

УДК 531.714.7
DOI: 10.17285/0869-7035.2015.23.1.003-017

И. ЧЖАО, М. БЕККЕР, Д. БЕККЕР, С. ЛЯЙНЕН

СИЛЬНОСВЯЗАННОЕ КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ ПРИРАЩЕНИЙ ФАЗОВЫХ GPS-ИЗМЕРЕНИЙ И ДАННЫХ БЮДЖЕТНОГО ИНЕРЦИАЛЬНОГО МЭМС-БЛОКА

Рассматривается сильносвязанная инерциально-спутниковая система, в которой помимо данных инерциального модуля в обработке участвуют временные приращения фазовых GPS-измерений в обычном (недифференциальном) режиме. Предлагается модифицированный метод комплексирования инерциальных и спутниковых данных, в котором при формировании матрицы наблюдения учитывается изменчивость матрицы динамики ошибок ИНС. В алгоритме комплексирования используется кубатурный фильтр Калмана (КФК), позволяющий учесть нелинейный характер уравнения, описывающего погрешности ИНС на этапе выставки. Приводятся результаты автомобильных испытаний. Сравниваются результаты, полученные тремя фильтрами: обобщенным ФК, модифицированным (в части вычисления матрицы наблюдения) обобщенным ФК, модифицированным КФК. Установлено преимущество последнего фильтра.

Ключевые слова: приращения фазы несущей, инерциальный измерительный модуль, сильносвязанное комплексирование, кубатурный фильтр Калмана.

1. Введение

В сильносвязанной инерциально-спутниковой навигационной системе в качестве измерений для фильтра Калмана (ФК) обычно используются исходные GPS-измерения – псевдодальности, псевдоскорости и фаза несущей [1, 2].

ЧжАО Инвэй. Факультет физической и спутниковой геодезии Института геодезии, Технический университет Дармштадт (Германия).

Беккер Матиас. Факультет физической и спутниковой геодезии Института геодезии, Технический университет Дармштадт.

Беккер Дэвид. Факультет физической и спутниковой геодезии Института геодезии, Технический университет Дармштадт.

Ляйнен Стефан. Факультет физической и спутниковой геодезии Института геодезии, Технический университет Дармштадт.

Статья по докладу на XXI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам.

Научный редактор д.т.н. Д. А. Кошаев.

В сравнении со слабосвязанной навигационной системой, где в качестве измерений используются спутниковые данные о местоположении и скорости, сильносвязанная система может качественно работать даже при наличии менее четырех спутников.

Разрешение неоднозначности фазы несущей представляет собой достаточную сложную задачу, поэтому предлагается использовать приращения фазы несущей (ПФН) между двумя последовательными эпохами GPS - измерения. В силу того, что неоднозначность фазы несущей будет постоянна в течение столь короткого периода времени [3, 4], при применении ПФН необходимость в ее разрешении отпадает. Данный метод нашел применение во многих областях и привел к положительным результатам, например, в [5, 6] отмечается, что с помощью ПФН достигнута высокая точность оценки скорости. В [7, 8, 9] говорится о том, что ПФН используется в сильносвязанной инерциально-спутниковой навигационной системе для повышения точности оценки скорости и углов ориентации. В [10] авторы применили редуцированный фильтр Калмана в интегрированной навигационной системе на основе ПФН, что также повысило качество ее работы. Чтобы обеспечить высокую точность позиционирования по ПФН, разработан двухрежимный фильтр Калмана [11].

В данной статье рассматривается метод применения ПФН в сильносвязанной системе GPS/ИНС при недифференциальном режиме обработки GPS-измерений и использовании бюджетного инерциального модуля на МЭМС. Метод базируется на новой процедуре коррекции измерений при интегрировании погрешности скорости, вырабатываемой ИНС, и применении кубатурного фильтра Калмана (КФК). Результаты выработки навигационного решения продемонстрировали повышение точности решения задачи.

2. Вектор состояния и модель погрешностей ИНС

Вектор состояния, оцениваемый ФК для сильносвязанной инерциально-спутниковой системы, имеет вид

$$x = [\alpha, \beta, \gamma, \delta v_E^n, \delta v_N^n, \delta v_U^n, \delta \lambda, \delta L, \delta h, \nabla_x, \nabla_y, \nabla_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, c\delta t, c\dot{\delta}t]^T, \quad (1)$$

где α, β, γ – погрешности углов ориентации, образующие вектор Ψ ; $\delta v_E^n, \delta v_N^n, \delta v_U^n$ – погрешности скорости, образующие вектор δv ; $\delta \lambda, \delta L, \delta h$ – погрешности определения положения, т.е. долготы, широты и высоты; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – дрейфы гироскопов; $\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z$ – смещения нулей акселерометров; $c\delta t_r, c\dot{\delta}t_r$ – погрешность шкалы времени приемника и ее дрейф. Уравнения относящихся к ИНС погрешностей представлены, например, в [12]. Дрейфы гироскопов и смещения нулей акселерометров представляются как стационарные марковские процессы первого порядка.

Матрица динамики для погрешностей генератора GPS-приемника представляет собой

$$T_{GPS} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Модель вектора состояния учитывается при построении ФК, реализующего комплексирование инерциальных и спутниковых данных.

