

М. А. БАСАРАБ, Б. С. ЛУНИН, В. А. МАТВЕЕВ, Е. А. ЧУМАНКИН

БАЛАНСИРОВКА ПОЛУСФЕРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ ВОЛНОВЫХ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ГИРОСКОПОВ МЕТОДОМ ХИМИЧЕСКОГО ТРАВЛЕНИЯ

Рассмотрена процедура балансировки четырех низших гармоник неоднородности углового распределения массы кварцевого полусферического беззубцового резонатора волнового твердотельного гироскопа химическим методом. Химическое травление неуравновешенной массы с поверхности частично погруженного резонатора проводится в соответствии с аналитическим алгоритмом расчета угла поворота резонатора вокруг оси симметрии, наклона и глубины его погружения в химическую ванну и времени химического травления. Показано, что предложенный метод балансировки позволяет существенно снизить время и трудоемкость балансировочного процесса по сравнению со способом ионно-плазменного травления.

Ключевые слова: волновой твердотельный гироскоп, полусферический резонатор, балансировка, химическое травление.

Введение

Волновые твердотельные гироскопы (ВТГ), чей принцип действия основан на эффекте прецессии упругих волн в осциллирующих осесимметричных оболочках [1], зарекомендовали себя в качестве высоконадежных датчиков первичной информации инерциальных навигационных систем [2, 3]. Основной деталью ВТГ является резонатор, качество которого во многом определяет точность гироскопа. Одним из наиболее распространенных материалов таких резонаторов является кварцевое стекло [4], обладающее малым уровнем внутреннего трения и высокой изотропностью. Повышение точности работы таких приборов напрямую зависит от совершенства технологии изготовления резонаторов ВТГ. Наличие аномалий распределения массы по окружному углу оболочки или неоднородность ее толщины [5], а также отклонение геометрии резонатора от идеальной осесимметричной формы приводят к нежелательной прецессии стоячей волны в резонаторе и, как следствие, к уменьшению точности прибора.

Для устранения неоднородностей углового распределения массы в резонаторе ВТГ используются различные технологии и методы балансировки [6-8].

Басараб Михаил Алексеевич. Доктор физико-математических наук, профессор кафедры МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва).

Лунин Борис Сергеевич. Доктор технических наук, ведущий научный сотрудник химического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Матвеев Валерий Александрович. Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой МГТУ им. Н.Э. Баумана. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Чуманкин Евгений Алексеевич. Кандидат технических наук, заместитель начальника отдела ОАО «АНПП «ТЕМП-АВИА» (г. Арзамас).

В частности, известна технология балансировки металлических резонаторов ВТГ, снабженных специальными балансировочными зубцами, расположенными на кромке тонкостенной оболочки [9]. При этом неуравновешенная масса удаляется с каждого зубца электрохимическим способом согласно балансировочному алгоритму. Однако процедура нарезки зубцов является сложной технологической операцией даже для металлических резонаторов. Кроме того, в ходе этой операции в резонатор вносится дополнительный массовый дисбаланс за счет неизбежных погрешностей в геометрии зубцов.

Беззубцовые резонаторы значительно проще в изготовлении и обладают заметно меньшими массовыми дисбалансами. Известен способ балансировки беззубцовых кварцевых полусферических резонаторов ВТГ, в котором неуравновешенная масса удаляется ионным лучом с поверхности полусферической оболочки в соответствии с определенным алгоритмом [10]. Недостатком данного способа является низкая производительность процесса балансировки, связанная с невысокой скоростью удаления материала потоком ионов. Время балансировки может достигать нескольких десятков часов. Другим недостатком является неравномерное по окружному углу ухудшение качества поверхности, связанное с возникновением дефектов при ионно-плазменном травлении, что может повлечь снижение добротности резонатора.

В работе [11] было предложено балансировать первые четыре гармоники неоднородного распределения массы металлического цилиндрического беззубцового резонатора ВТГ с использованием метода электрохимического растворения металлов. Требуемый алгоритм удаления массы с поверхности резонатора реализуется выбором угла и глубины наклонного погружения резонатора в электрохимическую ванну, а также последовательных поворотов резонатора вокруг его оси симметрии. При этом балансировка беззубцовых металлических цилиндрических резонаторов осуществляется с меньшими трудоемкостью и временем обработки по сравнению с их зубчатыми аналогами.

