

В. В. ШАВРИН, В. И. ТИСЛЕНКО, В. Ю. ЛЕБЕДЕВ,
В. А. ФИЛИМОНОВ, А. С. КОНАКОВ

СИГМА-ТОЧЕЧНЫЙ АЛГОРИТМ ФИЛЬТРА КАЛМАНА В ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ ГНСС В НЕКОГЕРЕНТНОМ РЕЖИМЕ СЛЕЖЕНИЯ В АППАРАТУРЕ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Рассмотрен алгоритм построения многоконтурной некогерентной системы слежения за радионавигационными параметрами сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) для системы автономной космической навигации. Выполнен сравнительный анализ точностных характеристик системы с дискриминаторами и фильтром в контуре слежения и предлагаемой системы без дискриминаторов. Исследованы среднеквадратические погрешности оценок, ширина полосы захвата на сопровождение при различных значениях энергетического параметра «сигнал/шум». Выполнена экспериментальная проверка работоспособности предлагаемой схемы слежения.

Ключевые слова: оценка параметров, временная задержка, фильтр Калмана, коррелятор, корреляционный интеграл, некогерентная схема слежения.

Введение

В связи с интенсивным освоением околоземного пространства большое внимание уделяется задаче навигации космических аппаратов (КА) по сигналам ГНСС. Отдельный интерес представляют КА, располагающиеся на геостационарных (ГСО) и высокоэллиптических (ВЭО) орбитах. Хотя КА на этих типах орбит не обладают высокой динамикой – скорость изменения доплеровских частот $\dot{f}_d \approx [-15, 15]$ Гц/с, но энергетический уровень сигналов ($q \triangleq C/N_0$) ГНСС большее количество времени находится в диапазоне от 15 до 30 дБ-Гц.

Для решения навигационной задачи в ГНСС применяют псевдодальномерный и псевдоразностно-скоростной, псевдоразностно-дальномерный и псевдоразностно-скоростной навигационные методы [1–3]. Для реализации этих методов предварительно необходимо сформировать оценки радионавигационных параметров (РНП): оценку псевдозадержки $\hat{\tau}$, оценку псевдодоплеровского

Шаврин Вячеслав Владимирович. Аспирант кафедры радиотехнических систем (РТС) Томского университета систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР), младший научный сотрудник НИИ РТС ТУСУР.

Тисленко Владимир Ильич. Доктор технических наук, профессор кафедры РТС ТУСУР. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Лебедев Виталий Юрьевич. Кандидат технических наук, зав. лабораторией радионавигации НИИ РТС ТУСУР.

Филимонов Владимир Андреевич. Аспирант каф РТС ТУСУР, младший научный сотрудник НИИ РТС ТУСУР.

Конаков Алексей Сергеевич. Аспирант кафедры РТС ТУСУР.

смещения частоты $\hat{f}_D$, оценку фазы радиосигнала $\hat{\phi}$ (для когерентного режима). Точность навигационного решения зависит от качества оценок $\hat{\tau}$ и $\hat{f}_D$. Синтез алгоритмов оценки текущих РНП, объединенных в вектор состояния (ВС) $\mathbf{x}_k$, выполняется методами теории марковской фильтрации на основе обработки вектора наблюдений $\mathbf{z}_k$ [1].

Существуют два разных способа формирования оценок РНП в следящих системах (СС):

- 1) когерентный режим слежения – формирует оценки ϕ ;
- 2) некогерентный режим – без поддержки слежения за ϕ [1–2].

Оценки РНП в когерентном режиме являются более точными по сравнению с оценками в режиме некогерентном [1–2]. Однако для обеспечения работы приемника в когерентном режиме блок поиска сигналов должен сформировать достаточно точные оценки $\hat{f}_D$ [4–8]. Поскольку работа системы при $q \leq 30$ дБ-Гц требует когерентного накопления сигнала на интервале большем, чем 1 мс, то необходимо предварительно осуществить битовую синхронизацию [5, 7, 8]. При этом для битовой синхронизации погрешность оценки $\hat{f}_{D0}$, формируемой цепью поиска, не должна превышать 24 Гц [7] и 5–6 Гц для вхождения в когерентный режим [4–6, 8].

Таким образом, некогерентные схемы слежения применяются в следующих случаях:

- отсутствует битовая синхронизация;
- имеется большая неопределенность в оценке $\hat{f}_{D0}$;
- приемник движется с большой динамикой (нет оценки $\hat{f}_D$ или она неточна);
- произошел срыв слежения за фазой в когерентном режиме следящей цепи.

В навигационных приемниках применяют несколько основных способов построения СС [1–3, 9]. Наиболее распространена структура СС, состоящая из дискриминаторов и следящего фильтра. При таком подходе выполняют раздельный синтез оптимальных дискриминаторов и оптимальных фильтров слежения [1, 2]. Синтез дискриминатора выполняется в предположении постоянства РНП. Дискриминатор реализует максимально правдоподобные оценки РНП [1, 2]. Синтез фильтра в контуре слежения выполняется в предположении гауссовости апостериорной плотности распределения вероятностей (ПРВ) оцениваемых параметров для сигналов на выходе дискриминаторов и их статистической линейной аппроксимации.

Несмотря на ряд достоинств дискриминаторных схем, их работоспособность зависит от уровня энергетики q . Для работы при $q \leq 30$ дБ-Гц необходимо увеличивать интервал накопления T , что не представляется возможным при значительных рассогласованиях по РНП, высокой динамике потребителя или при отсутствии битовой синхронизации. Корректный синтез следящих фильтров в дискриминаторных СС предполагает знание оценки $\hat{q}$ энергетического параметра сигнала. Эта оценка формируется с помощью дополнительной схемы [10, 11]. При неточном $\hat{q}$ качество оценок дискриминаторных СС ухудшается.

В [4–6, 8, 12] описано применение альтернативного подхода к построению СС, при котором не применяются дискриминаторы по РНП. При этом в каче-

стве наблюдений используются выходные сигналы корреляторов, что позволяет избежать описанных выше допущений при синтезе дискриминаторных схем.

При этом формирование текущих оценок ВС $\hat{\mathbf{x}}_k$ выполняется в многоконтурной СС, реализующей одну из известных модификаций алгоритма фильтра Калмана [13].

В данной работе выполнен синтез фильтра в некогерентной СС, в которой не используются традиционные параметрические дискриминаторы [4–6, 8, 12]. В режиме слежения система осуществляет формирование оценок задержки сигнала $\hat{\tau}_k$, доплеровского смещения частоты $\hat{f}_{Д,k}$, скорости ее изменения $\dot{\hat{f}}_{Д,k}$ и энергетического параметра сигнала $\hat{q}_k$, то есть в работе определен ВС $\mathbf{x}_k = \{\tau_k \quad f_{Д,k} \quad \dot{f}_{Д,k} \quad q_k\}^T$. В синтезируемом алгоритме используется вектор наблюдений, компонентами которого являются модули корреляционных интегралов: $\mathbf{z}_k = \{z_{P,k} \quad z_{E,k} \quad z_{L,k}\}$, где $z_{P/E/L,k} = \sqrt{I_{P/E/L,k}^2 + Q_{P/E/L,k}^2}$. Обозначения P, E, L относятся к опорным кодовым последовательностям: точной (P), ранней (E) и поздней (L). При этом векторы квадратурных компонент $\mathbf{I}_k, \mathbf{Q}_k$ (k – дискретное время) формируются на интервале периода дальномерного кода (1 мс).

