

УДК 531.383.01:629.1
DOI 10.17285/0869-7035.0007

Я. И. БИНДЕР, Т. В. ПАДЕРИНА, Ю. А. ЛИТМАНОВИЧ

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ СХЕМ НАВИГАЦИОННОГО СЧИСЛЕНИЯ НА ОДНОМ СВОБОДНОМ ГИРОСКОПЕ

В статье рассматривается предложенный ранее метод обеспечения невозмущаемости навигационного счисления (НС), базирующийся на построении одноканальной инерциальной вертикали с помощью трехосного измерителя ускорений (ИУ) и только одного свободного гироскопа, а также компенсации влияния инерционных ускорений непосредственно в счислимых координатах по информации внешнего измерителя скорости (лага). Анализируются специфические для данной схемы методические погрешности НС, в частности, обусловленные тем, что положения ИУ и лага для морских подводных и надводных водоизмещающих объектов в общем случае не совпадают друг с другом и с центром качания объекта.

Приводятся аналитические расчеты и результаты моделирования, показывающие, что для рассматриваемого класса объектов уровень методических погрешностей навигационного счисления крайне незначителен.

Ключевые слова: навигационное счисление, одноканальная вертикаль с корректируемым маятником, свободный гироскоп, методические погрешности.

Введение

В работе [1] было показано, что с помощью трехосного измерителя ускорений (ИУ) и только одного свободного гироскопа (СГ) с вектором кинетического момента в вертикальной плоскости можно построить одноканальную инерциальную вертикаль (ИВ). Тогда по информации о выработанном в канале ИВ ускорении объекта и скорости объекта от внешнего измерителя можно компенсировать погрешность счислимых координат, обусловленную влиянием путевого (относительного) ускорения на угол курса, используемый для счисления. Данный принцип организации непрерывной навигации стал называться после некоторой трансформации одноканальной вертикалью с корректируемым маятником (ОВКМ) [4].

Рассматриваемая схема имеет методические погрешности, связанные как с линеаризацией применяемого алгоритма коррекции счислимых координат, так и с невозможностью компенсировать по данным лага измеряемое акселеромет-

Биндер Яков Исаакович. Кандидат технических наук, главный конструктор по направлению – начальник Научно-технического центра технических методов и средств управляемого бурения и подземной навигации, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Падерина Татьяна Владимировна. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор».

Литманович Юрий Аронович. Доктор технических наук, ученый секретарь, начальник отдела, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

рами переносное ускорение, возникающие на качке при ненулевых отстояниях данных измерителей от центра качания объекта.

В статье приведены аналитические расчеты и результаты моделирования, позволяющие оценить уровень рассматриваемых методических погрешностей для различных параметров качки и вариантов взаимного положения ИУ, внешнего измерителя скорости и центра качания, характерных для морских подводных и надводных объектов с водоизмещением в несколько десятков тысяч тонн. При этом в качестве примера рассматривается схема на одном СГ с полярной ориентацией вектора кинетического момента, хотя выявляемые закономерности в равной мере справедливы как для полярной (СГ–П), так и для экваториальной (СГ–Э) ориентации СГ.

Основные положения подхода ОВКМ применительно к задаче НС

Для упрощения восприятия материала статьи приведем основные положения рассматриваемого подхода, подробно изложенного в работе [1].

При формировании счислимых координат φ, λ водоизмещающего морского объекта с помощью схемы ОВКМ, содержащей ИУ и один СГ, установленные непосредственно на палубе, и лаг, имеем [1]:

$$\varphi - \varphi(0) = \int_0^t \frac{V_{y0} \cos K - V_{x0} \sin K}{R} dt, \quad (1)$$

$$\lambda - \lambda(0) = \int_0^t \frac{V_{y0} \sin K + V_{x0} \cos K}{R \cos \varphi} dt, \quad (2)$$

где для общности учтены обе (продольная V_{y0} и поперечная V_{x0}) составляющие вектора скорости, измеряемые абсолютным лагом (при использовании относительного лага $V_{x0} = 0$). Выражения (1) и (2) представлены исходя из допущений, что углы килевой ψ и бортовой θ качки объекта (рис. 1) малы, K – курс объекта, R – радиус сферической модели Земли.

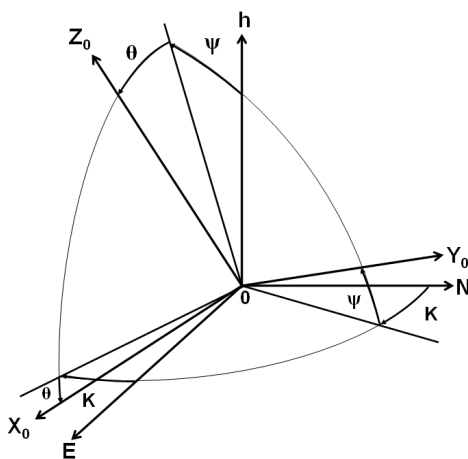


Рис. 1

Погрешности широты места $\Delta\varphi$ и отшествия ΔW , являющиеся следствием погрешности выработки курса ΔK , имеют в первом приближении следующий вид:

$$\Delta\varphi = \int_0^t \frac{\Delta K \cdot V_E}{R} dt, \quad \Delta W = \int_0^t \frac{\Delta K \cdot V_N}{R} dt, \quad (3)$$

где V_N, V_E – северная и восточная составляющие линейной скорости движения объекта.

Будем считать, что центр o связанной с объектом системы координат (СК) $oX_0Y_0Z_0$ (рис. 1), так же как и центр географической СК $oENh$, находится в центре качания (ц. к.) объекта, который можно рассматривать в качестве неподвижной точки [3].

Для схемы с СГ–П имеем следующее соотношение [1]:

$$\Delta K = tg\varphi \frac{\dot{V}_E}{g} \quad (g - \text{ускорение свободного падения}), \quad (4)$$

которое устанавливает зависимость ΔK от измеряемой акселерометрами составляющей вектора кажущегося ускорения, действующей вдоль оси oE географической СК $oENh$. Тогда, рассматривая только путевую (относительную) составляющую ускорения $\dot{V}_E$, связанную с линейным перемещением центра o объекта, преобразуем выражения (3) следующим образом:

$$\Delta\varphi = tg\varphi \cdot \frac{V_E^2 - V_{0E}^2}{2g \cdot R}, \quad (5)$$

$$\Delta W = \frac{tg\varphi}{g \cdot R} \left[(V_E \cdot V_N - V_{0E} \cdot V_{0N}) - \int_0^t V_E \dot{V}_N dt \right], \quad (6)$$

из которых следует, что погрешность $\Delta\varphi$ может быть определена и компенсирована по данным лага с помощью квадратичной формы типа $\frac{(V^a)^2 - V_0^a)^2}{g}$.