В данной работе предлагается развитие этого подхода для случая балансировки кварцевого полусферического резонатора ВТГ. Существенным отличием является использование технологии химического травления кварцевого стекла для удаления неуравновешенной массы, а также алгоритм определения геометрических параметров процесса, который для полусферической оболочки имеет принципиальные отличия по сравнению с цилиндрическим аналогом.

Химическое травление неуравновешенной массы

Исходными данными для балансировки являются предварительно определенные значения параметров форм массового дефекта M_k, φ_k в разложении функции распределения массы резонатора M в ряд Фурье по окружному углу φ

$$M(\varphi) = M_0 + \sum_{k=1}^{\infty} M_k \cos k(\varphi - \varphi_k). \quad (1)$$

Здесь k – номер формы дефекта распределения массы резонатора; M_0 – равномерно распределенная по окружному углу масса резонатора; M_k – величина k -й формы дефекта; φ_k – ориентация k -й формы дефекта относительно условного нуля окружного угла.

Согласно [12] при отличных от нуля значениях M_1 , M_2 или M_3 возникают колебания центра масс резонатора при работе гироскопа и дополнительное рассеяние энергии колебаний резонатора в узлах его крепления, что приводит к систематической погрешности ВТГ. При ненулевом значении M_4 возникает расщепление собственной частоты резонатора, приводящее к случайным погрешностям прибора. Для устранения этих явлений резонатор балансируется по четырем нижним формам дефекта углового распределения массы, т. е. определяют параметры M_k и φ_k для $k=1, \dots, 4$ и удаляют неуравновешенную массу. В первом приближении не будем учитывать эффект от удаления массы, находящейся на достаточно большом расстоянии от кромки резонатора [7]. Рассмотрим процедуру удаления массы с поверхности полусферического резонатора I с радиусом R , наклонно погруженного в химическую ванну с травильным раствором 2 (рис. 1).

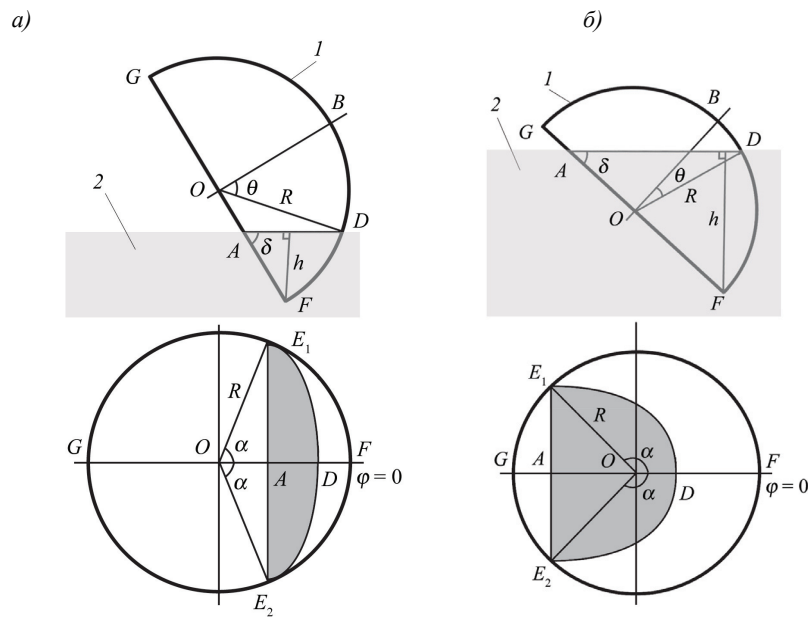


Рис. 1. Геометрия обработки полусферического резонатора при $\alpha < 90^\circ$ (а) и $\alpha > 90^\circ$ (б)

Геометрию будем описывать в сферической системе координат (r, θ, φ) с центром O и $r = R$. Пусть δ – угол наклона секущей плоскости E_1DE_2 , ограничивающей поверхность обработки полусферы. Угол наклона может изменяться в пределах $0 < \delta \leq 90^\circ$ (при $\delta > 90^\circ$ обрабатывается дно полусферы резонатора, включая ножку в точке крепления B ; при $\delta = 0$ отсутствует эффект от углового поворота вокруг оси OB). Введем понятие глубины обработки h как длину перпендикуляра от точки кромки полусферы F , соответствующей полярному углу $\varphi = 0$ (ось OF), до упомянутой секущей плоскости E_1DE_2 . Погружение в жидкость может осуществляться до момента, пока не будет задета либо вся кромка полусферы (точка G , диаметрально противоположная F), либо точка крепления ножки к полюсу полусферы B :

$$0 < h \leq \begin{cases} 2R \sin \delta, & \delta \leq \pi/4, \\ R(\sin \delta + \cos \delta), & \delta > \pi/4. \end{cases}$$