Отметим, что случайные последовательности $\mathbf{I}_k, \mathbf{Q}_k$ при фиксированном значении $\mathbf{x}_k$ являются нестационарными и имеют совместное гауссовское распределение вероятностей [1]. Их нестационарность обусловлена зависимостью средних по ансамблю значений $\bar{\mathbf{I}}_k, \bar{\mathbf{Q}}_k$ от рассогласования $(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})$ значений РНП $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$, введенных в опорный генератор, и текущих значений РНП $\mathbf{x}_k$ во входном полезном сигнале [1]. При этом важно отметить, что $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ является экстраполированной оценкой вектора состояния и рассматривается как известная к текущему моменту времени k величина.

Известно, что процесс $\mathbf{z}_k$ имеет распределение вероятностей Райса [14]. Таким образом, случайные возмущения (флуктуации огибающих) нелинейно связаны с наблюдениями $\mathbf{z}_k$ и дисперсия флуктуаций зависит от параметра q_k . Задача синтеза алгоритма в некогерентной СС осложнена именно этим обстоятельством, поскольку в данных условиях она относится к классу нелинейных задач фильтрации с негауссовскими наблюдениями и неаддитивными возмущениями [15].

В доступной литературе по обработке сигналов ГНСС в основном рассматривается синтез когерентных СС. Некогерентной обработке посвящено несколько работ [1, 2, 16–18]. В [1, 2] описаны принципы построения традиционных следящих систем (с дискриминаторами и следящими/сглаживающими фильтрами). Авторы исследования [16] синтезируют СС по «бездискриминаторному» принципу, а в качестве следящего фильтра используется *unscented Kalman Filter (UKF)*. Однако, во-первых, в [16] исследования проводились при больших значениях параметра $q \sim 40$ дБ-Гц. В этих условиях модуль корреляционного интеграла имеет близкое к гауссовскому распределение вероятностей. При этом результаты работы всех квазиоптимальных алгоритмов байесовского нелинейного оценивания и алгоритмов, использующих дискриминаторы, существенно не различаются. Во-вторых, авторы [16] не приводят выражений, необходимых для корректного синтеза некогерентных СС.

В [17, 18] авторы также используют «бездискриминаторный» подход при синтезе некогерентных СС. При этом в работах применяются алгоритмы траекторной фильтрации (*smooth*-оценщик), оптимальный фильтр Стратоновича для формирования потенциально точных оценок задержки сигнала ($\hat{\tau}$) и доплеровского смещения частоты ($\hat{f}_D$).

В статье проведен анализ точности оценок РНП, полученных в некогерентном режиме функционирования «бездискриминаторной» СС. Представлено сравнение с аналогичными оценками некогерентной дискриминаторной СС. Произведено исследование полосы захвата на сопровождение по параметру f_D . Выполнено лабораторное экспериментальное исследование в условиях, близких к условиям приема сигналов ГНСС на КА, находящемся на ГСО. Проведено также экспериментальное исследование, подтверждающее работоспособность синтезированного алгоритма оценки РНП для «бездискриминаторной» некогерентной СС для подвижного потребителя (автомобиля) в условиях кратковременного пропадания сигнала.

Постановка задачи

Математическая модель динамики непрерывного во времени ВС и дискретной последовательности векторных наблюдений (огибающих) в общем определена следующими соотношениями [1, 2]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{n}_x(t)); \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k), \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{f}(\cdot)$ и $\mathbf{h}(\cdot)$ – вектор-функции соответствующих аргументов; $\mathbf{n}_x(t)$ – вектор белых гауссовых шумов состояния; $\mathbf{w}_k$ – вектор белых гауссовых шумов наблюдений. Отметим, что возмущения $\mathbf{w}_k$ представляют собой флуктуационные $\tilde{I}_k$, $\tilde{Q}_k$ компоненты каждой из квадратур на выходе трех корреляторов, то есть $\mathbf{w}_k = \{\tilde{I}_{P,k} \quad \tilde{I}_{E,k} \quad \tilde{I}_{L,k} \quad \tilde{Q}_{P,k} \quad \tilde{Q}_{E,k} \quad \tilde{Q}_{L,k}\}^T$.

Определим модель ВС системы в виде системы линейных дифференциальных уравнений [4]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) \equiv \dot{\tau}(t) = -\frac{f_D(t)}{f_0}, \\ \dot{x}_2(t) \equiv \dot{f}_D(t) = v(t), \\ \dot{x}_3(t) \equiv \dot{v}(t) = n_v(t), \\ \dot{x}_4(t) \equiv \dot{q}(t) = n_q(t), \end{cases} \quad (2)$$

где $v(t)$ – скорость изменения частоты Доплера; $n_v(t)$, $n_q(t)$ – порождающие белые гауссовские шумы со спектральными плотностями мощности (СПМ) S_n и S_q ; f_0 – несущая частота; $\mathbf{n}_x(t) = \{n_v(t) \quad n_q(t)\}^T$. Уравнения (2) имеют слу-

чайные начальные условия $\mathbf{x}_0$ с заданным вектором средних значений $\mathbf{m}_0$ и матрицей ковариаций $\mathbf{P}_0$. Числовые значения $\mathbf{m}_0$ и $\mathbf{P}_0$ необходимы для инициализации алгоритма фильтрации, они определены параметрами блока поиска.

На рис. 1 приведена некогерентная СС без использования традиционных [1, 2] дискриминаторов. Предметом синтеза является алгоритм обработки в следящем фильтре.

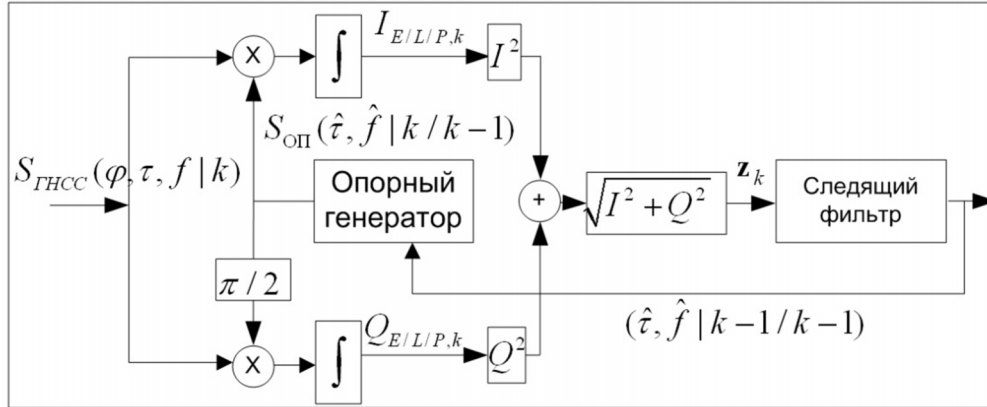


Рис. 1. Структурная схема «бездискриминаторной» некогерентной СС

На рисунке:

$I_{P/E/L,k} = \bar{I}_{P/E/L}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}, q_k) + \tilde{I}_{P/E/L,k}$ и $Q_{P/E/L,k} = \bar{Q}_{P/E/L}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}, q_k) + \tilde{Q}_{P/E/L,k}$ – синфазные и квадратурные компоненты на выходе трех корреляторов, где $\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}$ – соответственно рассогласования между задержкой, частотой и фазой входного сигнала и сигнала опорного генератора; $\bar{I}_{P/E/L}(\cdot), \bar{Q}_{P/E/L}(\cdot)$ – средние при фиксированных $\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}, q_k$ значения $I_{P/E/L,k}$ и $Q_{P/E/L,k}$ [1, 2]; $\tilde{I}_k, \tilde{Q}_k$ – флуктуационные компоненты $I_{P/E/L,k}$ и $Q_{P/E/L,k}$, которые являются белыми гауссовскими шумами [1] с плотностью вероятности $N(0, \mathbf{K}_w)$, где $\mathbf{K}_w$ – ковариационная матрица размерности (6×6) . Зависимость квадратур от дискретного времени k определена соотношениями:

$$\varepsilon_{\tau,k} = x_{1,k} - \hat{x}_{1,k/k-1}, \quad \varepsilon_{\omega,k} = x_{2,k} - \hat{x}_{2,k/k-1}.$$

В то же время $\varepsilon_{\varphi,k}$ – случайное, постоянное и неизвестное на интервале интегрирования рассогласование по фазе. Так как режим некогерентный и слежение за фазой не предполагается, то для исключения влияния неизвестной фазы $\varepsilon_{\varphi,k}$ в схеме осуществляется вычисление модулей корреляционных интегралов $\sqrt{I_{P/E/L,k}^2 + Q_{P/E/L,k}^2}$.

