

А. В. ДЕРЕВЯНКИН, А. И. МАТАСОВ

**О КОНЕЧНОМ АЛГОРИТМЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ
ОБЪЕКТА ПО РАЗНОСТЯМ ИЗМЕРЕНИЙ ПСЕВДОДАЛЬНОСТЕЙ**

В статье исследован конечный алгоритм определения местоположения объекта по разностям измерений псевдодальностей до известных ориентиров. Выведены не встречающиеся ранее в литературе уравнения для случая избыточного числа ориентиров и для случая компланарных ориентиров. Для плоского случая получена удобная комплекснозначная форма решения задачи.

Ключевые слова: определение местоположения объекта, измерения псевдодальностей.

Введение

Задача определения местоположения объекта по измерениям псевдодальностей до известных ориентиров (маяков) оформилась в современном виде и начала активно исследоваться с середины XX века в связи с развитием наземных и спутниковых радионавигационных систем (история более раннего ее изучения подробно изложена в статье [1]). В СССР первая работа на эту тему принадлежит, по-видимому, В. С. Шебшаевичу [2, 3]. Из известных авторам публикаций, посвященных задаче определения местоположения по измерениям псевдодальностей, особого внимания заслуживают работы [3–15]. Следует отметить значительное разнообразие подходов, применяемых при ее решении. Так, в [4] предложена итерационная процедура, основанная на линеаризации исходных уравнений, описывающих измерения псевдодальностей. В работах [3, 5–10, 14, 15] решение основано на выводе квадратного уравнения относительно модуля радиус-вектора объекта или другой неизвестной величины (например, одной из координат объекта или погрешности его часов). В [8] для получения квадратного уравнения использованы сферические координаты; также рассмотрена связь задачи с задачей Аполлония. В [9] помимо этого предложен эквивалентный алгоритм, основанный на использовании барицентрических координат. В [11] применен геометрический подход, подразумевающий поиск точек пересечения поверхностей второго порядка (в общем случае – двухполостных гиперболоидов вращения), задаваемых исходными уравнениями. В [12] использован аппарат векторной алгебры. В [13] предложен алгоритм, использующий мультиполиномиальные результаты и базис Гребнера. Особый интерес представляют работы [5–7], в которых приводится метод решения задачи, аналогич-

Деревянкин Алексей Викторович. Кандидат физико-математических наук, доцент Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», старший научный сотрудник Научно-производственного центра автоматизации и приборостроения им. акад. Н. А. Пилюгина.

Матасов Александр Иванович. Доктор физико-математических наук, профессор Лаборатории управления и навигации механико-математического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

ный рассмотренному в данной статье. Однако в этих работах, как и во многих других, не уделяется достаточного внимания равносильности преобразований и не обсуждается возможность устранения неоднозначности.

В отечественной литературе необходимо отметить монографию [14], в которой, в частности, исследуются топологические и геометрические свойства задачи определения местоположения по измерениям псевдодальностей.

Несмотря на простоту формулировки данной задачи и значительное количество литературы, посвященной ее решению, эта нелинейная задача до сих пор не исследована исчерпывающим образом. В настоящей статье получены новые результаты, полезные как для практического применения, так и для дальнейшего исследования задачи.

1. Постановка задачи

Рассмотрим объект с неизвестным местоположением в трехмерном пространстве и четыре ориентира с известными координатами (например, спутники или радиомаяки). Требуется по измерениям псевдодальностей от объекта до указанных ориентиров определить местоположение объекта.

В измерениях псевдодальностей присутствует одна и та же значимая погрешность, обусловленная погрешностью часов объекта, поэтому разумно перейти от имеющейся информации о псевдодальностях к информации об их разностях. Эта преобразованная информация уже не содержит членов, вызванных погрешностью часов объекта.