Определим 2α как удвоенный зенитный угол между радиус-векторами, проведенными из центра O к противоположным крайним точкам обрабатываемой кромки E_1 и E_2 [13]

$$\cos \alpha = 1 - \frac{h}{R \sin \delta}.$$

Для точек полусферы на границе обрабатываемой поверхности зависимость угла θ от угла φ и параметров обработки α, δ имеет вид

$$\theta(\varphi, \alpha, \delta) = \begin{cases} \arcsin \left(\frac{\operatorname{tg}^2 \delta \cos \alpha \cos \varphi + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta (\cos^2 \varphi - \cos^2 \alpha)}}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta \cos^2 \varphi} \right), & |\varphi| \leq \alpha, \\ \pi/2, & |\varphi| > \alpha. \end{cases}$$

В ходе химического травления в течение времени t с обрабатываемой поверхности S резонатора удаляется слой стекла массой

$$m = S \nu t,$$

где ν – экспериментально определяемая удельная скорость растворения кварцевого стекла, значение которой зависит от состава и температуры травильного раствора.

Алгоритм балансировки

При заданном угле наклона $\delta = \text{const}$ угловая зависимость снимаемой с боковой поверхности резонатора массы имеет вид

$$m(\varphi, \alpha) = \rho d R^2 \cos \theta(\varphi, \alpha), \quad (2)$$

где ρ – плотность материала резонатора; d – толщина снимаемого слоя.

Разложим $m(\varphi, \alpha)$ в ряд Фурье по окружному углу φ , удерживая первые четыре гармоники:

$$m(\varphi, \alpha) = \rho d R^2 \sum_{k=0}^4 C_k(\alpha) \cos k\varphi,$$

$$C_0(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos \theta(\varphi, \alpha) d\varphi,$$

где

$$C_k(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos \theta(\varphi, \alpha) \cos k\varphi d\varphi, \quad k = 1, \dots, 4.$$

Коэффициент C_0 соответствует равномерно распределенной массе, удаляемой с поверхности резонатора; ее величина не влияет на точность работы гироскопа.

При балансировке первые четыре формы дефекта распределения резонатора удаляются поочередно и независимо друг от друга. Балансировка любой k -й гармоники приводит к появлению кратных гармоник с номерами nk ($n=2,3,4,\dots$). Порядок балансировки следующий: сначала балансируются последовательно 1-я и 2-я гармоники, затем в произвольном порядке 3-я и 4-я. Это связано с тем, что при удалении 1-й формы дефекта масс образуются гармоники с номерами 2,3,4,..., а при удалении 2-й формы – все четные гармоники. Балансировка

же 3-й и 4-й форм дефекта влечет за собой появление лишь старших гармоник с номерами больше 4, существенно не влияющих на характеристики прибора.

Если осуществлять N -кратную обработку поверхности полусферы, последовательно поворачиваемой на угол $2\pi/N$ вокруг ножки (ось OB), удельная снижаемая масса будет иметь вид

$$m_N(\varphi, \alpha) = \rho d R^2 \sum_{k=0}^{\infty} C_k(\alpha) \sum_{j=0}^{N-1} \cos k \left(\varphi + \frac{2\pi j}{N} \right) = \rho d R^2 N \sum_{k=0}^{\infty} C_{kN}(\alpha) \cos kN\varphi.$$

Без ограничения общности совместим начало отсчета по окружному углу φ с ориентацией первой гармоники φ_1 и рассмотрим далее лишь случаи симметричного одно-, двух-, трех- и четырехкратной обработки первых четырех гармоник:

$$m_1(\varphi, \alpha) = \rho d R^2 [C_0(\alpha) + C_1(\alpha) \cos \varphi + C_2(\alpha) \cos 2\varphi + C_3(\alpha) \cos 3\varphi + C_4(\alpha) \cos 4\varphi],$$

$$m_2(\varphi, \alpha) = 2\rho d R^2 [C_0(\alpha) + C_2(\alpha) \cos 2\varphi + C_4(\alpha) \cos 4\varphi],$$

$$m_3(\varphi, \alpha) = 3\rho d R^2 [C_0(\alpha) + C_3(\alpha) \cos 3\varphi],$$

$$m_4(\varphi, \alpha) = 4\rho d R^2 [C_0(\alpha) + C_4(\alpha) \cos 4\varphi].$$