Статистические характеристики процессов $I_{P/E/L,k}$ и $Q_{P/E/L,k}$ на интервале корреляционных накоплений приведены в [1, 2]. Их средние значения определены следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_P(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}, q_k) &= 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k}) \cos(\varepsilon_{\varphi,k} + \varepsilon_{\omega,k} \frac{T}{2}) \text{sinc}(\varepsilon_{\omega,k} \frac{T}{2}), \\ \bar{Q}_P(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}, q_k) &= 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k}) \sin(\varepsilon_{\varphi,k} + \varepsilon_{\omega,k} \frac{T}{2}) \text{sinc}(\varepsilon_{\omega,k} \frac{T}{2}), \\ \bar{I}_{E/L}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}, q_k) &= 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k} \mp \frac{\Delta\tau}{2}) \cos(\varepsilon_{\varphi,k} + \varepsilon_{\omega,k} \frac{T}{2}) \text{sinc}(\varepsilon_{\omega,k} \frac{T}{2}), \\ \bar{Q}_{E/L}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}, q_k) &= 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k} \mp \frac{\Delta\tau}{2}) \sin(\varepsilon_{\varphi,k} + \varepsilon_{\omega,k} \frac{T}{2}) \text{sinc}(\varepsilon_{\omega,k} \frac{T}{2}), \end{aligned} \right\} (3)$$

где T – интервал накопления; $\rho(\varepsilon_{\tau,k})$ – временная корреляционная функция дальномерного кода; $\text{sinc}(\varepsilon_{\omega,k} T/2)$ – частотная корреляционная функция дальномерного кода; $\Delta\tau/2$ – временной сдвиг между точным (P) и ранним/поздним (E/L) опорными сигналами. Элементы ковариационной матрицы $\mathbf{K}_w$ определены соотношениями:

$$\begin{aligned} D[\tilde{I}_{P/E/L,k}] &= D[\tilde{Q}_{P/E/L,k}] = \sigma_{I,Q}^2 = 10^{q_k/10} \cdot 2T, \\ M[\tilde{I}_{E/L,k} \tilde{I}_{P,k}] &= M[\tilde{Q}_{E/L,k} \tilde{Q}_{P,k}] = 10^{q_k/10} \cdot 2T \rho(\Delta\tau/2), \\ M[\tilde{I}_{P/E/L,k} \tilde{Q}_{P/E/L,k}] &= 0, \\ M[\tilde{I}_{E,k} \tilde{I}_{L,k}] &= M[\tilde{Q}_{E,k} \tilde{Q}_{L,k}] = 10^{q_k/10} \cdot 2T \rho(\Delta\tau). \end{aligned} (4)$$

Как видно из рис. 1, «бездискриминаторная» некогерентная СС представляет собой схему с обратной связью. Фактически наблюдения на входе следящего фильтра (рис. 1), образующие вектор $\mathbf{z}_k$ в (1), зависят не только от истинных значений РНП (вектора состояний $\mathbf{x}_k$), но и от их оценок, экстраполированных на один такт вперед $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$, которые рассматриваются как известные к текущему моменту времени k величины. Три компоненты $\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k)$ определены как модули корреляционных интегралов:

$$\begin{aligned} z_{P,k} &= \sqrt{I_{P,k}^2 + Q_{P,k}^2} = \sqrt{(\bar{I}_P(\mathbf{x}_k) + \tilde{I}_{P,k})^2 + (\bar{Q}_P(\mathbf{x}_k) + \tilde{Q}_{P,k})^2}, \\ z_{E,k} &= \sqrt{I_{E,k}^2 + Q_{E,k}^2} = \sqrt{(\bar{I}_E(\mathbf{x}_k) + \tilde{I}_{E,k})^2 + (\bar{Q}_E(\mathbf{x}_k) + \tilde{Q}_{E,k})^2}, \\ z_{L,k} &= \sqrt{I_{L,k}^2 + Q_{L,k}^2} = \sqrt{(\bar{I}_L(\mathbf{x}_k) + \tilde{I}_{L,k})^2 + (\bar{Q}_L(\mathbf{x}_k) + \tilde{Q}_{L,k})^2}, \end{aligned} (5)$$

Отметим, что вектор-функция в (1) является нелинейной и определяет связь наблюдений и состояний. Ее вид обусловлен соотношениями (5).

Для упрощения задачи синтеза алгоритма следящего фильтра представим (5) в виде суммы среднего значения $\bar{\mathbf{z}}_k$ и флуктуационной составляющей $\tilde{\mathbf{z}}_k$:

$$\mathbf{z}_k \approx \bar{\mathbf{z}}_k + \tilde{\mathbf{z}}_k. (6)$$

Далее полагаем, что $\tilde{\mathbf{z}}_k$ в (6) имеет гауссовскую плотность распределения вероятностей $N(0, \mathbf{Q}_{\tilde{\mathbf{z}}})$, $\mathbf{Q}_{\tilde{\mathbf{z}}}$ – ковариационная матрица эквивалентных адди-

тивных возмущений по огибающей (шумов наблюдений). Физической основой этого приближения является известный [14] факт о том, что среднее значение огибающей гауссовских процессов приближается к значению регулярного сигнала при отношении $e_k^2 = A_k^2 / (2\sigma_{I,Q}^2) \geq 3$, где $A_k \approx 10^{q_k/10} \cdot 2T \cdot \rho(\epsilon_{\tau,k}) \text{sinc}(\epsilon_{\omega,k}T/2)$ – амплитуда квадратуры на выходе коррелятора. Дисперсия флуктуаций огибающей при этом остается постоянной и равной дисперсии флуктуаций процесса.

Для вычисления в квазиоптимальном алгоритме фильтрации среднего значения и дисперсии наблюдений (6) использованы известные соотношения [17]:

$$\begin{aligned}\bar{z}_{E/L/P,k} &= \sigma_{I,Q} \sqrt{\pi/2} \{ (1 + e_k^2) I_0(e_k^2/2) + e_k^2 I_1(e_k^2/2) \} \exp(-e_k^2/2) \\ \sigma_z^2 &= 2\sigma_{I,Q}^2 (1 + e_k^2) - (\bar{z}_{E/L/P,k})^2,\end{aligned}\quad (7)$$

где I_0, I_1 – модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядка.

Результаты работы синтезированной «бездискриминаторной» некогерентной СС сравниваются с результатами дискриминаторной цепи слежения. В работах [1, 2] предложены различные варианты дискриминаторов, каждый из которых может применяться в зависимости от задачи. Для некогерентного режима слежения, например, используют дискриминаторы, мгновенное значение на выходе которых определено соотношениями [1, 2]:

$$\begin{aligned}u_{\tau,k} &= (\sqrt{I_{E,k}^2 + Q_{E,k}^2} - \sqrt{I_{L,k}^2 + Q_{L,k}^2}) / (\sqrt{I_{E,k}^2 + Q_{E,k}^2} + \sqrt{I_{L,k}^2 + Q_{L,k}^2}), \\ u_{\omega,k} &= (I_{P,k}Q_{P,k-1} - I_{P,k-1}Q_{P,k}) / T.\end{aligned}\quad (8)$$

Средние значения сигналов на выходах дискриминаторов (8) и их дисперсии приведены в работах [1, 2], они определяют параметры линейных статистических эквивалентов. Это позволяет применить алгоритмы линейной фильтрации для синтеза фильтров сглаживания.