Для полной компенсации ΔW кроме скорости от лага требуется информация о составляющей ускорения объекта, формируемой в контуре построения ИВ (для рассматриваемой схемы с СГ–П это северная составляющая ускорения объекта $\dot{V}_N$). Вносимые при такой компенсации величины $\Delta\varphi^{\Pi}, \Delta W^{\Pi}$ зависят от ошибок $\Delta V_E^a, \Delta V_N^a$, обусловленных погрешностью лага, следующим образом [1]:

$$\Delta\varphi^{\Pi} = tg\varphi \cdot \frac{V_E^a \cdot \Delta V_E^a}{g \cdot R}, \quad \Delta W^{\Pi} \cong \frac{tg\varphi (V_E^a \cdot \Delta V_N^a)}{g \cdot R} \quad (7)$$

и, как показано в [4], для исследуемого класса объектов являются исчезающе малыми.

Вместе с тем только путевой составляющей ускорения $\dot{V}_E$ зависимость погрешностей счисляемых координат от действия ускорения в предлагаемой схеме

не исчерпывается. Ниже рассмотрены методические погрешности данной схемы, которые не удается скомпенсировать по данным лага.

Анализ влияния неучтенной в схеме ОВКМ составляющей ускорения

Прежде всего, уточним понятие «неучтенное ускорение», введя величину $n_H = n_E - \dot{V}_E$, и определим согласно (4) обусловленную ею погрешность выработки курса как

$$\Delta K_H = \operatorname{tg} \varphi \frac{n_H}{g}. \quad (8)$$

Вектор кажущегося ускорения $\vec{n}$ в месте установки ИУ при допущении, что объект является абсолютно жестким, может быть представлен в виде [5]

$$\vec{n} = \vec{n}_0 + \dot{\vec{\omega}}_0 \times \vec{\rho} + \vec{\omega}_0 \times (\vec{\omega}_0 \times \vec{\rho}), \quad (9)$$

где $\vec{n}_0$ – вектор кажущегося ускорения в центре o (рис. 1) объекта

$$\vec{n}_0 = \vec{\dot{V}}_0 + (\vec{\Omega} + \vec{\omega}_0) \times \vec{V}_0 - \vec{g}. \quad (10)$$

В (10) $\vec{\dot{V}}_0; (\vec{\Omega} + \vec{\omega}_0) \times \vec{V}_0; \vec{g}$ – векторы относительного, кориолисова ускорений и ускорения силы тяжести соответственно [5, 6]; $\vec{V}_0, \vec{\omega}_0, \vec{\Omega}$ – векторы линейной скорости объекта, угловых скоростей объекта и суточного вращения Земли.

Слагаемые $\dot{\vec{\omega}}_0 \times \vec{\rho}$ и $\vec{\omega}_0 \times (\vec{\omega}_0 \times \vec{\rho})$ в (9) – вращательная и центробежная составляющие ускорения соответственно [7], обусловленные влиянием качки при наличии отстояния ИУ от ц. к. объекта. В дальнейшем будем придерживаться терминологии [7] и называть ускорение $\vec{n}_H = \dot{\vec{\omega}}_0 \times \vec{\rho} + \vec{\omega}_0 \times (\vec{\omega}_0 \times \vec{\rho})$ переносным.

В (9) введены:

$$\vec{\omega}_0 = \begin{bmatrix} \omega_{x0} \\ \omega_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix} \text{ – вектор } \vec{\omega}_0 \text{ в осях связанной с объектом СК } oX_0Y_0Z_0 \text{ (рис. 1);}$$

$$\vec{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{x0} \\ \rho_{y0} \\ \rho_{z0} \end{bmatrix} \text{ – радиус-вектор, характеризующий отстояние ИУ от ц. к. объекта.}$$

Согласно (9), проекции кажущегося ускорения места установки ИУ на оси трехгранника $oX_0Y_0Z_0$ будут иметь вид:

$$\begin{aligned} n_{x0} &= n_{x0}^0 + \dot{\omega}_{y0}\rho_{z0} - \dot{\omega}_{z0}\rho_{y0} + \omega_{x0}(\omega_{y0}\rho_{y0} + \omega_{z0}\rho_{z0}) - \rho_{x0}(\omega_{y0}^2 + \omega_{z0}^2), \\ n_{y0} &= n_{y0}^0 + \dot{\omega}_{z0}\rho_{x0} - \dot{\omega}_{x0}\rho_{z0} + \omega_{y0}(\omega_{x0}\rho_{x0} + \omega_{z0}\rho_{z0}) - \rho_{y0}(\omega_{x0}^2 + \omega_{z0}^2), \\ n_{z0} &= n_{z0}^0 + \dot{\omega}_{x0}\rho_{y0} - \dot{\omega}_{y0}\rho_{x0} + \omega_{z0}(\omega_{y0}\rho_{y0} + \omega_{x0}\rho_{x0}) - \rho_{z0}(\omega_{y0}^2 + \omega_{x0}^2), \end{aligned} \quad (11)$$

где $\vec{n}_0 = \begin{bmatrix} n_{x0}^0 \\ n_{y0}^0 \\ n_{z0}^0 \end{bmatrix}$ – вектор ускорения $\vec{n}_0$ в осях СК $oX_0Y_0Z_0$.

Поскольку в данной работе анализ проводится на примере полярной ориентации СГ (что, как уже было указано, не умаляет общности выводов), нас будут интересовать только составляющие ускорения, действующие по оси oE СК $oENh$ (см. (4)):

$$n_E = c_{11}n_{x0} + c_{12}n_{y0} + c_{13}n_{z0}, \quad (12)$$

где c_{11}, c_{12}, c_{13} – элементы матрицы ориентации C_0^h , связывающей системы координат $oENh$ и $oX_0Y_0Z_0$:

$$C_0^h = \begin{matrix} E \\ N \\ h \end{matrix} \begin{matrix} X_0 & Y_0 & Z_0 \\ \left[\begin{array}{ccc} \cos K \cos \theta + \sin K \sin \theta \sin \psi & \sin K \cos \psi & \cos K \sin \theta - \sin K \sin \psi \cos \theta \\ -\sin K \cos \theta + \cos K \sin \psi \sin \theta & \cos K \cos \psi & -(\sin K \sin \theta + \cos K \sin \psi \cos \theta) \\ -\cos \psi \sin \theta & \sin \psi & \cos \psi \cos \theta \end{array} \right] \end{matrix}. \quad (13)$$

Выражение для n_E может быть получено в более удобном для последующего анализа виде – непосредственным проектированием (9) на ось oE СК $oENh$:

$$n_E = n_{E0} + n_{EP}, \quad (14)$$

где

$$n_{E0} = \dot{V}_E - (2\Omega \sin \varphi + \frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi - \dot{K})V_N - g_E, \quad (15)$$

$$n_{EP} = \dot{\omega}_N \rho_h - \dot{\omega}_h \rho_N + \omega_E (\omega_N \rho_N + \omega_h \rho_h) - \rho_E (\omega_N^2 + \omega_h^2). \quad (16)$$

Таким образом, с учетом (8), (14)–(16) «неучтенная» составляющая ускорения n_H имеет вид:

$$n_H = n_E - \dot{V}_E = -(2\Omega \sin \varphi + \frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi - \dot{K})V_N - g_E + n_{EP}. \quad (17)$$

В (17) g_E – проекция вектора действительной силы тяжести на ось oE СК $oENh$ [5].