При удалении 1-й формы дефекта невозможно подобрать такую пару параметров α, δ , при которых одновременно $C_2 = C_3 = C_4 = 0$. Вместе с тем при $67^\circ < \alpha = \alpha_1 < 90^\circ$ можно найти углы δ , при которых $C_3 = 0$ (рис. 2а), однако при этом возникнут дополнительные дефекты по 2-й и 4-й гармоникам

$$m_1(\varphi) = \rho d R^2 \left(C_0^{(1)} + C_1^{(1)} \cos \varphi + C_2^{(1)} \cos 2\varphi + C_4^{(1)} \cos 4\varphi \right),$$

где $C_k^{(1)} = C_k(\alpha_1)$, $k = 0, 1, 2, 4$.

Рассмотрим далее случай, когда ось симметрии оболочки OB горизонтальна ($\delta = 90^\circ$, рис. 3). Тогда $\alpha_1 = 67^\circ$ и, как видно из рис. 2а, за единицу времени будет удалена наибольшая масса по 1-й гармонике. Кроме того, данный вариант наклона резонатора наиболее прост в практической реализации. При этом (2) можно записать

$$m(\varphi, \alpha) = \rho d R^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} \right)^2}.$$

Значения коэффициентов $C_k^{(1)} = C_k(\alpha_1)$, $k = 0, 1, 2, 4$ приведены в таблице.

Расчетные величины амплитуд гармоник

k	$C_k^{(1)}$	$C_k^{(2)}$	$C_k^{(3)}$	$C_k^{(4)}$
0	0,152	0,096	0,067	0,040
1	0,249	0,172*	0,125*	0,077*
2	0,119	0,118	0,098*	0,068*
3	0	0,053*	0,062	0,053*
4	-0,054	0	0,026*	0,037

* Не влияет на работу ВТГ.

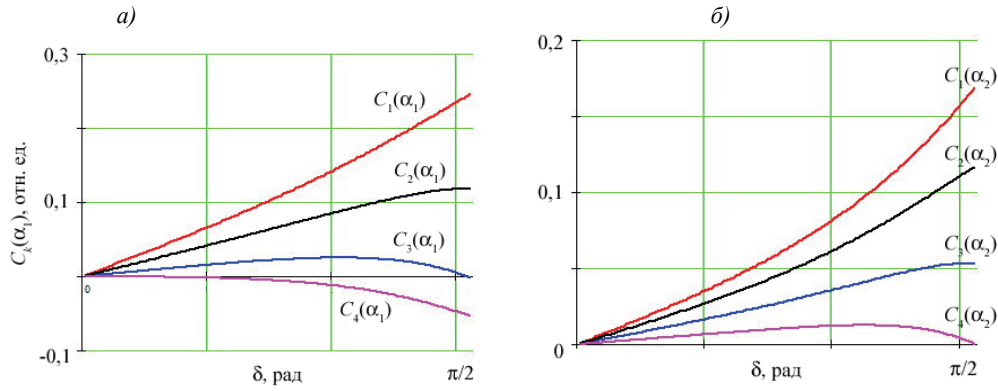


Рис. 2. Амплитуды гармоник при $2\alpha = 134^\circ$ (а), $2\alpha = 104^\circ$ (б)

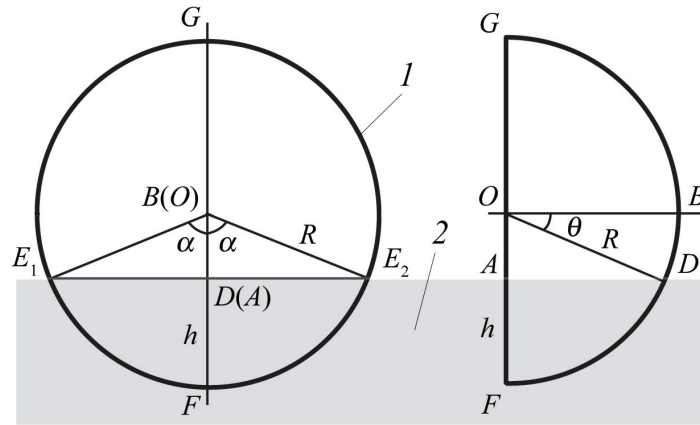


Рис. 3. Геометрия обработки полусферического резонатора при $\delta = 90^\circ$:
1 – резонатор, 2 – травильный раствор