Метод решения задачи и основные соотношения

Поставленная задача синтеза СС определена заданием линейных дифференциальных уравнений состояний (2) и нелинейными соотношениями для наблюдений (5). Точное решение данной задачи может быть получено с применением аппарата фильтра частиц (*Particle filter, PF*) [13, 20–22]. Вместе с тем применение алгоритмов *PF* требует значительных вычислительных затрат [13, 20–22]. Альтернативным подходом может быть использование нелинейных фильтров Калмана [13, 21–23]. Данный подход не будет квазиоптимальным, так как он предполагает, что для описания апостериорной ПРВ ВС и ПРВ наблюдений достаточно знания их средних значение и дисперсий. Так как при этом ПРВ наблюдений, которые распределены по закону Райса, будет аппроксимирована гауссовым распределением, то можно ожидать неточность оценок ВС при значениях q , меньших уровня в 30 дБ-Гц, где ПРВ наблюдений становится явно несимметричной и имеет «хвост». Однако с практической точки зрения все же имеет смысл допустить данную аппроксимацию, так как, во-первых, это значительно упрощает синтез следящего фильтра и, во-вторых, распределение Райса при малых q остается унимодальным и при правильном выборе математического ожидания и дисперсии (7) приемлемо аппроксимируется нормальным законом распределения (рис. 2).

Наиболее распространенным нелинейным алгоритмом оценивания является алгоритм расширенного фильтра Калмана (*Extended Kalman Filter – EKF*) [13, 21, 22]. Его применение предполагает линеаризацию нелинейных функций в точке текущей оценки состояния. При этом возникают смещения оценок и дополнительные погрешности вычисления ковариационных матриц и текущих оценок фильтрации состояния [13, 21–23]. Очевидно, эти недостатки сильнее проявляются при малых значениях q и зависят от уровня нелинейности наблюдений.

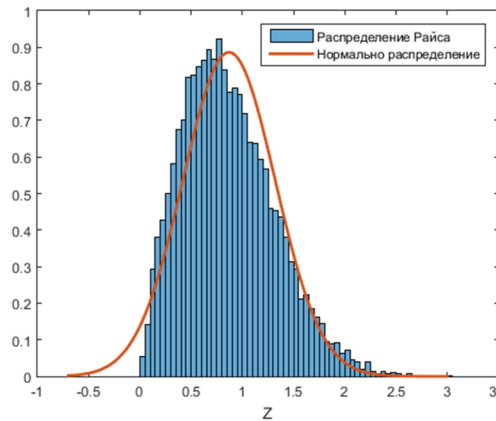


Рис. 2. Аппроксимация ПРВ Райса нормальным распределением при $q=23$ дБ-Гц

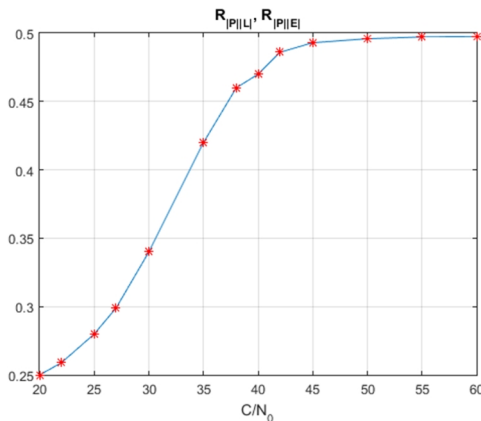


Рис. 3. Зависимость $R_{P||L} / R_{P||E}$ от C/N_0

Более корректно решение нелинейных задач фильтрации выполняется при использовании класса сигма-точечных алгоритмов фильтра Калмана [13, 21–23] (*sigma-point Kalman Filter – SPKF*). Первоначально метод аппроксимации ПРВ с помощью конечного множества сигма-точек $\{\mathbf{x}_i; i=0, \dots, 2L\}$ был предложен в [23] – *unscented transformation (UT-преобразование)*, где L – размерность ВС. На основе *UT-преобразования* был создан *UKF*, который и рассматривается нами в качестве *SPKF*.

Подробное описание алгоритма *SPKF* на основе *UT-преобразования* представлено в [12, 21]. Ниже приведем только те выражения, которые будут характерны для используемой нами реализации алгоритма.

Ковариационная матрица аддитивных дискретных шумов возмущений $\mathbf{R}_n$ в модели ВС (2) [4], необходимая для вычисления ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния, имеет следующий вид:

$$\mathbf{R}_n = S_n \cdot \begin{bmatrix} T^5 / (252 f_0^2) & T^4 / (30 f_0) & T^3 / (24 f_0) & 0 \\ T^4 / (30 f_0) & T^3 / 3 & T^2 / 2 & 0 \\ T^3 / (24 f_0) & T^2 / 2 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + S_q \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T \end{bmatrix},$$

где S_n – спектральная плотность белого шума по ускорению f_d , S_q – спектральная плотность белого шума по параметру q в модели состояний (2).

Ковариационная матрица эквивалентных аддитивных шумов наблюдений $\mathbf{Q}_z$, необходимая для вычисления ковариационной матрицы невязок и коэффициента усиления следящего фильтра, имеет следующий вид:

$$\mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{z}}} = \sigma_Z^2 \begin{bmatrix} 1 & R_{|P||E|} & R_{|P||L|} \\ R_{|P||E|} & 1 & 0 \\ R_{|P||L|} & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где σ_Z^2 – дисперсия (7) эквивалентного шума на выходе детектора огибающей (6), $R_{|P||E|} = R_{|P||L|}$ – коэффициенты корреляции модулей корреляционных интегралов P и E -компонент и P и L -компонент. Отметим, что для расчета матрицы $\mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{z}}}$ вычисление σ_Z^2 можно упростить: при определении величины $A_k \approx 10^{q_k/10} \cdot 2T$ можно опустить зависимость от $(\varepsilon_\tau, \varepsilon_\omega)$.

Кроме того, для реализации алгоритма *SPKF* необходимо задать параметры α , k , β , которые влияют на разброс сигма-точек и на вес каждой точки [21]. Параметр β отвечает за учет четвертого момента. Для нормального распределения принято задавать следующие значения этих параметров: $k = 0$, $\beta = 2$, $\alpha = 10^{-4} \dots 1$ [21]. В нашей реализации $\alpha = 0,7$, $k = 0$ и $\beta = 2$, так как коэффициенты эксцесса у нормального распределения и у закона Райса примерно равны.

Стоит отметить, что для реализации алгоритма *SPKF* требуется проводить вычисления сигма-точек в области наблюдений. Для этого необходимо применять статистический эквивалент квадратурного детектора (7). Существует альтернативный подход, который позволяет избежать использования статистических эквивалентов, однако требует расширения ВС шумами состояния и шумами наблюдения. Данный подход называется *augmented SPKF* и подробно описан в [21]. В данной работе он не рассматривается. Помимо этого, в качестве алгоритмов *SPKF* могут выступать такие оценщики, как *cubature Kalman filter (CKF)*, *central difference Kalman filter (CDKF)*, *Gauss-Hermite Kalman filter (GHKF)* [13, 21, 22]. Все эти алгоритмы отличаются количеством сигма-точек, различными способами их выбора и расчетом весовых коэффициентов для каждой из них.

Важно отметить, что коэффициенты корреляции $R_{|P||E|} = R_{|P||L|}$ зависят от параметра C/N_0 . Вид этой зависимости был получен статистическим моделированием и приведен на рис. 3.