3. Уравнение для вычисления апостериорной оценки

На вход ФК в качестве измерений поступают GPS-псевдодальности и ПФН. Ниже приводятся соответствующие им уравнения.

i) Уравнение измерения псевдодальности

Псевдодальность для m -го спутника GPS имеет вид

$$\rho^m = r^m + c\delta t_r - c\delta t_s + I^m + T^m + \varepsilon_p^m \quad (3)$$

где r^m – истинная дальность от антенны до GPS-спутника, соответствующая моменту приема t_r , δt_r – погрешность шкалы времени приемника, δt_s – погрешность шкалы времени спутника, I^m – ионосферная задержка, T^m – тропосферная задержка, ε_p^m – погрешность в дальности из-за шума приемника, многолучевости и эфемеридных погрешностей [13]. Вычисленную по данным ИНС геометрическую дальность между спутником и антенной можно выразить как

$$\rho^I = \sqrt{(x_s - x_I)^2 + (y_s - y_I)^2 + (z_s - z_I)^2}, \quad (4)$$

где $[x_s, y_s, z_s]$ – положение спутника в геоцентрической системе координат (СК), связанной с Землей, $[x_I, y_I, z_I]$ – положение антенны по данным ИНС. Истинную дальность r^m можно линеаризовать в окрестности точки $[x_I, y_I, z_I]$

$$r^m = \rho^I + e_1 \delta x + e_2 \delta y + e_3 \delta z, \quad (5)$$

где

$$\begin{cases} e_1 = \frac{x_s - x_I}{\sqrt{(x_s - x_I)^2 + (y_s - y_I)^2 + (z_s - z_I)^2}} \\ e_2 = \frac{y_s - y_I}{\sqrt{(x_s - x_I)^2 + (y_s - y_I)^2 + (z_s - z_I)^2}} \\ e_3 = \frac{z_s - z_I}{\sqrt{(x_s - x_I)^2 + (y_s - y_I)^2 + (z_s - z_I)^2}} \end{cases} \quad (6)$$

направляющие косинусы на спутник, $\delta x, \delta y, \delta z$ – погрешности координат антенны, определенные по данным ИНС.

Разность между измеренной приемником псевдодальностью и дальностью, рассчитанной по данным ИНС, после компенсации погрешности шкалы времени спутника, тропосферных и ионосферных задержек можно записать как

$$\delta\rho = \rho^m - \rho^I = c\delta t_r + e_1 \delta x + e_2 \delta y + e_3 \delta z + \varepsilon_p^m. \quad (7)$$

При использовании n спутников вектор измерений $z = [\delta\rho^1 \dots \delta\rho^n]^T$ записывается как

$$z = H_\rho x + \varepsilon_\rho^m, \quad (8)$$

где $H_\rho = [0_{n \times 6} \ H_{\rho 1} \ 0_{n \times 6} \ 1_{1 \times 17} \ 0_{n \times 1}]$ – матрица наблюдения, $H_{\rho 1} = \overrightarrow{e_m}(t_2) \cdot C^e$ – часть матрицы наблюдения, относящаяся к местоположению, $\overrightarrow{e_m}(t_2)$ – матрица на-

правляющих косинусов, $C^e = \begin{bmatrix} -(R_n + h)c\varphi s\lambda & -(R_n + h)s\varphi c\lambda & c\varphi c\lambda \\ (R_n + h)c\varphi c\lambda & -(R_n + h)s\varphi s\lambda & s\varphi s\lambda \\ 0 & (R_n + h)c\varphi & s\varphi \end{bmatrix}$ – матрица пересчета погрешностей географических координат в геоцентрические, c, s обозначают \cos и \sin , R_n – средний радиус Земли, φ, λ, h – географические координаты.

ii) Уравнение для приращений фазы несущей

В отличие от доплеровских измерений ПФН позволяют оценить не мгновенную, а среднюю скорость объекта между двумя последовательными эпохами GPS-измерения [11].

Фаза несущей от антенны до m -го спутника, полученная GPS-приемником, определяется как

$$\varphi^m = r^m + c\delta t_r - c\delta t_s - I^m + T^m + \varepsilon_\varphi^m + \lambda N, \quad (9)$$

где N – неизвестное целое число периодов фазы несущей. Измерения фазы несущей имеют аналогичные с псевдодальнотью погрешности, но здесь ионосферная задержка обладает противоположным знаком. Погрешности измерения фазы несущей, такие как постоянные смещения и вариации фазового центра антенны, тропосферные задержки и т.д., компенсируются до комплексирования с данными ИНС.

Разрешение неоднозначности в (9) всегда представляет собой трудную задачу, особенно в недифференциальном режиме. Однако при отсутствии скачков фазовых периодов неоднозначность будет постоянной, что позволяет исключить ее, сформировав разность измерений для двух последовательных эпох.

Для двух последовательных эпох измерения t_1 и t_2 уравнение для ПФН записывается как

$$\Delta\varphi^m = \Delta r^m + c\Delta\delta t_r - c\Delta\delta t_s - \Delta I^m + \Delta T^m + \Delta\varepsilon_\varphi^m, \quad (10)$$

где Δ – оператор временной разности. После компенсации ионосферных и тропосферных эффектов, а также погрешности шкалы времени спутника, уравнение (10) принимает вид

$$\Delta\varphi^m = \Delta r^m + c\Delta\delta t_r + \Delta\varepsilon_\varphi^m, \quad (11)$$

где ключевым моментом является вычисление величины Δr^m .

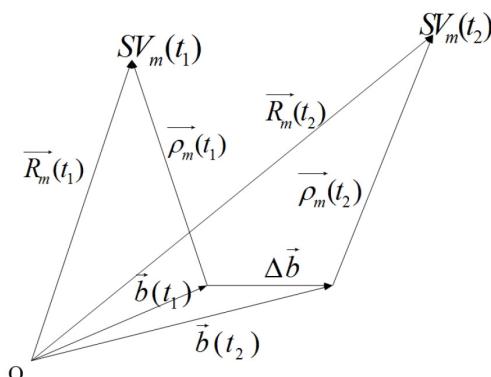


Рис. 1. Положение приемника и спутника в геоцентрической СК, связанной с Землей

Вендель привел уравнение измерений для ПФН в работах [3, 4]. Однако, как предполагается в [11], это уравнение – не очень точное.