Одна из составляющих ускорения $n_H = -V_N \left(2\Omega \sin \varphi + \frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi \right) - g_E = a_{BE}$ представляет собой так называемое «вредное» ускорение, типичное для любой ИНС, которое обычно компенсируется при формировании проекций кажущегося ускорения на оси СК $oENh$ [5].

Скорость нарастания погрешностей координат в схеме ОВКМ при неучете ускорения a_{BE} составляет $\approx 0,004$ уз. (при $K = \text{const}$, $V_{y0} = 10$ уз., $\varphi = 60^\circ$), что уже много меньше инструментальных погрешностей любого существующего или перспективного лага. Можно показать, что при формировании соответствующих поправок в числимые координаты для компенсации влияния a_{BE} эта скорость становится на порядок меньше.

Другая составляющая $n_H - \dot{K}V_N$ также приводит к появлению погрешностей счислимых координат. Тем не менее, данные погрешности могут быть определены и скомпенсированы за счет введения соответствующих поправок:

$$\begin{aligned}\delta\varphi &= \frac{tg\varphi V_{y0}^2}{4Rg} \cos 2K|_0^\tau, \\ \delta W &= \frac{tg\varphi V_{y0}^2}{2Rg} \left[K|_0^\tau + \frac{1}{2} \sin 2K|_0^\tau \right].\end{aligned}\quad (18)$$

Поправки (18) получены с использованием интегрирования по частям на интервале $|_0^\tau$ выражения (3), в котором $\Delta K = tg\varphi \frac{\dot{K}V_N}{g}$. Погрешности ввода поправки (18) не превышают 2 м (при $|\cos 2K|_0^\tau| = 2$, $V_{y0} = 10$ уз., $\varphi = 60^\circ$).

Наконец, последняя компонента n_H в (17) – n_{EP} представляет переносное ускорение.

Заметим, что при наличии трехосного измерителя скорости и установке его в точке размещения трехосного акселерометра, введение поправок (5), (6) в счислимые координаты обеспечит компенсацию как путевого, так и переносного ускорения. Однако, учитывая гипотетичность данной ситуации, последующее рассмотрение влияния n_{EP} производится для наиболее часто встречающегося на практике случая, когда счисление осуществляется по данным относительного лага, измеряющего только сглаженную продольную составляющую скорости объекта, и, таким образом, практически не измеряющего составляющую переносного ускорения на качке.

В выражении (16) для n_{EP} используются следующие обозначения:

$\omega_E, \omega_N, \omega_h, \dot{\omega}_E, \dot{\omega}_N, \dot{\omega}_h$ – составляющие угловой скорости и углового ускорения, обусловленные качкой объекта, в проекциях на оси СК $0ENh$;

$\begin{bmatrix} \rho_E \\ \rho_N \\ \rho_h \end{bmatrix}$ – составляющие радиус-вектора $\vec{\rho}$ в проекциях на оси СК $0ENh$, кото-

рые можно получить с использованием матрицы C_h^0 (11):

$$\begin{aligned}\rho_E &= c_{11}\rho_{x0} + c_{12}\rho_{y0} + c_{13}\rho_{z0}, \\ \rho_N &= c_{21}\rho_{x0} + c_{22}\rho_{y0} + c_{23}\rho_{z0}, \\ \rho_h &= c_{31}\rho_{x0} + c_{32}\rho_{y0} + c_{33}\rho_{z0}.\end{aligned}\quad (19)$$

или

$$\begin{aligned}\rho_E &= \rho_{x0}(\cos K \cos \theta + \sin K \sin \psi \sin \theta) + \rho_{y0} \sin K \cos \psi + \rho_{z0}(\sin \theta \cos K - \sin \psi \sin K \cos \theta) \\ \rho_N &= \rho_{x0}(-\sin K \cos \theta + \cos K \sin \psi \sin \theta) + \rho_{y0} \cos K \cos \psi - \rho_{z0}(\sin \theta \sin K + \sin \psi \cos K \cos \theta) \\ \rho_h &= -\rho_{x0} \cos \psi \sin \theta + \rho_{y0} \sin \psi + \rho_{z0} \cos \psi \cos \theta.\end{aligned}\quad (20)$$

Составляющие угловой скорости $\omega_E, \omega_N, \omega_h$ и углового ускорения $\dot{\omega}_E, \dot{\omega}_N, \dot{\omega}_h$, входящие в выражение (16), определяются соотношениями:

$$\begin{aligned}\omega_E &= \dot{\theta} \sin K \cos \psi + \dot{\psi} \cos K, \\ \omega_N &= \dot{\theta} \cos K \cos \psi - \dot{\psi} \sin K, \\ \omega_h &= -\dot{K};\end{aligned}\quad (21)$$

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_E &= \ddot{\theta} \sin K \cos \psi + \ddot{\psi} \cos K + \dot{K}(\dot{\theta} \cos K \cos \psi - \dot{\psi} \sin K) - \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \psi \sin K, \\ \dot{\omega}_N &= \ddot{\theta} \cos K \cos \psi - \ddot{\psi} \sin K - \dot{K}(\dot{\theta} \sin K \cos \psi + \dot{\psi} \cos K) - \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \psi \cos K, \\ \dot{\omega}_h &= -\ddot{K};\end{aligned}\quad (22)$$

где $\dot{K}, \dot{\psi}, \dot{\theta}, \ddot{K}, \ddot{\psi}, \ddot{\theta}$ – соответственно угловые скорости и угловые ускорения рыскания, продольных и боковых колебаний объекта.

Выражения (21), (22) упрощены за счет исключения членов, определяемых угловыми скоростями вращения Земли и перемещения объекта по ее поверхности.

Подставляя выражения (20), (21), (22) в (16), для ускорения $n_{EП}$ получим:

$$\begin{aligned}n_{EП} &= \rho_{x0} \left\{ \ddot{K}(-\sin K \cos \theta + \cos K \sin \psi \sin \theta) - \dot{K}^2(\cos K \cos \theta + \sin K \sin \psi \sin \theta) + \right. \\ &\quad \left. + \dot{K}[\dot{\theta}(\sin \theta \sin K + \cos K \cos \theta \sin \psi) + 2\dot{\psi} \cos K \sin \theta \cos \psi + \dot{\theta} \sin \theta \sin K \cos^2 \psi] + \right. \\ &\quad \left. + \ddot{\psi} \sin \theta \cos \psi \sin K - \ddot{\theta} \sin \theta \cos^2 \psi \cos K - \dot{\theta}^2 \cos \theta \cos^2 \psi \cos K - \dot{\psi}^2 \sin \theta \sin \psi \sin K + \right. \\ &\quad \left. + \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \cos \psi \sin K + \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \sin 2\psi \cos K \right\} + \\ &\quad + \rho_{y0} \left\{ \ddot{K} \cos K \cos \psi - \dot{K}^2 \sin K \cos \psi - \dot{K}(2\dot{\psi} \sin \psi \cos K - \dot{\theta} \cos \psi \sin \psi \sin K) - \dot{\psi} \sin \psi \sin K + \right. \\ &\quad \left. + \ddot{\theta} \cos \psi \sin \psi \cos K - \dot{\psi}^2 \cos \psi \sin K + \dot{\psi} \dot{\theta} \cos^2 \psi \cos K - \dot{\psi} \dot{\theta} \sin^2 \psi \cos K \right\} + \\ &\quad + \rho_{z0} \left\{ -\ddot{K}(\sin K \sin \theta + \cos K \sin \psi \cos \theta) - \dot{K}^2(\cos K \sin \theta - \sin K \sin \psi \cos \theta) + \right. \\ &\quad \left. + \dot{K}[-2\dot{\psi} \cos K \cos \theta \cos \psi + \dot{\theta}(\cos K \sin \theta \sin \psi - \cos \theta \sin K) + \dot{\theta} \sin K \cos \theta \cos^2 \psi] - \right. \\ &\quad \left. - \ddot{\psi} \cos \theta \cos \psi \sin K + \ddot{\theta} \cos \theta \cos^2 \psi \cos K - \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos^2 \psi \cos K + \dot{\psi}^2 \cos \theta \sin \psi \sin K + \right. \\ &\quad \left. + \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \sin \psi \sin K - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \sin 2\psi \cos K \right\}.\end{aligned}\quad (23)$$