Без ограничения общности свяжем начало системы координат с четвертым ориентиром. Пусть объект имеет в этой системе радиус-вектор $\vec{r}$, а ориентиры – известные радиус-векторы $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$ и $\vec{r}_4 = 0$. Обозначим через a_1, a_2, a_3 разности измеренных псевдодальностей соответственно от объекта до первого и четвертого ориентира, от объекта до второго и четвертого ориентира, от объекта до третьего и четвертого ориентира:

$$|\vec{r} - \vec{r}_i| - |\vec{r}| = a_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Наша цель – разрешить исходную систему уравнений (1) относительно неизвестного радиус-вектора $\vec{r}$.

2. Решение задачи для пространственного расположения ориентиров

Рассмотрим в данном разделе случай ориентиров, не лежащих в одной плоскости. Перенеся в равенствах (1) слагаемое $|\vec{r}|$ в правую часть и возведя обе части в квадрат, получим систему соотношений, эквивалентную системе (1):

$$-2(\vec{r}, \vec{r}_i) + |\vec{r}_i|^2 = a_i^2 + 2a_i|\vec{r}|, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

$$a_i + |\vec{r}| \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3)$$

где круглыми скобками обозначены скалярные произведения. Очевидно, что система уравнений (2) с ограничениями (3) эквивалентна исходной системе (1).

Для решения системы (2) выведем квадратное уравнение относительно $|\vec{r}|$ с известными коэффициентами. Сначала разложим вектор $\vec{r}$ по базису, биортонормальному к базису $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$:

$$\vec{r} = \sum_{i=1}^3 \beta_i \vec{e}_i, \quad \vec{e}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{r}_3, \quad \vec{e}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_1, \quad \vec{e}_3 = \vec{r}_1 \times \vec{r}_2. \quad (4)$$

Умножая скалярно равенство (4) поочередно на $\bar{\rho}_1$, $\bar{\rho}_2$ и $\bar{\rho}_3$ и используя соотношения (2), представим коэффициенты $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ как функции от $|\bar{\rho}|$:

$$\beta_i = (2\Delta)^{-1}(|\bar{\rho}_i|^2 - a_i^2 - 2a_i|\bar{\rho}|), \quad i = 1, 2, 3, \quad (5)$$

где $\Delta = (\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2 \times \bar{\rho}_3)$. После возведения соотношения (4) в квадрат имеем

$$|\bar{\rho}|^2 = \beta^T S \beta, \quad (6)$$

где $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)^T$, $S = \{\langle \bar{e}_i, \bar{e}_j \rangle\}$, $i, j = 1, 2, 3$. Далее, подставляя в (6) выражения (5) для β_i , легко получить квадратное уравнение относительно $|\bar{\rho}|$ с известными коэффициентами:

$$(\Delta^{-2} a^T S a - 1)|\bar{\rho}|^2 + 2a^T S f |\bar{\rho}| + \Delta^2 f^T S f = 0, \quad (7)$$

где $a = (a_1, a_2, a_3)^T$, $f = (f_1, f_2, f_3)^T$, $f_i = \Delta^{-2}(a_i^2 - |\bar{\rho}_i|^2)/2$, $i = 1, 2, 3$. После нахождения $|\bar{\rho}|$ из уравнения (7) выразим коэффициенты $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ по формулам (5), подставим найденные значения в уравнение (4) и определим исходный вектор $\bar{\rho}$. Таким образом, фактически система уравнений относительно переменных x и $\bar{\rho}$ имеет вид

$$(\Delta^{-2} a^T S a - 1)x^2 + 2a^T S f x + \Delta^2 f^T S f = 0, \quad (8)$$

$$x \geq 0, \quad (9)$$

$$a_i + x \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (10)$$

$$-2(\bar{\rho}, \bar{\rho}_i) + |\bar{\rho}_i|^2 = a_i^2 + 2a_i x, \quad i = 1, 2, 3. \quad (11)$$

Утверждение 1. Система (8)–(11) эквивалентна исходной системе (1).