В силу того что в соответствии с определениями ФК погрешность есть разность между действительным значением величины и ее оценкой, в левой части уравнения для измерения должна быть разность между поступающим от приемника GPS ПФН и ее расчетным по данным ИНС значением. Попробуем вывести соотношение для Δr^m с помощью рис. 1 на основе метода

Хана [11]. На этом рисунке $SV_m(t_1)$ и $SV_m(t_2)$ – положения m -го спутника, соответствующие эпохам измерения t_1 и t_2 ; $\vec{R}_m(t_1)$ и $\vec{R}_m(t_2)$ – положения m -го спутника в геоцентрической СК, связанной с Землей; $\vec{b}(t_1)$ и $\vec{b}(t_2)$ – положения GPS-приемника в той же СК; $\vec{\rho}_m(t_1)$ и $\vec{\rho}_m(t_2)$ – вектор дальности от приемника до спутника в аналогичной СК; $\Delta\vec{b}$ – изменение положения приемника от момента t_1 до момента t_2 . В соответствии с рис. 1 получаем выражение для Δr^m

$$\Delta r^m = |\vec{\rho}_m(t_2)| - |\vec{\rho}_m(t_1)| = (\vec{R}_m(t_2) - \vec{b}(t_2))\vec{e}_m(t_2) - (\vec{R}_m(t_1) - \vec{b}(t_1))\vec{e}_m(t_1), \quad (12)$$

где $\vec{e}_m(t)$ – единичный вектор линии визирования от приемника к спутнику.

Можно разложить Δr^m следующим образом:

$$\Delta r^m = (\vec{R}_m(t_2)\vec{e}_m(t_2) - \vec{R}_m(t_1)\vec{e}_m(t_1)) - (\vec{b}(t_2)\vec{e}_m(t_2) - (\vec{b}(t_1)\vec{e}_m(t_1))) - \Delta\vec{b}\vec{e}_m(t_2). \quad (13)$$

Первые два члена в (13) можно рассчитать непосредственно по эфемеридам спутников и сформировать, исходя из (11),

$$\begin{aligned} \widetilde{\Delta\varphi}^m &= \Delta\varphi^m - (\vec{R}_m(t_2)\vec{e}_m(t_2) - \vec{R}_m(t_1)\vec{e}_m(t_1)) - (\vec{b}(t_2)\vec{e}_m(t_2) - (\vec{b}(t_1)\vec{e}_m(t_1))) = \\ &= -\Delta\vec{b}\vec{e}_m(t_2) + c\Delta\delta t_r + \Delta\varepsilon_\varphi^m. \end{aligned} \quad (14)$$

Определим новую переменную

$$Y = -\vec{e}_m(t_2)\Delta\vec{b} + \Delta\varepsilon_\varphi^m = -\vec{e}_m(t_2)\int_{t_1}^{t_2} v_n dt + \Delta\varepsilon_\varphi^m, \quad (15)$$

где v_n – вектор скорости приемника.

Из (15) можно вывести уравнение для погрешности

$$\delta Y = -\vec{e}_m(t_2)\delta\Delta\vec{b} + \Delta\varepsilon_\varphi^m = -\vec{e}_m(t_2)\int_{t_1}^{t_2} \delta v_n dt + \Delta\varepsilon_\varphi^m. \quad (16)$$

Представим (16) в линейной форме, для чего вектор состояния $x(t)$ выразим как

$$x(t) = \phi(t, t_1)\phi(t_1, t_2)x(t_2), \quad (17)$$

где $\phi(t_i, t_j)$ – матрица перехода состояния от t_j к t_i ; ϕ можно рассчитать, используя дискретный аналог матрицы динамики F . Матрицы ϕ и F соотносятся следующим образом [3]:

$$\begin{cases} \phi(t_i + \delta t, t_i) \approx I + F\delta t, \\ \phi(t_i - \delta t, t_i) \approx I - F\delta t, \end{cases} \quad (18)$$

где первое уравнение позволяет использовать текущее состояние для прогноза будущего состояния, а второе уравнение обеспечивает переход от текущего состояния к предшествующему, δt – интервал дискретности.

Погрешность скорости на эпохе измерения t представляет собой

$$\delta v = C_v x(t) = C_v \phi(t, t_1)\phi(t_1, t_2)x(t_2), \quad (19)$$

где $C_v = [0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 11}]$.

Тогда для интеграла в (16) справедливо выражение

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta v_n dt = \int_{t_1}^{t_2} C_v \phi(t, t_1) \phi(t_1, t_2) x(t_2) dt = C_v \int_{t_1}^{t_2} \phi(t, t_1) dt \phi(t_1, t_2) x(t_2), \quad (20)$$

в котором, учитывая (18), имеем

$$\begin{cases} \int_{t_1}^{t_2} \phi(t, t_1) dt = \sum_{i=1}^k \delta t \phi(t_1 + i\delta t, t_1) = \delta t \sum_{i=1}^k \prod_{j=1}^i \phi(t_1 + j\delta t, t_1 + (j-1)\delta t) = k\delta t(I + F\delta t(k+1)/2), \\ \phi(t_1, t_2) = \prod_{i=1}^k \phi(t_1 + (i-1)\delta t, t_1 + i\delta t) = (I - F\delta t)^k, \end{cases} \quad (21)$$

где $k = (t_2 - t_1)/\delta t$, F постоянна на периоде от t_1 до t_2 .

Принимая во внимание (20), (21) интеграл в (16) можно переписать как

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta v_n dt = C_v (k\delta t(I + F\delta t(k+1)/2))(I - F\delta t)^k x(t_2). \quad (22)$$

Таким образом, матрица, соответствующая интегрированию погрешностей скорости принимает вид

$$H_v = C_v (k\delta t(I + F\delta t(k+1)/2))(I - F\delta t)^k, \quad (23)$$

а уравнение для измерения ФК определяется как

$$z = H_{TDCP}x + \Delta \varepsilon_\varphi^m, \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} z &= [\delta \Delta \varphi^1 \dots \delta \Delta \varphi^n]^T, \\ H_{TDCP} &= \left[\begin{array}{cccccc} 0_{n \times 3} & -\vec{e}_m(t_2) \cdot C_E^N H_v & 0_{n \times 9} & 0_{n \times 1} & 1_{n \times 1} \end{array} \right], \end{aligned}$$