Анализ структуры ускорения $n_{EП}$ (23) достаточно сложен. Гораздо проще проанализировать интеграл от этого ускорения: $\int_0^t n_{EП} dt = V_{EП}$. Тем более что погрешности координат, обусловленные влиянием $n_{EП}$, будут зависеть именно от этого интеграла:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{1}{R} \int_0^t \frac{tg\varphi}{g} \frac{n_{EP}}{g} V_E dt, \quad \Delta W_1 = \frac{1}{R} \int_0^t \frac{tg\varphi}{g} \frac{n_{EP}}{g} V_N dt \quad (24)$$

или для постоянных значений продольной скорости и курса:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{V_E tg\varphi}{Rg} \int_0^t n_{EP} dt, \quad \Delta W_1 = \frac{V_N tg\varphi}{Rg} \int_0^t n_{EP} dt.$$

Скорость V_{EP} может быть получена либо интегрированием (23), либо непосредственным проектированием вектора переносной скорости $\vec{V} = \vec{\omega}_0 \times \vec{\rho}$ [7, 8, 9] на ось oE СК $oENh$:

$$V_{EP} = \omega_N \rho_h - \omega_h \rho_N. \quad (25)$$

Подставляя выражения (20), (21) в (25), получим:

$$\begin{aligned} V_{EP} = & \rho_{x0} \left[-\dot{K} \sin K \cos \theta + \dot{K} \cos K \sin \psi \sin \theta - \dot{\theta} \sin \theta \cos^2 \psi \cos K + \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi \sin K \right] + \\ & + \rho_{y0} \left[\dot{K} \cos K \cos \psi - \dot{\psi} \sin \psi \sin K + \dot{\theta} \cos \psi \sin \psi \cos K \right] + \\ & + \rho_{z0} \left[-\dot{K} (\sin K \sin \theta + \cos K \sin \psi \cos \theta) + \dot{\theta} \cos K \cos \theta \cos^2 \psi - \dot{\psi} \sin K \cos \psi \cos \theta \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Анализ выражения (26) показывает, что для характерных для морских объектов параметров углового движения и отстояния ИУ от ц. к. скорость V_{EP} имеет характер гармонических колебаний и появление «вековых» членов в V_{EP} , и, соответственно, в погрешностях счислимых координат, невозможно. Данный вывод подтверждает отсутствие постоянных составляющих в ускорении n_{EP} .

Отметим, что погрешности координат (24) войдут в качестве составляющих суммарной оценки погрешностей счислимых координат в результаты моделирования, представленные в следующем параграфе при задании отстояния блока ИУ от ц. к. и в последнем разделе данной работы при рассмотрении отстояния блока ИУ и лага от ц. к. объекта.

Анализ влияния линеаризации алгоритма коррекции счисления в схеме ОБКМ

До сих пор в [1] при анализе влияния относительного ускорения на погрешности счислимых координат не учитывалось наличие в формулах (3) членов второго порядка малости относительно ΔK , которые не удается скомпенсировать поправками к координатам места в соответствии с алгоритмом ОБКМ. Вместе с тем появление величины ΔK^2 , вполне очевидно ожидаемое при рассмотрении второго приближения этого алгоритма коррекции, подразумевает, помимо дополнительного и, как правило, незначительного влияния относительного ускорения, возникновения еще одного механизма влияния, который действительно требует количественной оценки, — детектирования, связанного с действием переносного ускорения.

Учитывая в (1), (2) только члены второй степени ΔK и руководствуясь принципом суперпозиции, получим выражения для соответствующих погрешностей:

$$\Delta\varphi_2 = \int_0^t \frac{\Delta K^2 \cdot V_N}{2R} dt, \quad (27)$$

$$\Delta W_2 = \int_0^t \frac{\Delta K^2 \cdot V_E}{2R} dt. \quad (28)$$

Влияние ΔK^2 на погрешности координат можно оценить с помощью численного моделирования.

Прежде всего рассмотрим влияние погрешности ΔK^2 , обусловленной действием относительного ускорения $\dot{V}_E$. Непосредственно само выражение для ΔK^2 в рассматриваемом случае нетрудно получить с использованием (4).

Ниже на рис. 2 приведены графики изменения координат места, полученные моделированием схемы ОВКМ в сравнении со схемой НС на основе гирогоризонткомпаса (ГТК) (при использовании ИНС), при задании постоянного относительного ускорения объекта, действующего на определенном интервале времени.

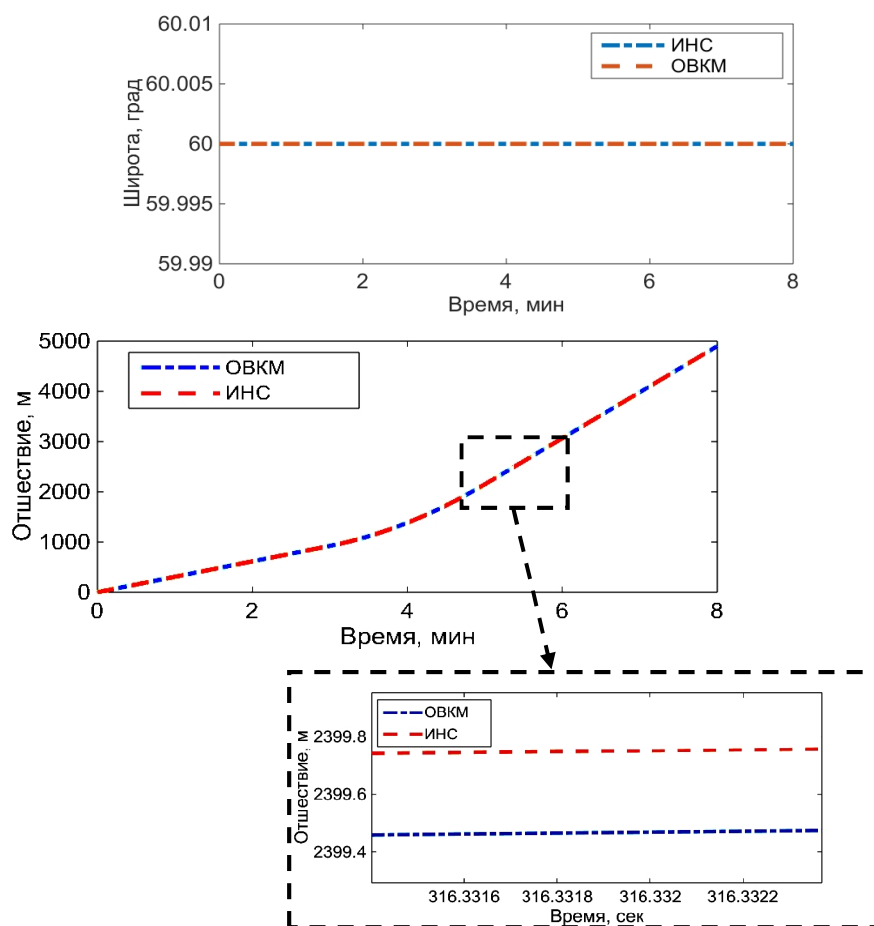


Рис. 2

Условия моделирования:

- $\varphi_0 = 60^\circ$; $\lambda_0 = 0^\circ$; $K_0 = 90^\circ$; $V_0 = 10$ уз.;
- ускорение $dV/dt = 0,085$ м/с² на интервале $t = 3 \div 5$ мин;
- погрешности внешнего измерителя скорости и СГ–П отсутствуют;
- отстояние трехканального блока ИУ и внешнего измерителя скорости от ц. к. объекта отсутствует.

Из первого графика (рис. 2) видно, что при задании постоянного относительного ускорения на интервале от 3 до 5 мин выходная широта остается невозмущенной, как и в схеме счисления на ГГК. На втором графике показана долгота, вырабатываемая соответственно в схеме ОВКМ и в схеме счисления на ГГК. Как видим, невязка между ними, обусловленная влиянием погрешности ΔK^2 от действия относительного ускорения, незначительна (не превышает 0,3 м).

Далее оценим влияние на величины $\Delta\varphi, \Delta W$ погрешности ΔK^2 , обусловленной действием переносного ускорения n_{EP} , которое согласно (23) содержит гармонические составляющие. Поскольку в ΔK^2 ускорение n_{EP} входит в квадрате, можно предположить, что погрешность ΔK^2 будет содержать постоянную составляющую.

На рис. 3 и 4 приведены погрешности $\Delta\varphi, \Delta W$ для схемы ОВКМ при следующих условиях моделирования: угловое движение объекта задается в виде гармонических колебаний:

$$\begin{aligned} K &= K_0 + A_K \sin\left(\frac{2\pi}{T_K} t + \psi_K\right), \\ \psi &= A_\psi \sin\left(\frac{2\pi}{T_\psi} t + \psi_\psi\right), \\ \theta &= A_\theta \sin\left(\frac{2\pi}{T_\theta} t + \psi_\theta\right), \end{aligned} \quad (29)$$

где K_0 – постоянное значение угла курса; A_K, A_ψ, A_θ – амплитуды гармонических колебаний углов рысканья, продольных и боковых колебаний объекта; $T_K, T_\psi, T_\theta, \psi_K, \psi_\psi, \psi_\theta$ – периоды и фазы соответствующих колебаний (с целью проявления наибольшего эффекта детектирования (см. (23)) фазы всех колебаний заданы одинаково: $\psi_K, \psi_\psi, \psi_\theta = 0$); $K_0 = 0^\circ$;

Т а б л и ц а 1

Отстояние ИУ от ц. к., м	
ρ_{x0}	5
ρ_{y0}	15
ρ_{z0}	5

$A_K = 2^\circ, T_K = 15c$; $A_\psi = 6^\circ, T_\psi = 10c$; $A_\theta = 6^\circ, T_\theta = 10c$; погрешности внешнего измерителя скорости и СГ–П отсутствуют; параметры отстояния блока ИУ от ц. к. объекта приведены в табл. 1; $\varphi_0 = 60^\circ$; $V_0 = 10$ уз.

Результаты моделирования показывают, что погрешность $\Delta\varphi$ в этом случае действительно имеет нарастающий характер, однако совершенно очевидно, что такой рост ≈ 6 м/ч (эквивалентный ошибке скорости 0,003 уз.) на порядок ниже инструментальной погрешности любого лага.

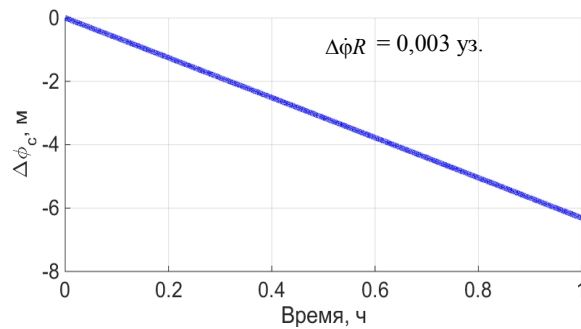


Рис. 3

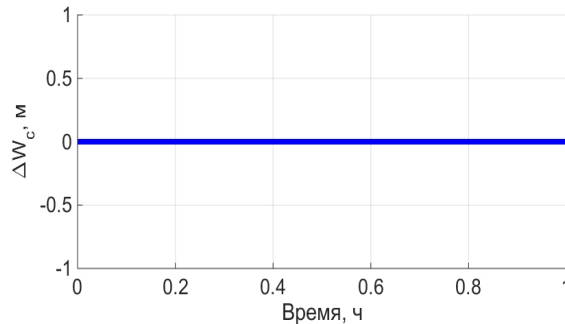


Рис. 4

Влияние взаимного положения блока ИУ, внешнего измерителя скорости и центра качания объекта.

Анализ и суммарные результаты моделирования

Одним из предметов исследований предыдущего раздела являлись погрешности НС, связанные с действием переносного ускорения n_{EP} при наличии отстояния блока ИУ от ц. к. объекта, характеризующие, как уже отмечалось, методические погрешности схемы ОВКМ в случае использования относительного лага. В настоящем разделе рассматривается суммарное влияние на точность НС отстояния от ц. к. объекта как блока ИУ, так и лага, при этом подразумевается, что счисление производится по данным абсолютного лага, измеряющего скорости переносного движения на качке.

Как известно [5], векторы линейной скорости ц. к. объекта $\bar{V}_0$ и места установки лага $\bar{V}_0^n$ связаны следующим соотношением:

$$\bar{V}_0^n = \bar{V}_0 + \delta \bar{V} = \bar{V}_0 + (\bar{\omega}_0 - \Omega) \times \bar{\rho}^n, \quad (30)$$

где $\bar{\rho}^n = \begin{bmatrix} \rho_{x0}^n \\ \rho_{y0}^n \\ \rho_{z0}^n \end{bmatrix}$ – радиус-вектор, характеризующий отстояние лага от ц. к. объ-

екта в системе координат $oX_0Y_0Z_0$.