Инициализация алгоритма фильтрации сводится к заданию оценки $\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{m}_0$ и ее ковариационной матрицы $\mathbf{P}_0$, которые поступают из блока поиска.

Условия моделирования и результаты

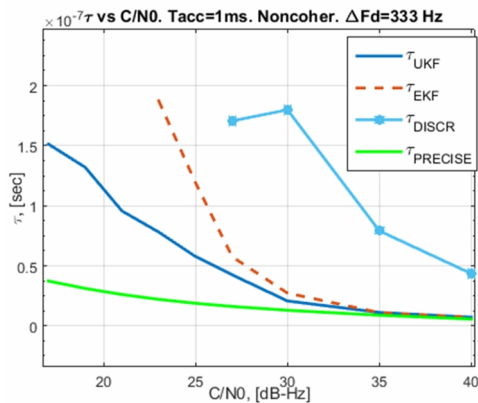
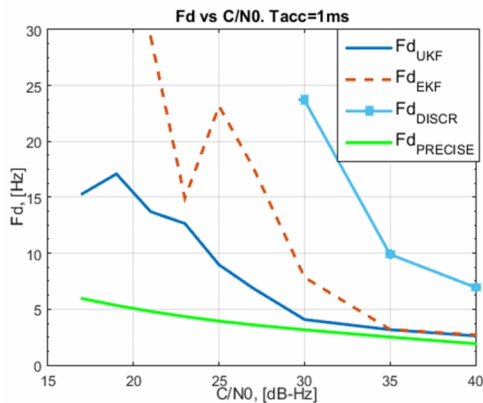
Было проведено статистическое моделирование работы некогерентной следящей системы и вычислены оценки среднеквадратических погрешностей (СКП) параметров и вероятности захвата в режиме слежения. Результаты сравнивались с работой СС, построенной на дискриминаторах типа (8) с линейным фильтром Калмана, который выполняет совместную обработку сигналов дискриминаторов [1]. Для сравнения приводится также предельная точность фильтрации параметров [15], полученная в предположении, что смещения в оценках нет, а все неточности возникают только из-за шумов в состояниях и наблюдениях. Динамика изменения радионавигационных параметров (2) характерна для бортового приемника КА на ГСО. При этом время когерентного накопления составляет $T=1$ мс. Для «бездискриминаторной» СС энергетика входного сигнала считается неизвестной и неиз-

менной величиной (оценка производится в ходе работы фильтра). Для дискриминаторной СС параметр q был задан полностью известным, чтобы избежать дополнительных погрешностей, связанных с работой блоков оценки энергетики [10, 11].

Моделирование наблюдений $\mathbf{z}_k$ на входе следящего фильтра, реализующего предложенный алгоритм, выполнялось в соответствии с правой частью уравнений (5). В синтезированном алгоритме слежения использовались выражения (7) для экстраполяции наблюдений и вычисления невязок.

В целях исследования параметр q менялся в диапазоне от 20 до 40 дБ-Гц (энергетика, характерная для ГСО и ВЭО). При моделировании с помощью датчика случайных чисел генерировались начальные условия вектора состояния, порождающие и измерительные шумы. Исходные данные для работы дискриминаторной СС и СС с применением *SPKF*: $\sigma_{\hat{x}1(0)} = 0,2 T_{chip}$; $\sigma_{\hat{x}2(0)} = \Delta F_D / \sqrt{3}$ Гц; $\sigma_{\hat{x}3(0)} = 5$ Гц/с; $\sigma_{\hat{x}4(0)} = 0,7$ дБ-Гц, где $T_{chip} = 1,9569$ мкс – длительность чипа псевдослучайной последовательности (ПСП) дальномерного кода ГЛОНАСС; $Sn = 0,25$ Гц²/с³ [4]; $Sq = 0,1$ дБ-Гц/с. При этом случайный вектор $\mathbf{x}_0$ имел компоненты с равномерным распределением вероятностей в интервалах: $\Delta\tau = \pm 0,5 T_{chip}$ по задержке; $\Delta F_D = \pm 333$ Гц по частоте (1 ячейка блока поиска по частоте при $T = 1$ мс), $\Delta \dot{f}_D = \pm 15$ Гц/с, $\Delta q = \pm 3$ дБ-Гц. При моделировании параметр ε_ϕ рассматривался как случайный с равномерным распределением. Параметр q имеет размерность дБ-Гц и в случае расхождения СС может иметь отрицательные значения. Середины интервалов равны значениям параметров, которые определены орбитой КА. Интервал моделирования равен 140 с. Время накопления $T = 1$ мс, число реализаций для вычисления статистических оценок – 200.

На рис. 4, 5 представлены зависимости СКП оценок $\hat{\tau}$, $\hat{f}_D$ от $q = C/N_0$ и предельная точность фильтрации в установившемся режиме, на рис. 6, 7 – зависимости СКП оценок $\hat{\tau}$, $\hat{f}_D$ от времени при $C/N_0 = 23$ дБ-Гц.

Рис. 4. Зависимость СКП $\hat{\tau}$ от C/N_0 Рис. 5. Зависимость СКП $\hat{f}_D$ от C/N_0

Для обеих схем были исследованы вероятности захвата на сопровождение при разных значениях параметра q . Событие «захват на сопровождение» фиксируется как способность СС войти в установившийся режим при заданной неопределенности начальных рассогласований по параметрам, при этом конечное рассогласование по f_D не должно превышать ± 20 Гц. В таблице приведены рас-

четные значения вероятности захвата для $\Delta F_D = \pm 333$ Гц через 60 сек от начала моделирования.

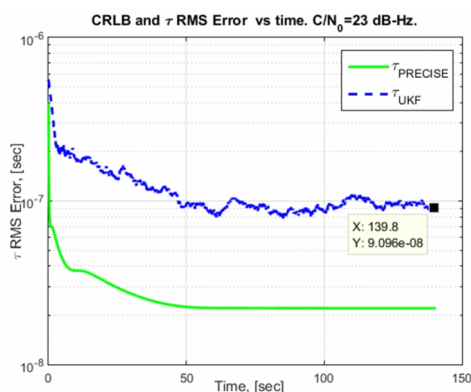


Рис. 6. Зависимость СКП $\hat{\tau}$ от времени

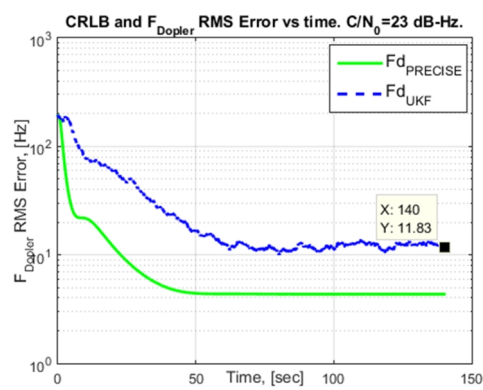


Рис. 7. Зависимость СКП $\hat{f}_D$ от времени

Т а б л и ц а

Оценка вероятности захвата на сопровождение при $\Delta F = \pm 333$ Гц

Энергетика (C/N_0), дБ-Гц	21	23	25	27	30	35	40
Дискриминаторная схема	0	0	0	0	0,07	0,85	0,95
«Бездискриминаторная» схема	0,75	0,9	0,95	1	1	1	1

Результаты экспериментальных исследований

Для проверки результатов статистического моделирования был проведен ряд экспериментов (рис. 8, 9). Кратко опишем результаты двух из них. В качестве приемника был взят одностотный GPS/Galileo навигационный приемник [24]. GPS/Galileo приемник состоит из аппаратной ВЧ и программной частей. На выходе ВЧ тракта формируются дискретные отсчеты группового сигнала ГНСС на промежуточной частоте. Программная часть реализована в среде Matlab и в ней реализуется вся дальнейшая обработка сигналов. Время когерентного накопления в обоих экспериментах $T = 1$ мс.