C_E^N – матрица перехода от связанной с Землей СК к навигационной СК, $\delta \Delta \varphi = \Delta \varphi^m - \Delta \varphi^l$ – вектор невязок, т.е. разность между измерениями ПФН и их расчетными значениями по данным ИНС. Назовем этот метод традиционным методом вычисления апостериорной оценки.

iii) Обсуждение H_v

Рассмотрим матрицу, которая определяет H_{TDCP} . Если $F\delta t$ достаточно мало, H_v можно разложить следующим образом:

$$\begin{aligned} H_v &\approx C_v k\delta t(I + F\delta t(k+1)/2)(I - kF\delta t) = \\ &= C_v k\delta t(I - F\delta t(k-1)/2 - (F\delta t)^2 k(k+1)/2). \end{aligned} \quad (25)$$

Если пренебречь членом высокого порядка в (25), то

$$H_v \approx C_v k\delta t(I - F\delta t(k-1)/2). \quad (26)$$

Из (26) следует, что, если текущая матрица динамики F известна, матрицу наблюдения H_v можно рассчитать просто. Это снизит вычислительные затраты, так как отпадает необходимость выполнения нескольких операций сложения и умножения.

В уравнении (23) для расчета матрицы наблюдения используется постоянная матрица динамики F . Если интервал между двумя последовательными эпохами GPS- измерения не так велик и объект не совершает маневры, в уравнении для вычисления апостериорной оценки для расчета интеграла по δv_n между двумя

последовательными эпохами GPS- измерения может использоваться постоянная матрица F . Однако, если интервал между текущей и последней эпохами GPS - измерения очень велик, это приведет к некоторой неточности при вычислении переходной матрицы ϕ и последующем интегрировании с постоянной F , особенно если состояния объекта быстро меняются в течение этого интервала. Чтобы улучшить качество фильтрации, при интегрировании δv_n лучше использовать переменную, а не постоянную матрицу динамики. Учитывая, что вычисление апостериорной оценки выполняется только при наличии GPS- измерений, а F рассчитывается с шагом δt_{IMU} выработки данных ИНС, мы также можем сохранить и затем использовать получаемые при этом значения F , чтобы рассчитать интеграл по δv_n .

Тогда $\int_{t_1}^{t_2} \phi(t, t_1) dt$ и $\phi(t_1, t_2)$ в (21) можно переписать в виде

$$\begin{cases} \int_{t_1}^{t_2} \phi(t, t_1) dt = \delta t_{IMU} \sum_{i=1}^k \prod_{j=1}^i \Phi_j, \\ \phi(t_1, t_2) = \prod_{i=1}^k (I - F(t_1 + i \cdot \delta t_{IMU}) \delta t_{IMU}), \end{cases} \quad (27)$$

где $\Phi_i = I + F(t_1 + i \cdot \delta t_{IMU}) \delta t_{IMU}$, $F(t_1 + i \delta t_{IMU})$ —матрица динамики в момент $t_1 + i \delta t_{IMU}$. При этом для вычисления $\int_{t_1}^{t_2} \phi(t, t_1) dt$ можно использовать рекуррентную процедуру

$$S_{i-1} = (I + S_i) \Phi_{i-1}, \quad S_k = \Phi_k, \quad i=k \dots 2, \quad \int_{t_1}^{t_2} \phi(t, t_1) dt = S_1.$$

Назовем данный метод модифицированным методом вычисления апостериорной оценки.

Напомним, что для нас важно рассчитать матрицу измерений, так как она будет использоваться для расчета коэффициента усиления фильтра Калмана и матрицы ковариации, которые оказывают решающее влияние на точность оценивания.

4. Применение кубатурного фильтра Калмана

Преимущества нелинейных методов оценивания на основе Unscented Kalman Filter (UKF) и фильтра частиц в сильносвязанной инерциально-спутниковой навигационной системе описаны в [14–16]. В этой части статьи рассматривается нелинейный метод фильтрации с применением КФК, где используются $2n$ кубатурных точек для представления вектора состояния и матрицы ковариации (n – размерность вектора состояния). Это можно рассматривать как приближение к нелинейной системе третьего порядка [17]. КФК превосходит UKF по устойчивости и точности, особенно у систем с размерностью более 3, как показано в [17].

При использовании в сильносвязанной инерциально-спутниковой системе КФК обеспечивает улучшение результата решения навигационной задачи [18]. В [19] авторы используют схему взаимодействующих КФК, настроенных на

различные модели, для оценки местоположения мобильной станции. В [20] адаптивный КФК с вычислением квадратного корня из ковариационной матрицы применяется при оценке ориентации космических аппаратов. Далее приведен краткий алгоритм работы КФК [17].

i) Прогноз

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S}_{k-1|k-1} &= SVD(\mathbf{P}_{k-1|k-1}), \\
 \boldsymbol{\chi}_{k-1|k-1} &= \mathbf{S}_{k-1|k-1}\xi + \mathbf{x}_{k-1|k-1}, \\
 \boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^* &= \mathbf{f}(\boldsymbol{\chi}_{k-1|k-1}, \mathbf{u}_{k-1}), \\
 \mathbf{x}_{k|k-1} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1}^*, \\
 \mathbf{P}_{k|k-1} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1}^* \boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1}^{*T} - \mathbf{x}_{k|k-1} \mathbf{x}_{k|k-1}^T + \mathbf{Q}_k.
 \end{aligned} \tag{28}$$

ii) Фильтрация

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S}_{k|k-1} &= SVD(\mathbf{P}_{k|k-1}), \\
 \boldsymbol{\chi}_{k|k-1} &= \mathbf{S}_{k|k-1}\xi + \mathbf{x}_{k|k-1}, \\
 \mathbf{Z}_{k|k-1} &= \mathbf{h}(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}, \mathbf{u}_k), \\
 \mathbf{z}_{k|k-1} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{Z}_{i,k|k-1}, \\
 \mathbf{P}_{zz,k|k-1} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{Z}_{i,k|k-1} \mathbf{Z}_{i,k|k-1}^T - \mathbf{z}_{k|k-1} \mathbf{z}_{k|k-1}^T + \mathbf{R}_k, \\
 \mathbf{P}_{xz,k|k-1} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1} \mathbf{Z}_{i,k|k-1}^T - \mathbf{x}_{k|k-1} \mathbf{z}_{k|k-1}^T, \\
 \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{xz,k|k-1} \mathbf{P}_{zz,k|k-1}^{-1}, \\
 \mathbf{x}_{k|k} &= \mathbf{x}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{z}_{k|k-1}), \\
 \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{zz,k|k-1} \mathbf{K}_k^T,
 \end{aligned} \tag{29}$$