Проектируя вектор $\bar{V}_0^{\pi}$ (30) на продольную ось OY_0 и поперечную ось OX_0 связанного с объектом трехгранника $OX_0Y_0Z_0$, получим следующие выражения для соответствующих составляющих скорости:

$$V_{y0}^{\pi} = V_{y0} + \delta V_{y0}, \quad (31)$$

$$V_{x0}^{\pi} = V_{x0} + \delta V_{x0},$$

$$\text{где } \delta V_{y0} = (\omega_{z0} \rho_{x0}^{\pi} - \omega_{x0} \rho_{z0}^{\pi}),$$

$$\delta V_{x0} = (\omega_{y0} \rho_{z0}^{\pi} - \omega_{z0} \rho_{y0}^{\pi}), \quad (32)$$

$$\omega_{x0} = \dot{K}\theta + \dot{\psi}, \quad \omega_{y0} = \dot{\theta} - \dot{K}\psi, \quad \omega_{z0} = \dot{\psi}\theta - \dot{K}$$

(при условии малости углов качки $\sin \psi = \psi$, $\sin \theta = \theta$, $\cos \psi = 1$, $\cos \theta = 1$).

Отметим, что в (32) по тем же причинам, что и в (20), (21), не учитывается составляющая угловой скорости вращения Земли.

При варьировании алгоритма (1) и (2) с учетом (31) к погрешностям численных координат (3) добавятся следующие:

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_3 &= \frac{1}{R} \left[\int_0^t (\delta V_{y0} \cos K - \delta V_{x0} \sin K) dt - \int_0^t \Delta K (\delta V_{y0} \sin K + \delta V_{x0} \cos K) dt \right], \\ \Delta W_3 &= \frac{1}{R} \left[\int_0^t (\delta V_{y0} \sin K + \delta V_{x0} \cos K) dt + \int_0^t \Delta K (\delta V_{y0} \cos K + \delta V_{x0} \sin K) dt \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

Составляющие погрешностей в (33)

$$\frac{1}{R} \int_0^t (\delta V_{y0} \cos K - \delta V_{x0} \sin K) dt \quad \text{и} \quad \frac{1}{R} \int_0^t (\delta V_{y0} \sin K + \delta V_{x0} \cos K) dt \quad (34)$$

свойственны числению как таковому. Несложно убедиться, что даже при совпадении частот угловой скорости рыскания и бортовой качки или угловой скорости рыскания и килевой качки (см. соответственно выражения для ω_{x0} , ω_{y0} в (32)) и достаточно большом значении параметра $\rho_{z0}^{\pi} = -10\text{ м}$ (ρ_{x0}^{π} , как правило, близок к 0) скорость нарастания погрешностей выработки координат не превысит значения 0,006 уз., что значительно ниже погрешностей современных измерителей абсолютной скорости.

Подынтегральные выражения слагаемых $\frac{1}{R} \int_0^t \Delta K (\delta V_{y0} \sin K + \delta V_{x0} \cos K) dt$,

$\frac{1}{R} \int_0^t \Delta K (\delta V_{y0} \cos K + \delta V_{x0} \sin K) dt$ в (33) с учетом (8), (32) и при условии $\rho_{x0}^{\pi} = 0$ можно

преобразовать к виду

$$\begin{aligned} &\left\{ \rho_{z0}^{\pi} \left[-(\dot{K}\theta + \dot{\psi}) \sin K + (-\dot{K}\psi + \dot{\theta}) \cos K \right] - \rho_{y0}^{\pi} (-\dot{K} + \dot{\psi}\theta) \cos K \right\} n_{EP}, \\ &\left\{ \rho_{z0}^{\pi} \left[-(\dot{K}\theta + \dot{\psi}) \cos K + (-\dot{K}\psi + \dot{\theta}) \sin K \right] - \rho_{y0}^{\pi} (-\dot{K} + \dot{\psi}\theta) \sin K \right\} n_{EP}, \end{aligned}$$

(23) следует, что наибольшие по величине составляющие в этих выражениях имеют вид: $\rho_{z0}^n \cdot \rho_{x0} \cdot \dot{\psi} \ddot{K}$; $\rho_{z0}^n \cdot \rho_{y0} \cdot \dot{\psi} \ddot{K}$; $\rho_{z0}^n \cdot \rho_{z0} \cdot \ddot{\psi} \ddot{\theta}$; $\rho_{z0}^n \cdot \rho_{z0} \cdot \dot{\psi} \ddot{\psi}$.

Обусловленная ими скорость нарастания погрешности счисления, эквивалентная произведению $0.7(\delta V_{y0} + \delta V_{x0})\Delta K$, даже при условии совпадения частот углов ψ , K , θ и соответствующем сочетании их фаз много ниже, чем инструментальная погрешность наиболее точных измерителей абсолютной скорости.

Для подтверждения вышесказанного и суммарной оценки погрешностей счисляемых координат рассматриваемой схемы было проведено несколько вариантов моделирования при разных параметрах отстояния блока ИУ и лага от ц. к. объекта.

Во всех ниже приведенных вариантах моделирования инструментальные погрешности СГ, акселерометров и лага не задавались.

1. Условия моделирования:

- $K = 0^\circ$;
- условия углового и линейного движения объекта:
 $A_K = 2^\circ$, $T_K = 15c$,
 $A_\psi = 6^\circ$, $T_\psi = 10c$;
 $A_\theta = 6^\circ$, $T_\theta = 10c$;
 фазы колебаний $\psi_K, \psi_\psi, \psi_\theta = 0$;
- $V_0 = 10$ уз.
- параметры отстояния блока ИУ и лага от центра качания объекта приведены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

	Отстояние от ц. к., м	
	ИУ	лаг
ρ_x	1	0
ρ_y	2	15
ρ_z	-3	-10

На рис. 5 приведены погрешности широты $\Delta\phi$ и отшествия ΔW для данного варианта моделирования.

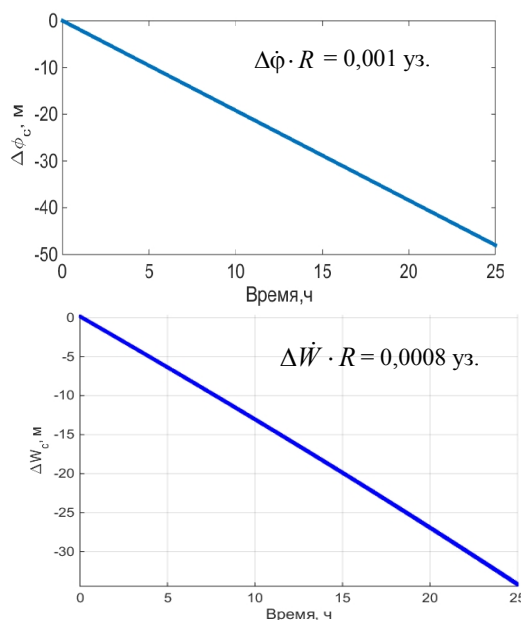


Рис. 5

2. Условия моделирования:

Т а б л и ц а 3

- $K = 90^\circ$;
- условия углового и линейного движения объекта соответствуют первому варианту моделирования;
- параметры отстояния блока ИУ и лага от ц. к. объекта приведены в табл. 3.

	Отстояние от ц. к., м	
	ИУ	лаг
ρ_x	5	0
ρ_y	15	10
ρ_z	5	-10

На рис. 6 приведены погрешности $\Delta\phi$ и ΔW для данного варианта.