Рис. 8. Эксперимент №1: генератор навигационных сигналов и GPS/Galileo приемник



Рис. 9. Эксперимент №2: траектория движения автомобиля с навигационным приемником GPS/Galileo

Эксперимент №1. Контролируемый лабораторный эксперимент проводился с использованием генератора с пакетом ПО для формирования ГНСС сигналов в реальном времени фирмы Keysight [25] (рис. 8). На генераторе формировались два навигационных сигнала GPS с ПСП номер 1 и 2. Сигнал ПСП 1 формировался с высокой энергетикой $q = -150$ дБ ≈ 48 –49 дБ-Гц и выступал в роли опорного. По этому сигналу формировались точные оценки $\hat{\tau}$ и $\hat{f}_d$. Исследуемый сигнал ПСП 2 формировался с параметром $q \approx -175$ дБ ≈ 23 –24 дБ-Гц. Этот сигнал имел такое же значение f_d , как и сигнал на ПСП 1, но был смещен по задержке на 20 чипов ПСП. Мы искусственно вводили ошибку 300 Гц в первоначальную оценку $\hat{f}_{d0}$ (оценка с цепей поиска), для того чтобы оценить работу синтезированной СС с *SPKF*. На рис. 10, 11 приведены результаты работы некогерентных СС с дискриминаторами типа (8) и линейным фильтром Калмана (ФК) [1] и СС с *SPKF*.

Эксперимент №2. В качестве СС в эксперименте №2 выступали те же некогерентные алгоритмы, что и в предыдущем случае. В ходе этого эксперимента антенна GPS приемника была установлена на крышу автомобиля и был осуществлен проезд по автомобильной развязке (рис. 9). Во время эксперимента автомобиль два раза заезжал под эстакаду и два раза под надземные пешеходные переходы. Таким образом, имелись кратковременные (до двух сек) пропадания GPS-сигналов. Оценка энергетики некогерентными СС и ослабление сигнала наглядно показаны на рис. 12. Отметим, что для дискриминаторной СС в качестве оценщика q использовался метод моментов [11]. Кроме того, в целях наглядности приведем результат слежения за точной (P) квадратурой на выходе коррелятора в когерентном режиме (рис. 13). На этом рисунке ясно видно, как сильно опускается уровень сигналов на выходе коррелятора в моменты отсутствия прямой видимости НКА. В эти моменты вероятность срыва слежения возрастает.

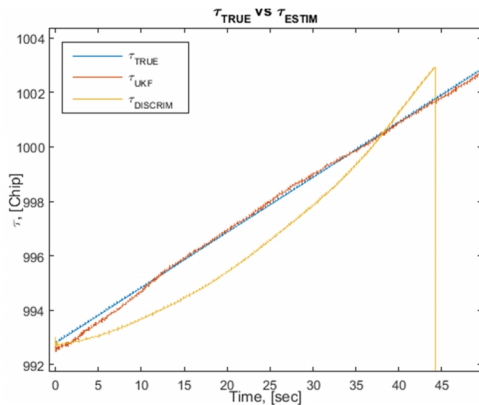


Рис. 10. Эксперимент 1: $\hat{\tau}$ от времени при $q \approx 23$ –24 дБ-Гц

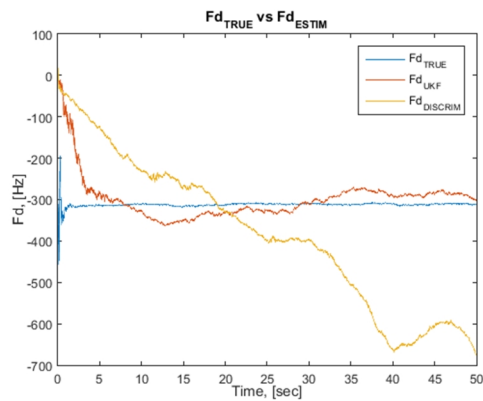


Рис. 11. Эксперимент 1: $\hat{f}_d$ от времени при $q \approx 23$ –24 дБ-Гц

Сравнение качества работы СС проводилось косвенно – по результатам навигационного решения в программной части приемника. Для решения навигационной задачи использовался стандартный метод наименьших квадратов [1–3], обрабатывающий оценки РНП $\hat{\tau}$ и $\hat{f}_d$ с исследуемых цепей слежения. Навигационное сообщение декодировалось в когерентном режиме слежения.

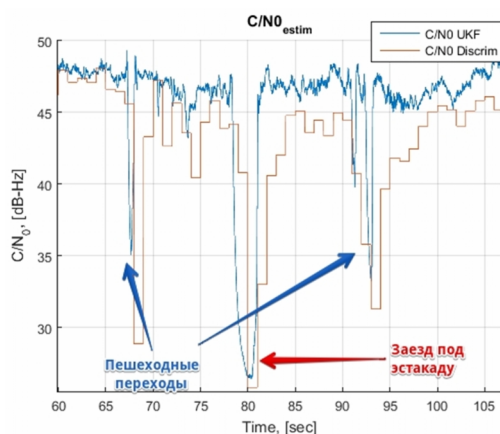
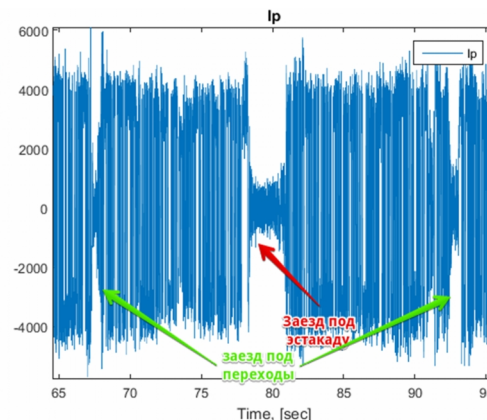


Рис. 12. Эксперимент 2. Оценка энергетики для PRN 28

Рис. 13. Эксперимент 2. Запись квадратур I_q для PRN 28

Результаты решения навигационной задачи в двухмерной плоскости по четырем НКА представлены на рис. 14, 15, которые носят качественный характер. Как видно на рис. 14, 15, навигационное решение, полученное по измерениям с «бездискриминаторной» СС с *SPKF*, достаточно точно воспроизводит траекторию движения автомобиля (см. рис. 9). В то же время при использовании оценок РНП от дискриминаторной цепи слежения траектория прослеживается с трудом. Данный эксперимент наглядно демонстрирует преимущество использования «бездискриминаторных» схем слежения в задачах навигации.

Очевидно, что точность синтезированного некогерентного режима слежения уступает когерентным СС. Однако полученные результаты говорят о том, что данный алгоритм способен с приемлемой точностью сформировать оценки РНП в условиях функционирования космического потребителя.