где f – нелинейная функция перехода состояния, h – нелинейная функция измерения, SVD – сингулярное разложение, P – ковариационная матрица погрешностей, Q , R – матрицы ковариации порождающего шума и шума измерений, χ – кубатурные точки, x – вектор состояния, $m=2n$, $\xi_i = \sqrt{\frac{m}{2}} [1]_i$. Если $n=2$, то $[1]$ в ξ представляет следующий набор точек:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Поскольку КФК можно использовать при решении нелинейных задач, перепишем выражение для вектора погрешностей углов ориентации Ψ , рассматривая погрешность в выработке углов ориентации как угол рассогласования между истинной и расчетной СК [21]. Это рассогласование можно описать с помощью матрицы направляющих косинусов

$$C_{\tilde{n}}^n = \begin{bmatrix} c\delta\beta s\delta\gamma - s\delta\beta s\delta\alpha s\delta\gamma & c\delta\beta s\delta\gamma + s\delta\beta s\delta\alpha s\delta\gamma - s\delta\beta c\delta\alpha \\ -c\delta\alpha s\delta\gamma & c\delta\alpha c\delta\gamma & s\delta\alpha \\ s\delta\beta c\delta\gamma + c\delta\beta s\delta\alpha s\delta\gamma & s\delta\beta s\delta\gamma + c\delta\beta s\delta\alpha s\delta\gamma & c\delta\beta c\delta\alpha \end{bmatrix}, \quad (30)$$

где $c, s - \cos$ и \sin . Матрицу, состоящую из компонентов Ψ , с учетом их малости можно аппроксимировать как [12]

$$[\Psi \times] = I_{3 \times 3} - C_{\tilde{n}}^n. \quad (31)$$

Это выражение широко применяется при решении задачи выставки ИНС на подвижном основании и может быть использовано, даже если начальные погрешности выставки очень велики [22, 23]. Традиционная аппроксимация Ψ может быть использована только при достаточно малой погрешности углов ориентации [12]. Однако, если объект не движется или нет доступных наблюдений, погрешности углов ориентации, особенно угол рыскания, будут расти очень быстро [24]. В этих случаях необходимая для традиционной аппроксимации Ψ малость погрешностей углов ориентации не всегда имеет место, что приводит к дополнительным погрешностям при оценке углов ориентации. В соответствии с принципом инерциальной навигации, если качество оценки углов ориентации - низкое, результаты решения навигационной задачи (оценка положения и скорости) также будут деградировать. В выражении (31) погрешности углов ориентации преобразованы в матрицу направляющих косинусов рассогласования, для которой нет требования малости погрешности углов ориентации. Поэтому даже если погрешности углов ориентации очень велики, рассматриваемое выражение все равно работает эффективно [14]. Функцию перехода для погрешностей углов ориентации и скорости следует записать как [21]:

$$\dot{\Psi} = (\mathbf{I} - \mathbf{C}_{\tilde{n}}^n) \tilde{\omega}_{in}^n + \mathbf{C}_n^{\tilde{n}} \delta\omega_{in}^n - \mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\epsilon}, \quad (32)$$

$$\delta\dot{\nu}^n = [\mathbf{I} - \mathbf{C}_n^{\tilde{n}}] \tilde{\mathbf{C}}_b^n \tilde{\mathbf{f}}^b + \tilde{\mathbf{C}}_b^n \delta\mathbf{f}^b - (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times \nu^n - (2\tilde{\omega}_{ie}^n + \tilde{\omega}_{en}^n) \times \delta\nu^n + \delta g^n \quad (33)$$

где n, \tilde{n} – истинная и приборная навигационные СК, b – связанные с объектом СК, $\tilde{\omega}_{in}^n$ – оценка вектора угловой скорости навигационной СК, \mathbf{C}_b^n – матрица перехода от связанной с объектом СК к навигационной СК, \mathbf{f}^b – вектор кажущегося ускорения, ν^n – вектор линейной скорости в навигационной СК, $\tilde{\omega}_{ie}^n$ – оценка вектора угловой скорости вращения Земли относительно инерциальной СК в осях навигационной СК, δg^n – вектор аномалий силы тяжести.

Как показано в уравнениях (32) и (33), при достаточно малых погрешностях углов ориентации функция перехода погрешностей углов ориентации и скорости будет такая же, как выражение для угла Ψ . Для высокоточных ИНС, например на кольцевых лазерных гироскопах с низким уровнем дрейфа, можно предположить, что обобщенный фильтр Калмана (ОФК) и КФК будут работать примерно одинаково, так как погрешности углов ориентации, рассчитанные по данным высококачественных гироскопов, будут малы.

5. Результаты испытаний

Для экспериментов использовались ИНС на основе МЭМС (iMAR VRU) и кольцевых лазерных гироскопах (iMAR RQH). Технические характеристики этих блоков приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1
Технические данные двух ИНС

Тип ИНС	VRU		RQH	
	Гироскоп	Акселерометр	Гироскоп	Акселерометр
Датчик				
Масштабный коэффициент	0,2%	0,3%	5 ppm	100 ppm
Нестабильность смещения нуля	$2^\circ/\sqrt{\chi}$	$36 \mu\text{g}/\sqrt{\Gamma\chi}$	$0,002^\circ/\sqrt{\chi}$	$8 \mu\text{g}/\sqrt{\Gamma\chi}$
Случайная составляющая	0,1°/с	0,1 μg	0,003°/ч	25 μg

Видно, что инерциальные датчики RQH - значительно более точные, чем VRU, следовательно, RQH можно использовать как эталон для VRU, особенно для сравнения погрешности выработки углов ориентации. Поскольку координаты определяются главным образом по GPS - псевдодальностям [11], а в нашей реализации применяется ПФН, для проверки качества работы алгоритмов мы будем уделять особое внимание качеству выработки углов ориентации [25].