Таким образом, при устранении 1-й формы массового дефекта с параметрами M_1 , φ_1 полусферический резонатор необходимо установить в положение, когда $\Delta\varphi = -\varphi_1$, а удвоенное значение зенитного угла $2\alpha_1 = 134^\circ$. Время химического травления резонатора при удалении 1-й формы массового дефекта составляет $t_1 = 0,973M_1/(R^2\nu)$, а возникшие при этом дополнительные дефекты будут удалены при последующей балансировке по 2-й и 4-й формам.

Для компенсации 1-й гармоники дефекта необходимо положить

$$d = d_1 = \frac{M_1}{\rho R^2 C_1^{(1)}}.$$

В результате имеем новое распределение массы по окружному углу

$$\begin{aligned} M^{(1)}(\varphi) &= M(\varphi) - m_1(\varphi) = \\ &= M_0^{(1)} + M_2^{(1)} \cos 2(\varphi - \varphi_2^{(1)}) + M_3 \cos 3(\varphi - \varphi_3) + M_4^{(1)} \cos 4(\varphi - \varphi_4^{(1)}), \end{aligned}$$

где

$$M_0^{(1)} = M_0 - M_1 \frac{C_0^{(1)}}{C_1^{(1)}};$$

$$M_2^{(1)} = \sqrt{\left(M_2 \cos 2\varphi_2 - M_1 \frac{C_2^{(1)}}{C_1^{(1)}}\right)^2 + M_2^2 \sin^2 2\varphi_2};$$

$$\varphi_2^{(1)} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{M_2 \sin 2\varphi_2}{M_2 \cos 2\varphi_2 - M_1 C_2^{(1)} / C_1^{(1)}};$$

$$M_4^{(1)} = \sqrt{\left(M_4 \cos 4\varphi_4 - M_1 \frac{C_4^{(1)}}{C_1^{(1)}}\right)^2 + M_4^2 \sin^2 2\varphi_4};$$

$$\varphi_4^{(1)} = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{M_4 \sin 4\varphi_4}{M_4 \cos 4\varphi_4 - M_1 C_4^{(1)} / C_1^{(1)}}.$$

При устранении 2-й формы дефекта с параметрами M_2 , φ_2 оптимальное значение зенитного угла сферического сегмента составляет $\alpha = \alpha_2 = 52^\circ$, когда $C_4 \approx 0$. Обработку поверхности резонатора проводим в два этапа. Устанавливаем двойной зенитный угол: $2\alpha_2 = 104^\circ$ и $\Delta\varphi = -\varphi_2^{(1)}$, проводим химическое травление в течение времени $t_2 = 0,506M_2^{(1)} / (R^2\nu)$, затем поворачиваем резонатор вокруг оси на 180° и осуществляем химическое травление в течение времени t_2 . Величины $M_2^{(1)}$ и $\varphi_2^{(1)}$ определяются следующим образом:

$$M_2^{(1)} = \sqrt{(M_2 \cos 2\varphi_2 - 0,478M_1)^2 + M_2^2 \sin^2 2\varphi_2},$$

$$\varphi_2^{(1)} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{M_2 \sin 2\varphi_2}{M_2 \cos 2\varphi_2 - 0,478M_1}.$$

При этом только коэффициенты C_0 и C_2 отличны от нуля, т.е. избирательно устраняется 2-я форма дефекта распределения массы резонатора

$$m_2(\varphi) = 2\rho dR^2 \left[C_0^{(2)} + C_2^{(2)} \cos 2(\varphi - \varphi_2^{(1)}) \right],$$

где $C_k^{(2)} = C_k(\alpha_2)$, $k = 0, 2$ (см. таблицу).