Доказательство. Система (8)–(11) вытекает из (1) по построению. Покажем, что, обратно, любое решение $(x_0, \bar{\rho}_0)$ системы (8)–(11) порождает решение $\bar{\rho}_0$ системы (1). Действительно, из формул, аналогичных (4)–(6), но примененных к (11), следует соотношение

$$|\bar{\rho}|^2 = \Delta^{-2} a^T S a x^2 + 2a^T S f x + \Delta^2 f^T S f,$$

откуда с учетом (8) вытекает равенство $|\bar{\rho}|^2 = x^2$, а с учетом (9) – равенство $|\bar{\rho}| = x$. Таким образом, если $(x_0, \bar{\rho}_0)$ – решение (8)–(11), то $\bar{\rho}_0$ – решение (2), (3), а следовательно, и (1), что и требовалось доказать.

Аналогичный подход к решению задачи был изложен в работах [5–7], однако указанная эквивалентность не была в них отмечена, а соотношения (3) не учитывались, что приводило к не вполне корректным результатам. Так, например, в [7] (стр. 1025) приведено (в виде предположения) неточное достаточное условие существования решения исходной системы.

Утверждение 2. Все коэффициенты (8) (или (7)) не могут равняться нулю одновременно.

Доказательство. Предположим противное. Тогда подсистема (8)–(10) имеет бесконечное множество решений, а именно, луч $x \geq \max(-a_1; -a_2; -a_3; 0)$. Следовательно, и решения $\bar{\rho}$, найденные из (11), тоже образуют однопараметрическое семейство (кроме случая $a = 0$, в котором старший коэффициент (8), очевидно, не равен нулю). С другой стороны, если свободный член (8) равен

нулю, то $f = 0$ (так как $\Delta \neq 0$ и S – положительно определенная матрица), откуда $|a_i| = |\bar{\rho}_i|$. Тогда система (2), (3) (эквивалентная (1)) принимает вид

$$-(\bar{\rho}, \bar{\rho}_i) = \pm |\bar{\rho}_i| \cdot |\bar{\rho}|, \quad a_i + |\bar{\rho}| \geq 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

а данная система, поскольку векторы $\bar{\rho}_i$, $i = 1, 2, 3$, неколлинеарны, либо имеет единственное решение $\bar{\rho} = 0$, либо вообще не имеет решений (если хотя бы одно a_i отрицательно), что в силу доказанной выше эквивалентности (1) и (8)–(11) противоречит бесконечному количеству решений (8)–(11).

Таким образом, хотя бы один из коэффициентов (8) отличен от нуля, поэтому (8)–(11) имеет не более двух решений.

Подчеркнем, что все приведенные выше выкладки и выводы справедливы и для случая, когда измерения псевдодальностей содержат еще какие-либо неизвестные погрешности, кроме погрешности часов, т. е. для произвольных значений a_i .

Утверждение 3. Если исходная система (1) имеет решение, то условие (10) выполнено для всех неотрицательных решений уравнения (8). Если (1) не имеет решений, то условие (10) не выполнено (т. е. не выполнено хотя бы одно из неравенств (10)) ни для каких неотрицательных решений уравнения (8).

Следствие. Если измерения псевдодальностей не содержат погрешностей и, следовательно, система (1) имеет решение, то условие (10) можно опустить без нарушения эквивалентности. Таким образом, условие (10) нельзя использовать для устранения неоднозначности при наличии у уравнения (8) двух неотрицательных корней.

Доказательство утверждения 3. Сначала докажем первую часть утверждения. Предположим противное: хотя бы одно из условий (10) не выполняется (без ограничения общности будем полагать, что это первое из условий (10): $a_1 + |\bar{\rho}| < 0$). Это значит, что квадратное уравнение (8) имеет два различных неотрицательных корня, порождающих два значения искомого радиус-вектора: $\bar{\rho}$ и $\bar{\rho}^*$; при этом пара $(|\bar{\rho}|, \bar{\rho})$ является решением системы (8)–(11), а пара $(\bar{\rho}^*, |\bar{\rho}^*|)$ является решением системы (8), (9), (11) (а следовательно, и системы (2)) и удовлетворяет условию $a_1 + |\bar{\rho}^*| < 0$. Так как $\bar{\rho}^*$ удовлетворяет системе (2) и $a_1 + |\bar{\rho}^*| < 0$, то $|\bar{\rho}^* - \bar{\rho}_1| = -(a_1 + |\bar{\rho}^*|)$, что равносильно равенству $|\bar{\rho}^* - \bar{\rho}_1| + |\bar{\rho}^*| = -a_1$; таким образом,

$$|\bar{\rho}^* - \bar{\rho}_1| + |\bar{\rho}^*| = |\bar{\rho}| - |\bar{\rho} - \bar{\rho}_1|. \quad (12)$$