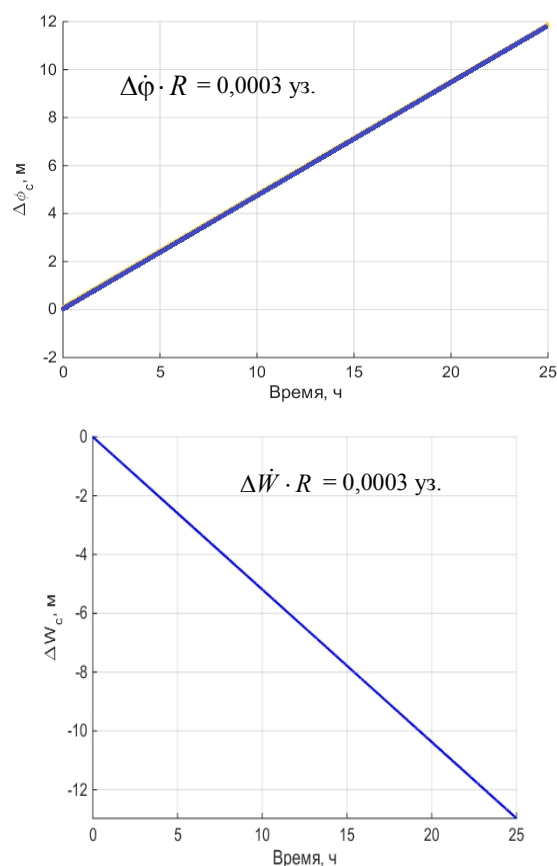


Рис. 6

3. Условия моделирования:

Т а б л и ц а 4

- $K = 0^\circ$;
- условия углового и линейного движения объекта соответствуют первому варианту моделирования;
- параметры отстояния блока ИУ и лага от ц. к. объекта приведены в табл. 4.

	Отстояние от ц. к., м	
	ИУ	лаг
ρ_x	1	0
ρ_y	5	15
ρ_z	-5	-10

На рис. 7 приведены погрешности $\Delta\phi$ и ΔW для данного варианта моделирования.

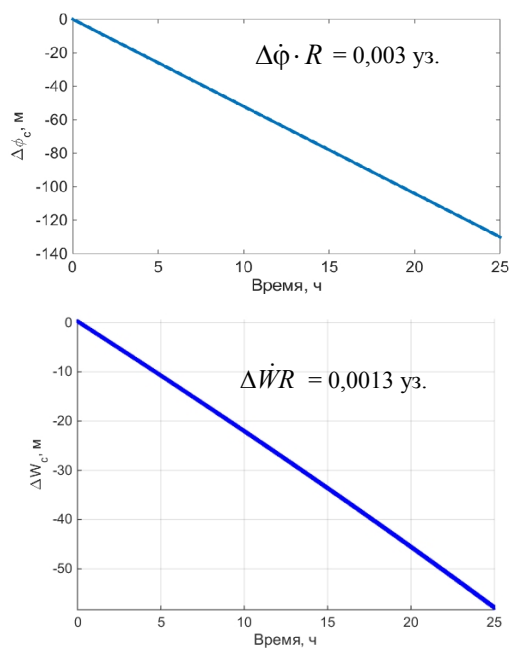


Рис. 7

4. Условия моделирования:

- $K = 90^\circ$;
- условия углового и линейного движения объекта соответствуют первому варианту моделирования;
- параметры отстояния блока ИУ и лага от ц. к. объекта приведены в табл. 5.

Т а б л и ц а 5

	Отстояние от ц. к., м	
	ИУ	лаг
ρ_x	1	0
ρ_y	5	15
ρ_z	-4	-10

На рис. 8 приведены погрешности $\Delta\phi$ и ΔW для данного варианта моделирования.

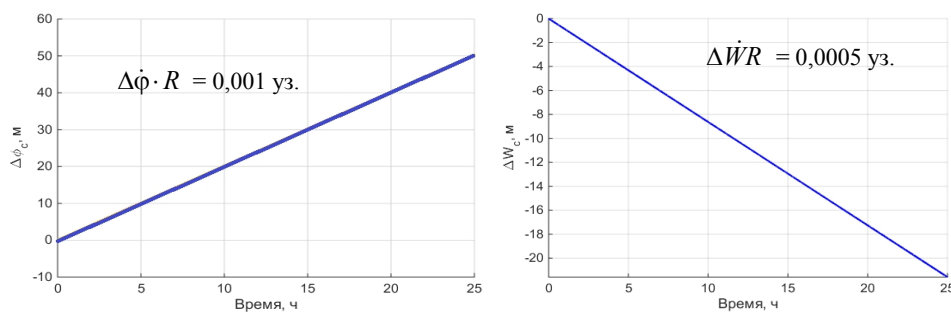


Рис. 8

Результаты проведенного моделирования подтверждают, что для схемы ОВКМ в условиях рассмотренных отстояний блока ИУ и внешнего измерителя скорости от ц. к. объекта и заданных составляющих угловой скорости $\overline{\omega}_0$, не превышающих $4^\circ/\text{с}$, характерны малые величины погрешностей координат $\Delta\phi, \Delta W$, не превышающие за 25 часов наблюдения 140 и 60 м соответственно.

Разумеется, можно говорить о том, что более интенсивная динамика углового и линейного движения объекта будет приводить к увеличению величин или скоростей нарастания рассматриваемых погрешностей. Тем не менее, длительное (соизмеримое с 24 часами) поддержание таких режимов эксплуатации на объектах, оборудованных навигационными системами на СГ, маловероятно. С учетом же многократного запаса величины этих погрешностей счисления по сравнению с основными, определяемыми погрешностями измерителей скорости, следует признать условия, при которых получены результаты в данном разделе, вполне приемлемыми.

Заключение

В работе рассмотрены методические погрешности схемы НС на базе трехосного измерителя ускорений и только одного свободного гироскопа, получившей название одноканальной вертикали с корректируемым маятником (ОВКМ).

Один из базовых принципов обеспечения невозмущаемости ОВКМ ускорениями, действующими в точке установки акселерометров, – компенсация (коррекция) результатов этих воздействий в счислимых координатах по внешним источникам информации о линейной скорости объекта. В этом и состоит коренное отличие ОВКМ от ИНС, базовые принципы которой реализуются непосредственным интегрированием измеренного акселерометрами кажущегося ускорения и не вносят методических погрешностей.

Методические погрешности рассматриваемой схемы связаны как с линеаризацией применяемого алгоритма коррекции, так и с невозможностью компенсировать измеряемое акселерометрами переносное ускорение по данным лага.

Результаты аналитических оценок и моделирования влияния методических погрешностей для параметров качки и величин отстояний, характерных для морского объекта с водоизмещением в несколько десятков тысяч тонн, позволяют сформулировать следующие выводы:

- «мгновенные» значения возмущений в координатах места не превышают 2 м;
- скорость нарастания погрешностей счисления не превышает 0,003–0,006 уз., что многократно меньше инструментальных погрешностей современных измерителей абсолютной скорости, а тем более величины морских течений в случае использования относительного лага.

