны и учета его смещения.

Работа выполнена при поддержке СЧ НИР «ГЕОТЕХ-КВАНТ-3».

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Li, M., Huang, G., Wang, L., Xie, W., BDS/GPS/Galileo Precise Point Positioning Performance Analysis of Android Smartphones Based on Real-Time Stream Data, *Remote Sensing*, 2023, vol. 15, no. 12, p. 2983, doi: 10.3390/rs15122983.
- 2. Liu, Q. et al., NLOS signal detection and correction for smartphone using convolutional neural network and variational mode decomposition in urban environment, *GPS Solutions*, 2023, vol. 27, no. 1, p. 31, doi: 10.1007/s10291-022-01369-2.
- **3. Zeng, S., Kuang, C., Yu, W.,** Evaluation of Real-Time Kinematic Positioning and Deformation Monitoring Using Xiaomi Mi 8 Smartphone, *Applied Sciences*, 2022, vol. 12, no. 1, p. 435, doi: 10.3390/app12010435.
- **4.** Липатников Л.А. Онлайн-сервис преобразования координат // Геодезия и картография. 2025. №3 (1017). С. 2–12. DOI: 10.22389/0016-7126-2025-1017-3-2-12.
- 5. Карпик А.П., Мареев А.В., Мамаев Д.С. Свободное программное обеспечение для геодезического мониторинга Moncenter // Вестник СГУГиТ. Сибирский государственный университет геосистем и технологий. 2022. Т. 27. №5. С. 43–54. DOI: 10.33764/2411-1759-2022-27-5-43-54.
- **6. Netthonglang, C., Thongtan, T., Satirapod, C.,** GNSS Precise Positioning Determinations Using Smartphones, *IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems (APCCAS)*, Proceedings, Bangkok, Thailand, 2019, pp. 401–404., doi: 10.1109/APCCAS47518.2019.8953132.
- Wanninger, L., Heßelbarth, A., GNSS code and carrier phase observations of a Huawei P30 smartphone: quality assessment and centimeter-accurate positioning, GPS Solutions, 2020, vol. 24, no. 2, doi: 10.1007/s10291-020-00978-z.
- 8. Darugna, F., Wübbena, J.B., Wübbena, G., Schmitz, M., Schön, S., Warneke, A., Impact of robot antenna calibration on dual-frequency smartphone-based high-accuracy positioning: a case study using the Huawei Mate20X, *GPS Solutions*, 2021, vol. 25, no. 1, doi: 10.1007/s10291-020-01048-0.
- 9. Долин С.В. Учет дифференциальных кодовых задержек многосистемных ГНСС-измерений при позиционировании в режиме реального времени методом Precise Point Positioning // Гироскопия и навигация. 2022. Т. 30. №4 (119). С. 142–151. DOI: 10.17285/0869-7035.00108.
- 10. Wang, N., Yuan, Y., Li, Z., Montenbruck, O., Tan, B., Determination of differential code biases with multi-GNSS observations, *Journal of Geodesy*, 2016, vol. 90, no. 3, pp. 209–228, doi: 10.1007/s00190-015-0867-4.
- **11. Аржанников А.А., Глотов В.Д., Митрикас В.В.** Вычисление дифференциальных кодовых задержек и построение карт ионосферы с помощью ГНСС // Труды Института прикладной астрономии РАН. 2022. Вып. 60. С. 3–11. DOI: 10.32876/ApplAstron.60.3-11.
- **12.** Särkkä, S., Nummenmaa, A., Recursive Noise Adaptive Kalman Filtering by Variational Bayesian Approximations, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, vol. 54, no. 3, pp. 596–600, doi: 10.1109/TAC.2008.2008348.
- **13. Huang, G., Zhang, Q.,** Real-time estimation of satellite clock offset using adaptively robust Kalman filter with classified adaptive factors, *GPS Solutions*, 2012, vol. 16, no. 4, pp. 531–539, DOI: 10.1007/s10291-012-0254-z.
- **14. Huang, Y., Zhang, Y., Wu, Z., Li, N., Chambers, J.,** A Novel Adaptive Kalman Filter With Inaccurate Process and Measurement Noise Covariance Matrices, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, vol. 63, no. 2, pp. 594–601, doi: 10.1109/TAC.2017.2730480.
- **15. Zhang, Q., Zhao, L., Zhao, L., Zhou, J.,** An Improved Robust Adaptive Kalman Filter for GNSS Precise Point Positioning, *IEEE Sensors Journal*, 2018, vol. 18, no. 10, pp. 4176–4186, doi: 10.1109/JSEN.2018.2820097.
- **16. Pan, C., Li, Z., Gao, J., Li, F.,** A variational Bayesian-based robust adaptive filtering for precise point positioning using undifferenced and uncombined observations, *Advances in Space Research*, 2021, vol. 67, no. 6, pp. 1859–1869, doi: 10.1016/j.asr.2020.12.022.

17. Yi, D., Hayden, C., Bisnath, S., Enhancing Smartphone Positioning with Galileo HAS Corrections and an Environmentally-Aware PPP/IMU Approach, *IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)*, 2025, doi: 10.1109/PLANS61210.2025.11028581.

**Dolin, S.V., Malikov, A.O., Chukhleb, N.S., Bessonov, V.S.** (Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk)

High-Precision GNSS-Positioning with a Smartphone Considering Its Antenna Phase Center Displacement, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2025, vol. 33, no. 3 (130), pp. 20–32.

Abstract. Active development of mass-produced devices with dual-frequency microcircuits capable of processing the code and phase signals from global navigation satellite systems (GNSS) opens up new opportunities for high-precision positioning in geodesy. However, the use of smartphones for such tasks is limited by the lack of data on the position of their antenna phase centers. This paper presents the results of an experiment during which the location of the mean phase center of the GNSS antenna of Huawei P40 Pro smartphone was determined at a point with known coordinates, using the Precise Point Positioning (PPP) method, and the effect of the information obtained on the positioning error was estimated. The study showed that the antenna's mean phase center is displaced relative to the geometric center of the device by 2.7 cm towards the left edge of the screen, by 1.3 cm deep into the body (from the screen towards the back panel), and by 5.8 cm down from its upper edge. Based on these data, it is possible to correct the systematic positioning errors.

Key words: navigation, GNSS, new generation smartphones, Precise Point Positioning.

Материал поступил 04.08.2025