Согласно неравенству треугольника, $|\bar{\rho}^* - \bar{\rho}_1| + |\bar{\rho}^*| \geq |\bar{\rho}_1|$, $|\bar{\rho}| - |\bar{\rho} - \bar{\rho}_1| \leq |\bar{\rho}_1|$, поэтому равенство (12) выполняется только тогда, когда оба последних неравенства являются равенствами; это, очевидно, возможно лишь в случае $\bar{\rho} = \lambda \bar{\rho}_1$, $\bar{\rho}^* = \lambda^* \bar{\rho}_1$, где $\lambda \geq 1$, $0 \leq \lambda^* \leq 1$, причем $\lambda \neq \lambda^*$. Подставляя выражения для $\bar{\rho}$ и $\bar{\rho}^*$ во второе уравнение (2), получим:

$$|\bar{\rho}_2|^2 - a_2^2 = 2\lambda((\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2) + a_2|\bar{\rho}_1|),$$

$$|\bar{\rho}_2|^2 - a_2^2 = 2\lambda^*((\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2) + a_2|\bar{\rho}_1|).$$

Так как $\lambda \neq \lambda^*$, то из этих двух равенств следует, что $(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2) + a_2 |\bar{\rho}_1| = 0$ и $|\bar{\rho}_2|^2 - a_2^2 = 0$, откуда $(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2) = \pm |\bar{\rho}_2| |\bar{\rho}_1|$, что невозможно, так как $\bar{\rho}_1$ и $\bar{\rho}_2$ неколлинеарны по исходному предположению (поскольку ориентиры не лежат в одной плоскости).

Вторая часть утверждения очевидным образом следует из равносильности (1) и (8)–(11).

3. Трехмерная задача с пятью ориентирами

Как показано в предыдущем разделе, при наличии четырех ориентиров задача не всегда допускает однозначное решение. Для преодоления неоднозначности можно использовать дополнительный пятый ориентир с радиус-вектором $\bar{\rho}_5 = 0$ (в отличие от $\bar{\rho}_4 = 0$ в предыдущем разделе). Будем по-прежнему считать, что векторы $\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3$ не лежат в одной плоскости.

Запишем выражения, аналогичные (2), для пяти ориентиров:

$$-2(\bar{\rho}, \bar{\rho}_i) + |\bar{\rho}_i|^2 = a_i^2 + 2a_i |\bar{\rho}|, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (13)$$

Поскольку векторы $\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3$ и $\bar{\rho}_4$ линейно зависимы, то справедливо равенство

$$\sum_{i=1}^4 l_i \bar{\rho}_i = 0, \quad \sum_{i=1}^4 l_i^2 \neq 0.$$

Умножим первое уравнение системы (13) на l_1 , второе – на l_2 и т. д., после чего сложим четыре получившихся уравнения. В результате несложных преобразований получим следующее линейное уравнение относительно $|\bar{\rho}|$:

$$\left(2 \sum_{i=1}^4 l_i a_i \right) |\bar{\rho}| + \sum_{i=1}^4 l_i (a_i^2 - |\bar{\rho}_i|^2) = 0, \quad (14)$$

имеющее единственное решение при условии $\sum_{i=1}^4 l_i a_i \neq 0$.

Однозначно определив величину $|\bar{\rho}|$ из (14), найдем вектор $\bar{\rho}$ аналогично тому, как это делалось в случае четырех ориентиров (например, выбрав биортogonalный базис, построенный на векторах $\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3$).