Адаптация исследуемой схемы для более динамичных объектов представляется авторам возможной, в частности посредством учета переносных ускорений по информации датчиков угловой скорости (например, при использовании триады микромеханических гироскопов класса consumer grade [10, 11, 12]). Вместе с тем применение систем на СГ на таких объектах сегодня маловероятно и сколько-нибудь серьезный анализ ОВКМ при повышенном уровне угловой динамики объекта представляется явно преждевременным.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Биндер Я.И.** О построении горизонтного трехгранника в гироскопических системах ориентации, предназначенных для поддержки навигационного счисления. Часть 1: Принцип гироскопического ориентирования с корректируемым маятником. Схема реализации на свободном гироскопе // Гироскопия и навигация. 2014. №4. С. 69–84.
2. **Биндер Я.И.** Счисление пути с использованием гироазимутгоризонта на одном свободном гироскопе с экваториальной ориентацией // Гироскопия и навигация. 2016. №3. С. 38–54.

3. **Бекишев А.Т., Коробочкин Ю.Б., Скалыга В.И.** Математические модели фильтрации параметров движения цели в различных корабельных системах координат // Морские информационно-управляющие системы. 2016. №1 (9).
4. **Биндер Я.И., Литманович Ю.А., Падерина Т.В.** Развитие методов решения задач навигации на базе инерциального подхода // XXV Международная конференция по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2018. С. 232–243.
5. **Анучин О.Н., Емельянец Г.И.** Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов, ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 2003. С. 389.
6. **Емельянец Г.И., Степанов А.П.** Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / Под общей ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.
7. **Ривкин С.С.** Определение линейных скоростей и ускорений качки корабля инерциальным методом. Часть I. Линейные скорости и ускорения качки корабля. ЦНИИ «Румб», 1980.
8. **Бромберг П.В.** Теория инерциальных систем навигации. М.: «Наука», 1979.
9. **Лойцянский Л.Г., Лурье А.И.** Курс теоретической механики. Том I. Статика и кинематика. М.: «Наука», 1982.
10. **Биндер Я.И.** Определение углов ориентации в системах обеспечения счисления на базе одного свободного гироскопа // Гироскопия и навигация. 2017. №4. С. 18–34.
11. **Fontanella, R., de Alteriis, G., Accardo, D., Lo Moriello, R.S., and Angrisani, L.,** Advanced Low-Cost Integrated Inertial Systems with Multiple Consumer Grade Sensors, 2018 IEEE/AIAA 37th Digital Avionics Systems Conference (DASC), London, 2018, pp. 1–8. DOI: 10.1109/DASC.2018.8569846
12. **Shaeffer, D.K.,** MEMS inertial sensors: A tutorial overview, *IEEE Communications Magazine*, April 2013, vol. 51, no. 4, pp. 100–109. DOI: 10.1109/MCOM.2013.6495768.

Binder, Ya.I., Paderina, T.V., and Litmanovich, Yu.A. (Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg, Russia)

Method Errors of the Dead Reckoning Schemes Based on a Single Free Gyroscope, *Гироскопия и Навигация*, 2019, vol. 27, no. 3 (106), pp. 53–70.

Abstract. The paper discusses the method that was proposed earlier to provide nonperturbation of dead reckoning (DR) owing to a single-channel inertial vertical, constructed with the use of a triad of accelerometers and a single free gyroscope, as well as compensation for the effect of inertial accelerations directly in computed DR using the data from an external speed meter (a log). The DR method errors specific to this scheme are analyzed, in particular, those conditioned by the fact that, in the general case, positions of the accelerometers and the log for marine underwater and surface vessels do not coincide either with each other or the center of the vessel rolling. Analytical calculations and the simulation results are given to show that the level of DR method errors is insignificant for the class of the objects under consideration.

Key words: dead reckoning, single-channel vertical with a correctable pendulum, free gyroscope, method errors.

REFERENCES

1. **Binder, Ya.I.,** Construction of a geographically oriented horizon trihedron in gyroscopic orientation systems intended to aid navigation dead reckoning. Part 1. Gyroscopic orientation with a correctable pendulum. Implementation in a free gyroscope, *Gyroscopy and Navigation*, 2015, vol. 6, no. 2, pp. 123–132.
2. **Binder, Ya.I.,** Dead reckoning using an attitude and heading reference system based on a free gyro with equatorial orientation, *Gyroscopy and Navigation*, 2017, vol. 8, no. 2, pp. 104–114.
3. **Bekishev, A.T., Korobochkin, Yu.B., and Skalyga, V.I.,** Mathematical models for filtering target motion parameters in various ship coordinate systems, *Morskiye informatsionno-upravlyayushchie sistemy*, 2016, no.1 (9), pp. 46–55.

4. **Binder, Ya.I., Litmanovich, Yu.A., and Paderina, T.V.**, Extension of Navigation Methods on a Basis of the Inertial Approach, *25th St. Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg: Elektropribor, 2018, pp. 319–330.
5. **Anuchin, O.N. and Emel'yantsev, G.I.**, *Integrirovannye sistemy orientatsii i navigatsii dlya morskikh podvizhnykh ob'ektov* (Integrated Systems of Orientation and Navigation for Marine Vessels), V.G. Peshekhonov, Ed., 2nd edition, St.Petersburg: TsNII Elektropribor, 2003, p. 389.
6. **Emel'antsev, G.I. and Stepanov, A.P.**, *Integrirovannye inertsial'no-sputnikovye sistemy orientatsii i navigatsii* (Integrated INS/GNSS Orientation and Navigation Systems), Peshekhonov, V.G., Ed., St. Petersburg, Kontsern Elektropribor, 2016.
7. **Rivkin, S.S.**, *Opredeleniye lineinykh skorostei i uskoreniy kachki korablya inertsial'nyim metodom. Chast' I. Lineinye skorosti i uskoreniya kachki korablya*. (Determination of Linear Velocities and Accelerations of the Ship's Rolling by the Inertial Method. Part I. Linear Velocities and Accelerations of the Ship's Rolling. TsNII Rumb, 1980.
8. **Bromberg, P.V.**, *Teoriya inertsial'nykh sistem navigatsii* (Theory of Inertial Navigation Systems) Moscow: Nauka, 1979.
9. **Loitsyanskii, L.G. and Lur'e, A.I.**, *Kurs teoreticheskoi mekhaniki. Tom I. Statika i kinematika* (A course of Theoretical Mechanics. Vol. 1. Statics and Kinematics), Moscow: Nauka, 1982.
10. **Binder, Ya.I.**, Determination of orientation angles in dead reckoning systems with one free gyroscope, *Gyroscopy and Navigation*, 2018, vol. 9, no. 2, pp. 106–115.
11. **Fontanella, R., de Alteriis, G., Accardo, D., Lo Moriello, R.S., and Angrisani, L.**, Advanced low-cost integrated inertial systems with multiple consumer grade sensors, 2018 *IEEE/AIAA 37th Digital Avionics Systems Conference (DASC)*, London, 2018, pp. 1–8. DOI: 10.1109/DASC.2018.8569846.
12. **Shaeffer, D.K.**, MEMS Inertial Sensors: A tutorial overview, *IEEE Communications Magazine*, April 2013, vol. 51, no. 4, pp. 100–109. DOI: 10.1109/MCOM.2013.6495768.

Материал поступил 25.01.2019