Устранение 3-й формы дефекта полусферического резонатора с параметрами M_3 , φ_3 проводим в три этапа. Установив $2\alpha_3 = 86^\circ$, $\Delta\varphi = -\varphi_3$, осуществляем химическое травление в течение времени $t_3 = 0,422M_3 / (R^2\nu)$, затем дважды последовательно в одном направлении резонатор поворачиваем на 120° вокруг оси симметрии и в каждом угловом положении проводим химическое травление в течение времени t_3 . В каждом положении резонатора химически удаляется 1/3 часть общей удаляемой массы:

$$m_3(\varphi) = 3\rho dR^2 \left[C_0^{(3)} + C_3^{(3)} \cos 3(\varphi - \varphi_3) \right],$$

где $C_k^{(3)} = C_k(\alpha_3)$, $k = 0, 3$ (см. таблицу).

Устранение 4-й формы дефекта массы с параметрами M_4 , φ_4 осуществляем в четыре этапа, установив $2\alpha_4 = 66^\circ$, $\Delta\varphi = -\varphi_4^{(1)}$, и производя химическое травление в течение времени $t_4 = 0,405M_4^{(1)}/(R^2\nu)$. Затем трижды последовательно в одном направлении поворачиваем резонатор на 90° вокруг оси симметрии и в каждом угловом положении проводим химическое травление в течение времени t_4 . На каждом этапе химически удаляется 1/4 часть общей удаляемой массы

$$m_4(\varphi) = 4\rho dR^2 \left[C_0^{(4)} + C_4^{(4)} \cos 4(\varphi - \varphi_4^{(1)}) \right],$$

где $C_k^{(4)} = C_k(\alpha_4)$, $k = 0, 4$ (см. таблицу). Величины $M_4^{(1)}$, $\varphi_4^{(1)}$ определяются по формулам:

$$M_4^{(1)} = \sqrt{(M_4 \cos 4\varphi_4 + 0,217M_1)^2 + M_4^2 \sin^2 2\varphi_4},$$

$$\varphi_4^{(1)} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{M_4 \sin 4\varphi_4}{M_4 \cos 4\varphi_4 + 0,217M_1}.$$

Пример балансировки

Поясним процедуру удаления массового дисбаланса кварцевого полусферического резонатора следующим примером. Пусть необходимо устранить предварительно измеренный массовый дефект 3-й формы величиной $M_4 = 10$ мг в полусферическом резонаторе радиусом $R = 3$ см, изготовленном из кварцевого стекла. Ориентация данной формы массового дефекта относительно условного нуля резонатора составляет $\varphi_3 = 10^\circ$.

Кварцевый полусферический резонатор ВТГ 1 (см. рис. 3) с предварительно определенными значениями параметров 3-й формы массового дефекта устанавливаем в положение, при котором ось его симметрии горизонтальна, а единый нуль окружного угла находится в нижнем положении. Повернем резонатор вокруг оси симметрии на угол $\Delta\varphi = -10^\circ$ относительно единого нуля окружного угла, и в этом положении частично погрузим резонатор в травильный раствор 2, устанавливая удвоенный зенитный угол сферического сегмента обрабатываемой поверхности $2\alpha_3 = 86^\circ$. В качестве травильного раствора могут быть использованы водные растворы плавиковой кислоты или растворы солей плавиковой кислоты в серной кислоте [14]. Авторами был использован травильный раствор следующего состава:

бифторид аммония	 5,6 %;
серная кислота (96%)	 59,4 %;
вода	 35 %.

Определенная экспериментально скорость травления кварцевого стекла в растворе данного состава при 22°C составляет $5 \cdot 10^{-5}$ г/см²·мин [15]. Проводим химическое травление частично погруженного резонатора в течение времени $t_3 = 0,422M_3/(R^2\nu) = 9,4$ мин. По завершении травления переносим резонатор в промывочный раствор для удаления остатков травителя с поверхности обрабатываемого участка, для этого использовали 20%-ный раствор серной кислоты. Затем дважды повторяют эти процедуры, поворачивая последовательно резонатор на 120° вокруг оси симметрии. Время химического травления в каждом из

этих угловых положений также равно t_3 . После химической обработки резонатор необходимо промыть дистиллированной водой и высушить. Удаление других форм массового дефекта резонатора проводится аналогичным образом.