1) Эксперимент 1

В первом эксперименте мы сравним традиционный и модифицированный методы и их работу при применении обобщенного фильтра Калмана (ОФК) и КФК. Параметры всех методов настроены одинаково.

Т а б л и ц а 2
Среднеквадратические погрешности (СКП) углов ориентации, полученные различными методами, в первом эксперименте

	Традиционный метод +ОФК	Модифицированный метод+ОФК	Модифицированный метод+КФК
СКП угла бортовой качки, град.	1,2917	1,2898	1,2619
СКП угла килевой качки, град.	0,5234	0,5197	0,4852
СКП угла рыскания, град.	0,4758	0,4686	0,3150

Траектория движения объекта при первом эксперименте показана на рис. 1.

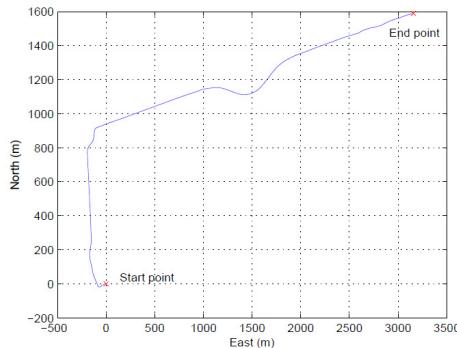


Рис. 1. Траектория объекта в первом эксперименте

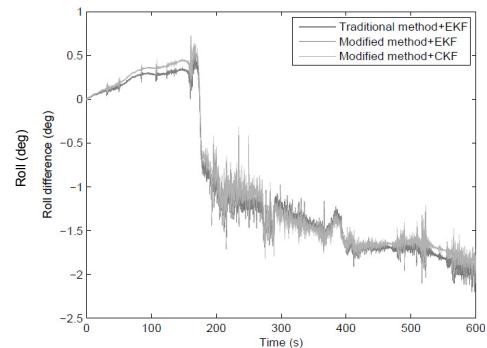


Рис. 2. Оценка угла бортовой качки в первом эксперименте

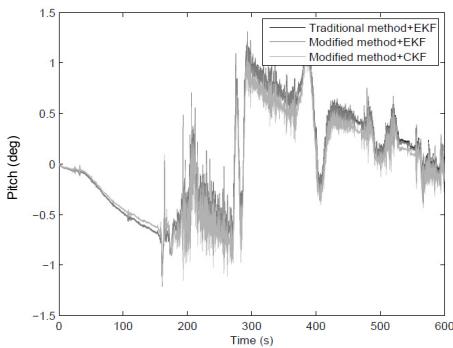


Рис. 3. Оценка угла килевой качки
в первом эксперименте

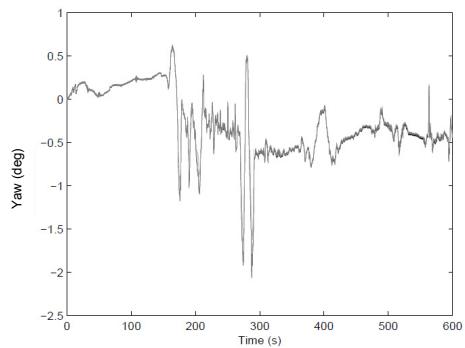


Рис. 4. Оценка угла рыскания
в первом эксперименте

На рисунках в рамке EKF означает ОФК, а CKF – КФК

Из табл. 2 и рис. 2–4 видно, что модифицированный и традиционный методы обеспечивают практически одинаковую точность оценки углов ориентации, однако, первый все же немного выигрывает в точности. В силу низкой точности и высокого уровня шумов МЭМС - гироскопов, а также слабой наблюдаемости угла рыскания [26–28], по показаниям МЭМС - гироскопа почти невозможно определить исходный угол рыскания на этапе точной выставки. Точность оценки угла рыскания можно повысить за счет использования внешних датчиков, например магнитометров, или метода взаимной выставки [29]. В нашем случае мы задаем угол рыскания, определенный RQH, как начальный для VRU. Модифицированный метод коррекции измерения обеспечивает лучший результат оценки. Что касается сравнения КФК и ОФК, первый из них позволяет достичь более высокой точности оценки углов ориентации.

2) Эксперимент 2

Во втором эксперименте после периода движения объект (автобус) несколько раз останавливался, как показано на рис. 5. Из анализа наблюдаемости следует, что во время остановок и при равномерном прямолинейном движении погрешность угла рыскания ненаблюдаема [26–28].

Чтобы избежать влияния настройки параметров фильтра Калмана на конечный результат, все параметры настраиваются одинаково. Грубо определяется исходный угол рыскания. Сравнение оценок углов бортовой, килевой качки и рыскания показано на рис. 6–8.