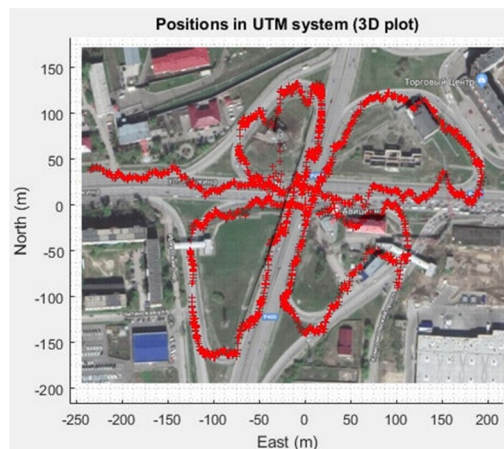
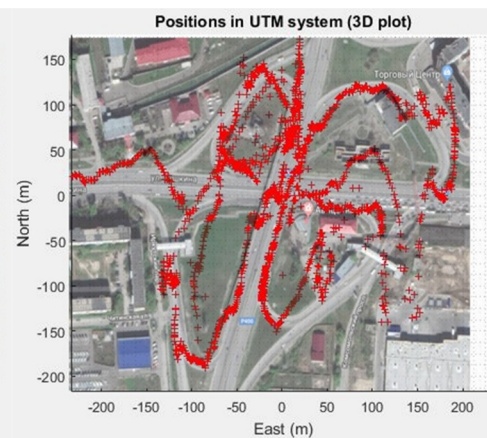
Рис. 14. Эксперимент 2. Результат навигационного решения для СС с *SPKF*

Рис. 15. Эксперимент 2. Результат навигационного решения для дискриминаторной СС и линейного ФК

Заключение

В статье исследован вариант реализации алгоритма оценки РНП сигналов ГНСС в некогерентной схеме слежения. Особенностью данной следящей систе-

мы является отсутствие дискриминаторов. При этом в качестве наблюдений используются модули корреляционных интегралов с последующей некогерентной обработкой в многоконтурной следящей системе. В вычислителе реализуется сигма-точечный алгоритм фильтра Калмана (*SPKF*) на основе *UT*-преобразования. По результатам исследования можно сделать следующие выводы.

1. Алгоритм обеспечивает захват на сопровождение в широкой полосе изменения РНП при низких значениях энергетики сигнала: полоса захвата по доплеровскому смещению частот $\Delta F_D = \pm 333$ Гц, по задержке $\Delta \tau = \pm 0,5 T_{chip}$, по скорости изменения частоты Доплера $\Delta \dot{f}_D = \pm 15$ Гц/с, $q \geq 20$ дБ-Гц, $T=1$ мс.

2. Данный алгоритм требует больших вычислительных затрат, однако не требует модификации других блоков существующих навигационных систем.

3. Несмотря на широкую полосу захвата по доплеровскому смещению частоты $\Delta F_D = \pm 333$ Гц, конечная точность оценок $\hat{f}_D$ оставляет желать лучшего при низком C/N_0 . Это обусловлено тем, что в обработку поступает модуль корреляционного интеграла. Точность оценок РНП будет определяться формой и крутизной частотно-временной корреляционной функции сигнала ГНСС. Ширина и крутизна частотной корреляционной функции ($\text{sinc}(\epsilon_\omega T/2)$) зависит от интервала когерентного накопления. Очевидно, что при времени накопления $T=1$ мс и малых значениях q эта функции имеет менее выраженный экстремум, что сказывается на точностях оценок $\hat{f}_D$. Для повышения точности оценок доплеровского смещения частоты необходимо либо увеличивать время когерентного накопления, либо вводить дополнительные частотно-разнесенные корреляционные каналы *Fast* и *Slow* [26]. После повышения точности оценок $\hat{f}_D$ увеличатся вероятности захвата на сопровождение, приведенные в таблице, так как событие «превышения допустимого порога» будет происходить реже.

4. Алгоритм может быть использован как в качестве СС при срывах когерентного режима, так и в качестве вспомогательного блока для значительного уточнения РНП с блока поиска при низких значениях q . После уточнения РНП может быть реализована битовая синхронизация и (или) когерентный режим слежения.

5. Данный алгоритм позволяет снизить требования к блокам поиска сигналов ГНСС.

Представляется, что алгоритм фильтрации на основе *SPKF* может быть реализован в бортовых вычислителях КА на ВЭО и ГСО. Однако очевидно, что решение по этому вопросу обусловлено быстродействием конкретного вычислителя, его стоимостью и массогабаритными параметрами.

Работа выполнена в рамках задания Минобрнауки РФ номер 5.3279.2017/4.6 от 31 мая 2017 г. и в рамках задания Минобрнауки РФ номер 8.7348.2017/8.9 от 1 января 2017 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. ГЛОНАСС принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
2. **Understanding GPS: principles and applications** / edit. E. Kaplan, C. Hegarty. Artech House, 2006. 2nd ed. 723p.
3. Михайлов Н.В. Автономная навигация космических аппаратов при помощи спутниковых радионавигационных систем. СПб.: Политехника, 2014. 362 с.

4. **Psiaki, M.L., Jung H.**, Extended Kalman Filter Methods for Tracking Weak GPS Signals, *ION GPS*, Portland, USA, 2002, pp. 2539–2553.
5. **Ziedan, N.I., Garrison, J.L.**, Bit Synchronization and Doppler Frequency Removal at Very Low Carrier to Noise Ratio Using a Combination of the Viterbi Algorithm with an Extended Kalman Filter, *ION GPS/GNSS*, Portland, USA, 2003, 12 p.
6. **Ziedan, N.I., Garrison, J.L.**, Extended Kalman Filter-Based Tracking of Weak GPS Signals under High Dynamic Conditions, *ION GNSS 17th International Technical Meeting of the Satellite Division*, USA, 2004, 12 p.
7. **Ren, T., Petovello, M.G., Basnayake, C.**, Requirements Analysis for Bit Synchronization and Decoding in a Standalone High-Sensitivity GNSS Receiver, *Proceeding of Ubiquitous Positioning Indoor Navigation and Location Based Service (UPINLBS)*, Helsinki, Finland, 2012, 9 p.
8. **Ding, J., Zhang, G., Zhao, L.**, Urban and Indoor Weak Signal Tracking Using an Array Tracker with MVA and Nonlinear Filtering, *Journal of Applied Mathematics*, 2014. № 6, 10 p.
9. **Petovello, M.G., O'Driscoll, C., Lachapelle, G.**, Carrier Phase Tracking of Weak Signals Using Different Receiver Architectures, Department of Geomatics Engineering, Alberta: The University of Calgary, Canada, 2008, 11 p.
10. **Перов А.И., Корогодин И.В.** Синтез и анализ алгоритмов оценивания мощности полезной и шумовой составляющей на выходе коррелятора // Радиотехника. 2011. №7. С. 76–82.
11. **Falletti, E., Pini, M., Lo Presti, L.**, GNSS solutions: Carrier-to-noise algorithms, *Inside GNSS*, 2010, Jan/Feb., pp. 20–27.
12. **Шаврин В.В., Филимонов В.А., Лебедев В.Ю., Тисленко В.И., Кравец А.П., Конаков А.С.** Квазиоптимальная оценка параметров сигналов ГНСС в режиме когерентного приема с использованием алгоритма сигма-точечного фильтра Калмана // Гироскопия и навигация. 2016, № 3 (94). С. 26–37.
13. **Sarkka, S.**, Bayesian Filtering and Smoothing, Cambridge University Press, 2013, 254 p.
14. **Тихонов В.И., Харисов В.Н.** Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. Учеб. Пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.
15. **Simandl, M.**, Lecture notes on state estimation of nonlinear non-Gaussian stochastic systems, University of West Bohemia, Pilsen, 2006. 155 p.
16. **Im, S., Song, J., Jee, G., Park, C.**, Comparison of GPS Tracking Loop Performance in High Dynamic Condition with Nonlinear Filtering Techniques, *ION GNSS 21st International Technical Meeting of Satellite Division*, 2008, pp. 2351–2360.
17. **Корогодин И.В.** Потенциальные характеристики оценивания частоты в некогерентном приеме // Радиотехника. 2013. №7. С. 109–115.
18. **Болденков Е.Н.** Совместное слежение за задержкой и несущей сигнала методами оптимальной траекторной фильтрации // Радиотехника. 2013. №10. С. 103–106.
19. **Гоноровский И. С.** Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.
20. **Doucet, A., Johansen, A.M.**, A Tutorial on Particle Filtering and Smoothing: Fifteen years later, 2008, 39 p.
21. **Merwe, R.**, Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models, PhD Thesis, 2004, 397 p.
22. **Candy, J.V.**, Bayesian signal processing. Classical, Modern, and Particle Filtering Methods, JohnWiley & Sons, Inc. 2009, 446 p.
23. **Julier, S.J., Uhlman, J.K.**, A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems, *Proc. of AeroSense, The 11th Intern. Symp. On Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, Orlando FL, USA, 1997.
24. **Borre, K., Akos, D.M., Bertelsen, N., Rinder, P., Jensen, S.H.**, A Software-Defined GPS and Galileo Receiver. A Single-Frequency Approach, Birkhauser Boston, 2007, 176 p.
25. **Datasheet Keysight Technologies** MXG X-Series Signal Generators N5181B Analog & N5182B Vector
26. **Juang, J.-C., Chen, Y.-H.**, Phase/Frequency Tracking in a GNSS Software Receiver, *IEEE Journal Of Selected Topics In Signal Processing*, 2009, № 3 (4). pp. 651–660.