Заключение

Преимущество заявленного способа – малое время и невысокая трудоемкость балансировки беззубцовых кварцевых полусферических резонаторов ВТГ по 1–4-й формам его массового дефекта. Из рассмотренного примера следует, что общее время обработки в предложенном способе составляет около 30 мин, тогда как по оценке авторов удаление такой же неуравновешенной массы ионно-плазменным травлением потребует 20–30 ч. Таким образом, продолжительность и трудоемкость балансирующего процесса существенно сокращается. Достоинством также является простота и дешевизна технологического оборудования, необходимая для реализации предложенного процесса по сравнению с техникой, используемой в ионно-плазменном методе балансировки. Отметим также, что заявленный способ балансировки исключает появление поверхностных дефектов, обеспечивая сохранение высокой добротности резонатора.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ
в рамках научного проекта № 15-08-09145 а.*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Bryan, G.H.**, On the Beats in the Vibrations of a Revolving Cylinder or Bell, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1892, vol. VII.- P.101-111.
2. **Мейер Д., Розелле Д.** Инерциальная навигационная система на основе миниатюрного волнового твердотельного гироскопа // Гироскопия и навигация.- 2012.- № 3 (78).- С. 45-54.
3. **Жанруа А., Буве А., Ремиллье Ж.** Волновой твердотельный гироскоп и его применение в морском приборостроении // Гироскопия и навигация.- 2013.- № 4 (83).- С. 24-34.
4. **Loper, E.J., Lynch, D.D.** Патент США НКН 73-505 № 4157041 (1979).
5. **Меркурьев И.В.** Влияние неравномерной толщины полусферического резонатора на точность волнового твердотельного гироскопа // Гироскопия и навигация.- 2005.- № 3 (50).- С. 16-22.
6. **Жбанов Ю.К., Журавлев В.Ф.** О балансировке волнового твердотельного гироскопа // Изв. РАН. Механика твердого тела.- 1998.- № 4.- С. 4-16.
7. **Жбанов Ю.К., Каленова Н.В.** Поверхностный дебаланс волнового твердотельного гироскопа, Изв. РАН. Механика твердого тела.- 2001.- № 3.- С. 11-18.
8. **Лунин Б.С., Матвеев В.А., Басараб М.А.** Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. – М.: Радиотехника, 2014.- 176 с.
9. **Матвеев В.А., Лунин Б.С., Басараб М.А., Чуманкин Е.А.** Балансировка металлических резонаторов волновых твердотельных гироскопов низкой и средней точности // Наука и образование. Электронное научно-техническое издание.- № 06, июнь 2013, DOI: 10.7463/0613.0579179.
10. **Бодунов Б.П., Лопатин В.М., Лунин Б.С.** Способ балансировки резонаторов волнового твердотельного гироскопа. Патент РФ. 7G01C 19/56. RU 2147117. (1998).
11. **Басараб М.А., Лунин Б.С., Матвеев В.А., Чуманкин Е.А.** Статическая балансировка цилиндрических резонаторов волновых твердотельных гироскопов // Гироскопия и навигация.- 2014.- № 2 (85).- С. 43-51.
12. **Egarmin, N.E., Yurin, V.E.**, Introduction to theory of vibratory gyroscopes. – М.: Binom, 1993. 111 p.
13. **Zwillinger, D.** (Ed.) Spherical Coordinates in Space, §4.9.3 in CRC Standard Mathematical Tables and Formulae. – Boca Raton, FL: CRC Press, 1995, pp. 297-298.
14. **Альтах О.Л., Саркисов П.Д.** Шлифование и полирование стекла и стеклоизделий. – М.: Высшая школа.- 1988.- 231 с.

15. Лунин Б.С., Торбин С.Н., Данчевская М.Н., Батов И.В. Влияние нарушенного поверхностного слоя на добротность резонаторов из кварцевого стекла // Вестн. МГУ. Сер.2. Химия, 1994, № 1 (35).- С. 24-28.

Abstract. A procedure for balancing the four lower harmonics of inhomogeneous angular mass distribution for the quartz toothless hemispherical resonator gyroscope using the chemical etching technology is proposed. Chemical removal of unbalanced mass from the surface of the resonator partially immersed into the chemical bath is conducted in accordance with the analytical algorithm for calculating the angle of rotation about the axis of symmetry of the resonator, its inclination and depth of immersion, and the time of chemical etching (Figs. 1 and 3). Balancing the harmonic number N is realized by immersing the resonator into the bath N times with its sequential rotation by the angle $2\pi/N$ around the symmetry axis. An example of balancing the third harmonic of the quartz hemispherical resonator gyroscope is presented. It is shown that the proposed technique can significantly reduce the balancing time and complexity of balancing in comparison with the method of ion-plasma etching.

Keywords: hemispherical resonator gyroscope, balancing, chemical etching

Материал поступил 26.11.14