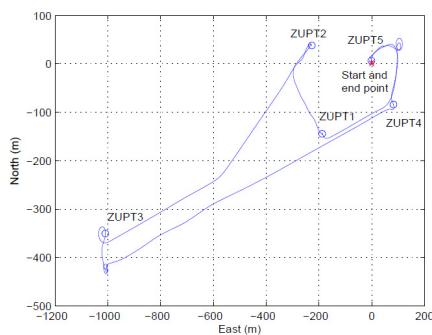


Рис. 5. Траектория объекта
во втором эксперименте

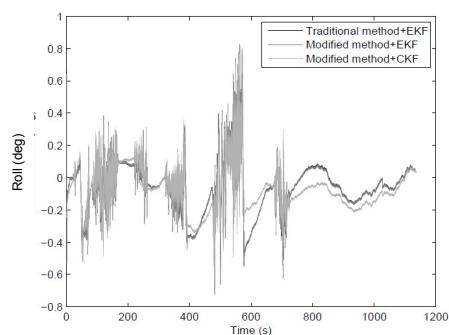


Рис.6. Оценки угла бортовой качки
во втором эксперименте

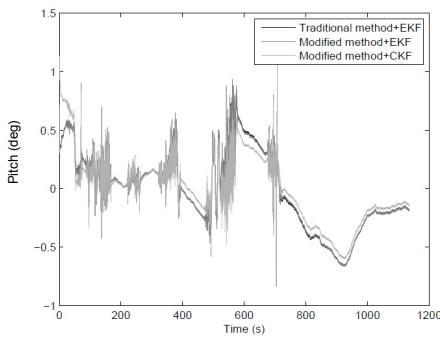


Рис.7. Оценки угла килевой качки во втором эксперименте

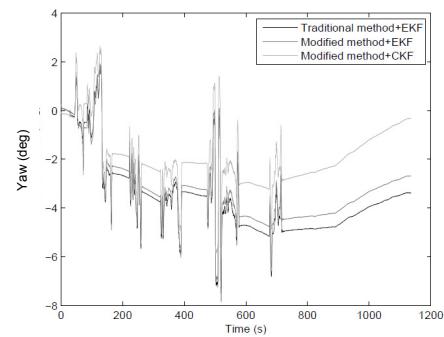


Рис. 8. Оценки угла рыскания во втором эксперименте

Таблица 3

Среднеквадратические погрешности (СКП) углов ориентации, полученные различными методами, во втором эксперименте

	Традиционный метод +ОФК	Модифицированный метод+ОФК	Модифицированный метод+КФК
СКП угла бортовой качки, град.	1,1703	0,1700	0,1555
СКП угла килевой качки, град.	0,3238	0,3202	0,2922
СКП угла рыскания, град.	3,8863	3,5044	2,2461

Из рис. 6–8 и табл. 3 видно, что угол рыскания, оцененный методом КФК, дрейфует медленнее, чем при использовании двух других методов, особенно при остановке объекта (например, машина останавливается на 5 мин на последнем этапе). Также модифицированный метод работает лучше, чем традиционный. Традиционный метод более зависим от средней скорости между двумя последовательными эпохами измерения, в то время как модифицированный метод оперирует с мгновенной скоростью, что способствует повышению точности оценки угла рыскания. Однако, без использования внешних вспомогательных датчиков ориентации угол рыскания, оцененный по данным МЭМС - гироскопов, очень быстро дрейфует по сравнению с определенным по данным высокоточных инерциальных датчиков в статическом случае. Повышение точности оценки углов бортовой и килевой качки не так очевидно в силу наблюдаемости их погрешностей в измерениях.

3) Автономная работа

Точность работы интегрированной навигационной системы оценивалась также в автономном режиме.

GPS - измерения, полученные во втором эксперименте, намеренно не использовались в течение 30 с.

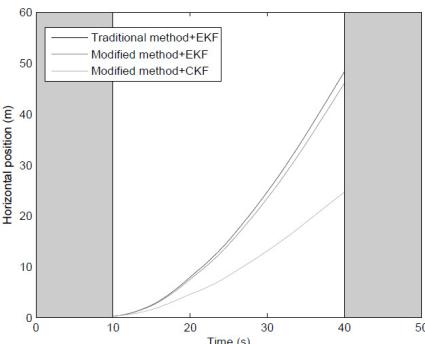


Рис. 9. Погрешности горизонтальных координат

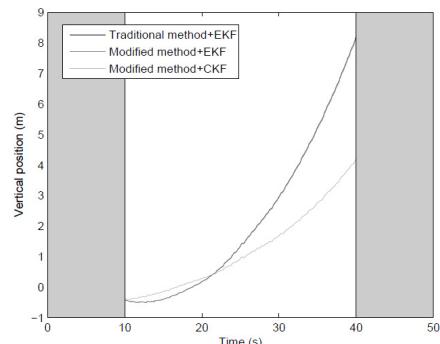


Рис. 10. Погрешность высоты

Таблица 4

Результаты работы инерциально-спутниковой системы в автономном режиме в течение 30с

	Традиционный метод +ОФК	Модифицированный метод+ОФК	Модифицированный метод+КФК
Погрешности горизонтальных координат, м	50,44	48,10	25,61
Погрешность высоты, м	8,80	8,74	7,21

Из рис. 9–10 и табл. 4 видно, что при отсутствии спутниковых данных погрешности в выработке координат быстро нарастают. Из сравнения трех методов также следует, что модифицированный метод работает чуть лучше, чем традиционный и что КФК улучшает работу в автономном режиме в силу своей способности работать с большими погрешностями в углах ориентации.

6. Выводы

В данной статье описывается применение временных приращений фазы несущей в сильносвязанной инерциально-спутниковой навигационной системе. Чтобы повысить точность оценивания, разработан модифицированный метод коррекции ИНС, который позволяет связать приращение фазы с текущей погрешностью в скорости. Результаты решения навигационной задачи демонстрируют умеренное улучшение по сравнению с традиционным методом. Также повышению точности оценивания углов ориентации способствует применение метода нелинейной фильтрации, что следует из результатов экспериментов для корректируемого и автономного режимов.

7. Благодарности

Первый автор благодарит Китайский совет по научным стипендиям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Knight, D.T., Rapid development of tightly-coupled GPS/INS systems, in Position Location and Navigation Symposium, 1996, IEEE 1996, pp. 300–305. IEEE, 1996.