Shavrin, V.V., Tislenko, V.I., Lebedev, V.Yu., Filimonov, V. A., and Konakov, A.S. (Tomsk University of Control Systems and Radioelectronics, Radiotechnical Systems Department, Tomsk, Russia) Kalman Filter Sigma-Point Algorithm in the Problem of GNSS Signal Parameters Estimation in Non-coherent Tracking Mode in Spacecraft Autonomous Navigation Equipment, *Гироскопия и Навигация*, 2018, vol. 26, no. 3 (103), pp. 23–39.

Abstract. The paper presents a multiloop system for noncoherent tracking of the radionavigation parameters of global navigation satellite system (GNSS) signals in autonomous satellite navigation system. Comparative analysis of accuracies of traditional tracking system with discriminators and filter in the tracking loop and the proposed system without discriminators is conducted. RMS errors of estimates, pull-in range and the probability of signal acquisition are studied under various SNR values. Experimental tests of derived noncoherent tracking loop are performed.

Key words: parameters estimation, time delay, Kalman filter, correlator, correlation integral, noncoherent tracking loop.

REFERENCES

1. **Perov, A.I., and Kharisov, V.N.,** *GLONASS: printsipy postroeniya i funktsionirovaniya* (GLONASS: Principles of Construction and Functioning), Moscow: Radiotekhnika, 2010.
2. **Kaplan, E.D., and Hegarty, C.J.,** Understanding GPS. Principles and Applications, Artech House, 2006, 2nd ed.
3. **Mikhailov, N.V.,** *Avtonomnaya navigatsiya kosmicheskikh apparatov pri pomoshchi sputnikovyykh radionavigatsionnykh sistem* (Autonomous Navigation of Spacecraft Using Radionavigation Satellite Systems), St. Petersburg: Politehnika, 2014.
4. **Psiaki, M.L., and Jung, H.,** Extended Kalman filter methods for tracking weak GPS signals, *Proceedings of ION GPS 2002*, Portland, USA, 2002, pp. 2539–2553.
5. **Ziedan, N.I., and Garrison J.L.,** Bit synchronization and Doppler frequency removal at very low carrier to noise ratio using a combination of the Viterbi algorithm with an extended Kalman filter, *Proceedings of ION GPS 2003*, Portland, USA, 2003, pp. 616–627.
6. **Ziedan, N.I., and Garrison, J.L.,** Extended Kalman filter-based tracking of weak GPS signals under high dynamic conditions, *Proceedings of ION GNSS 2004*, Long Beach, USA, 2004, pp. 20–31.
7. **Ren, T., Petovello, M. G., and Basnayake, C.,** Requirements analysis for bit synchronization and decoding in a standalone high-sensitivity GNSS receiver, *Proceedings of Ubiquitous Positioning, Indoor Navigation, and Location Based Service (UPINLBS)*, Helsinki, Finland, 2012, pp. 1–9.
8. **Ding, J., Zhang, G., and Zhao, L.,** Urban and indoor weak signal tracking using an array tracker with MVA and nonlinear filtering, *Journal of Applied Mathematics*, 2014.
9. **Petovello, M.G., O'Driscoll, C., and Lachapelle, G.,** Carrier phase tracking of weak signals using different receiver architectures, *Proceedings of ION NTM 2008*, San Diego, CA, 2008.
10. **Perov, A.I., and Korogodin, I.V.,** Synthesis and analysis of algorithms for estimating the power of the signal and the noise components at the correlator's output, *Radiotekhnika*, 2011, no. 7, pp. 76–82.
11. **Falletti, E., Pini, M., Lo Presti, L.,** GNSS solutions: carrier-to-noise algorithms, *Inside GNSS*, 2010, Jan/Feb, pp. 20–27.
12. **Shavrin, V.V., Filimonov, V.A., Lebedev, V.Yu., Tislenko, V.I., Kravets, A.P., and Konakov, A.S.,** Quasioptimal estimation of GNSS signal parameters in coherent reception mode using sigma-point Kalman filter, *Gyroscopy and Navigation*, 2017, vol. 8, no. 1, pp. 24–30.
13. **Sarkka, S.,** Bayesian Filtering and Smoothing, Cambridge University Press, 2013.
14. **Tikhonov, V.I., and Kharisov, V.N.,** Statisticheskii analiz i sintez radiotekhnicheskikh ustroystv i sistem (Statistical Analysis and Synthesis of Radiotechnical Devices and Systems), Moscow: Radio i svyaz', 1991.
15. **Simandl, M.,** Lecture Notes on State Estimation of Nonlinear Non-Gaussian Stochastic Systems, Pilsen: University of West Bohemia, 2006.
16. **Im, S., Song, J., Jee, G., and Park, C.,** Comparison of GPS tracking loop performance in high dynamic condition with nonlinear filtering techniques, *ION GNSS 21st International Technical Meeting of Satellite Division*, 2008, pp. 2351–2360.
17. **Korogodin, I.V.,** Potential performance of frequency estimation for non-coherent receiver, *Radiotekhnika*, 2013, no. 7, pp. 109–115.
18. **Boldenkov, E.N.,** Complex delay and frequency of GNSS signal tracking algorithm based on optimal trajectory filtering techniques, *Radiotekhnika*, 2013, no. 10, pp. 103–106.
19. **Gonorovskii, I.S.,** *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* (Radiotechnical Circuits and Signals): *uchebnik dlya vuzov* (Textbook for Higher Educational Establishments), 4th ed., Moscow: Radio i svyaz', 1986.
20. **Doucet, A., and Johansen A.,** A tutorial on particle filtering and smoothing: fifteen years later. In: Crisan, D., Rozovsky, B. (eds.) *Oxford Handbook of Nonlinear Filtering*, OUP, Oxford, 2009.

21. **Merwe, R.**, *Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models*, PhD Thesis, 2004.
22. **Candy, J. V.**, *Bayesian Signal Processing. Classical, Modern, and Particle Filtering Methods*, John Wiley & Sons, Inc., 2009.
23. **Julier, S.J., and Uhlman, J.K.**, A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems, *Proc. of AeroSense, the 11th Intern. Symp. On Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, Orlando FL, USA. 1997.
24. **Borre, K., Akos, D. M., Bertelsen, N., Rinder, P., and Jensen, S. H.**, *A Software-Defined GPS and Galileo Receiver. A Single-Frequency Approach*, Boston: Birkhauser, 2007.
25. http://www.datatec.de/shop/artikelpdf/n5182b_d.pdf, Keysight Technologies, MXG X-Series Signal Generators, N5181B Analog & N5182B Vector, Datasheet, accessed 23.07.2018.
26. **Juang J.-C., and Chen Y.-H.**, Phase/frequency tracking in a GNSS software receiver, *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2009, no. 3 (4), pp. 651–660.

Материал поступил 09.04.2018