2. **Miller, I., Schimpf, B., Campbell, M., and Leyssens, J.**, Tightly-Coupled GPS/INS system design for autonomous urban navigation, in Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION, pp. 1297–1310, IEEE, 2008.
3. **Wendel, J. and Trommer, G.F.**, Tightly coupled GPS/INS integration for missile applications, *Aerospace Science and Technology*, 2004, no. 8(7), pp. 627–634.
4. **Wendel, J., Metzger, J., Moenikes, R., Maier, A., and Trommer, G.F.**, A performance comparison of tightly coupled GPS/INS navigation systems based on extended and sigma point Kalman filters, *Navigational*, 2006, no. 53(1), pp. 21–31.
5. **Ding, W. and Wang, J.**, Precise velocity estimation with a stand-alone GPS receiver, *Journal of Navigation*, 2011, no. 64(02), pp. 311–325.
6. Serrano, L., Kim, D., Langley, R.B., Itani, K., and Ueno, M., A GPS velocity sensor: how accurate can it be? A first look, *ION NTM*, 2004, pp. 875–885.
7. **Soon, B.K.H., Scheding, S., Lee, H.-K., Lee, H.-K., and Durrant-Whyte, H.**, An approach to aid INS using time-differenced GPS carrier phase (TDCP) measurements, *GPS Solutions*, 2008, no. 12(4), pp. 261–271.
8. **Moafipoor, S., Grejner-Brzezinska, D.A., and Toth, C.K.**, Tightly coupled GPS/INS integration based on GPS carrier phase velocity update, *ION NTM*, 2004.
9. **Ding, W.**, Integration of MEMS INS with GPS carrier phase derived velocity: A new approach, *Proceedings of ION GNSS 2007*, 2007, pp. 2085–2093.
10. **Tang, Y., Lian, J., Wu, M., and Shen, L.**, Reduced Kalman filter for RDSS/INS integration based on time differenced carrier phase, *Industrial Electronics and Applications, 2007. ICIEA 2007. 2nd IEEE Conference on*, pp. 11–14.
11. **Han, S. and Wang, J.**, Integrated GPS/INS navigation system with dual-rate Kalman filter, *GPS solutions*, 2012, no. 16(3), pp. 389–404.
12. **Groves, P.D.**, *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*, 2013.
13. **Farrell, J.**, *Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors*, New York: McGraw-Hill, 2008.
14. **Ali, J. and Rasheed Ullah Baig Mirza, M.**, Initial orientation of inertial navigation system realized through nonlinear modeling and filtering, *Measurement*, 2011, no. 44(5), pp. 793–801.
15. **Yi, Y. and Grejner-Brzezinska, D.A.**, Tightly-coupled GPS/INS integration using unscented Kalman filter and particle filter, *Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006)*, 2006, pp. 2182–2191.
16. **Zhou, J., Edwan, E., Knedlik, S., and Loffeld, O.**, Low-cost INS/GPS with nonlinear filtering methods, *13th IEEE Conference on Information Fusion (FUSION)*, 2010, pp. 1–8.
17. **Arasaratnam, I. and Haykin, S.**, Cubature Kalman filters, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, no. 54(6), pp. 1254–1269.
18. **Jiang, L., Bai-gen, C., Tao, T., and Jian, W.**, A CKF based GNSS/INSS train integrated positioning method, *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*, 2010, pp. 1686–1689.
19. **Li, W. and Jia, Y.**, Location of mobile station with maneuvers using an IMM-based cubature Kalman filter, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, no. 59(11), 4338–4348.
20. **Tang, X., Wei, J., and Chen, K.**, Square-root adaptive cubature Kalman filter with application to spacecraft attitude estimation, *15th IEEE International Conference on Information Fusion (FUSION)*, 2012, pp. 1406–1412.
21. **Kong, X., Nebot, E.M., and Durrant-Whyte, H.**, Development of a nonlinear psi-angle model for large misalignment errors and its application in INS alignment and calibration, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1999, vol. 2, pp. 1430–1435.
22. **Wang, Q., Li, Y., Rizos, C., and Li, S.**, The UKF and CDKF for low-cost SDINS/GPS in-motion alignment, *Proceedings of International Symposium on GPS/GNSS*, 2008, pp. 441–448.
23. **Li, W., Wang, J., Lu, L., and Wu, W.**, A novel scheme for DVL-aided SINS in-motion alignment using UKF techniques, *Sensors*, 2013, no. 13(1), pp. 1046–1063.
24. **Georgy, J., Noureldin, A., Korenberg, M.J., and Bayoumi, M.M.**, Low-cost three-dimensional navigation solution for RISS/GPS integration using mixture particle filter, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2010, no. 59(2), pp. 599–615.
25. **Yi, Y.**, On improving the accuracy and reliability of GPS/INS-based direct sensor georeferencing, *PhD thesis, The Ohio State University*, 2007.
26. **Hong, S., Lee, M.H., Chun, H.-H., Kwon, S.-H., and Speyer, J.L.**, Observability of error states in GPS/INS integration, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2005, no. 54(2), pp. 731–743.
27. **Rhee, I., Abdel-Hafez, M.F., and Speyer, J.L.**, Observability of an integrated GPS/INS during maneuvers, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, no. 40(2), pp. 526–535.
28. **Tang, Y., Wu, Y., Wu, M., Wu, W., Hu, X., and Shen, L.**, INS/GPS integration: global observability analysis, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2009., no. 58(3), pp. 1129–1142.

29. **Madgwick, S.O.H., Harrison, A.J.L., and Vaidyanathan, R.**, Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm, IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR), 2011, pp. 1–7.

Abstract. To avoid the difficulties in fixing the carrier phase ambiguities, the time difference carrier phase approach is applied to a GPS/IMU tightly-coupled navigation system to eliminate the ambiguity between two successive GPS epochs, which can provide high velocity estimation accuracy. The carrier phases are carefully corrected before use. A modified method is proposed by using the system matrix in each time update to calculate the integration of the velocity errors in the measurement update equation. A Cubature Kalman Filter (CKF) is applied to the integrated navigation system to improve the attitude estimation accuracy. The navigation result and comparison show the accuracy improvement after applying the carrier phase corrections, modified measurement update method and the CKF.

Key words: Time difference carrier phase, IMU, Cubature Kalman Filter, Measurement update equation