Уравнением (14) можно воспользоваться для определения $|\bar{\rho}|$ только тогда, когда $\sum_{i=1}^4 l_i a_i \neq 0$. Покажем, что для многих конфигураций маяков это условие выполняется при любом расположении объекта.

Утверждение 4. Пусть концы векторов $\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3, \bar{\rho}_4$ образуют тетраэдр, маяк с $\bar{\rho}_5 = 0$ лежит строго внутри этого тетраэдра, а система (1) (для пяти ориентиров) совместна. Тогда коэффициент при $|\bar{\rho}|$ в формуле (14) строго больше нуля.

Доказательство. Так как $\bar{\rho}_5 = 0$ лежит строго внутри тетраэдра, образованного концами векторов $\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3, \bar{\rho}_4$ (т. е. принадлежит внутренности их выпуклой оболочки [16]), то все $l_i > 0$. Так как система (1) (для пяти ориентиров) совместна, то из неравенства треугольника следует, что $|a_i| \leq |\bar{\rho}_i|$, $i = 1, 2, 3, 4$. Ес-

ли предположить, что коэффициент при $|\bar{\rho}|$ меньше или равен нулю, то из (14) получается $\sum_{i=1}^4 l_i (a_i^2 - |\bar{\rho}_i|^2) \geq 0$, и так как $l_i > 0$ и $|a_i| \leq |\bar{\rho}_i|$, то $|a_i| = |\bar{\rho}_i|$, $i = 1, 2, 3, 4$. Тогда из (13) вытекает, что $(\bar{\rho}, \bar{\rho}_i) = \pm |\bar{\rho}| |\bar{\rho}_i|$, $i = 1, 2, 3, 4$, откуда $\bar{\rho} = 0$, и, следовательно, $a_i = |\bar{\rho}_i|$, $i = 1, 2, 3, 4$, а значит, $\sum_{i=1}^4 l_i a_i = \sum_{i=1}^4 l_i |\bar{\rho}_i| > 0$, что противоречит исходному предположению.

Даже при наличии достаточно малых помех в измерениях a_i коэффициент при $|\bar{\rho}|$ останется строго положительным (при выполнении условия утверждения 4). Если условие нахождения маяка с $\bar{\rho}_5 = 0$ строго внутри тетраэдра нарушается, то в пространстве возможных положений объекта могут появиться особые поверхности, вне которых уравнением (14) можно воспользоваться для определения местоположения.

4. Плоское расположение четырех ориентиров

Рассмотрим в данном разделе случай плоского расположения четырех ориентиров (объект не обязательно находится в плоскости ориентиров). В данном случае описанный выше алгоритм решения пространственной задачи не может быть применен, поскольку в случае расположения ориентиров в одной плоскости нельзя построить биортогональный базис $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$.

Будем считать, что векторы $\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2$ и $\bar{\rho}_3$ неколлинеарны одновременно. Подобно предыдущему пункту, из равенств (13) и соотношения

$$\sum_{i=1}^3 l_i \bar{\rho}_i = 0, \quad \sum_{i=1}^3 l_i^2 \neq 0 \quad (15)$$

нетрудно получить линейное уравнение относительно $|\bar{\rho}|$, аналогичное (14):

$$\left(2 \sum_{i=1}^3 l_i a_i \right) |\bar{\rho}| + \sum_{i=1}^3 l_i (a_i^2 - |\bar{\rho}_i|^2) = 0, \quad (16)$$

имеющее единственное решение при $\sum_{i=1}^3 l_i a_i \neq 0$. Без потери общности можно

считать, что $\bar{\rho}_1$ и $\bar{\rho}_2$ неколлинеарны. Представим вектор $\bar{\rho}$ как сумму двух составляющих: $\bar{\rho} = \bar{\rho}_\pi + \bar{\rho}_\perp$, где $\bar{\rho}_\pi$ – проекция вектора $\bar{\rho}$ на плоскость, в которой лежат векторы $\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3$, а $\bar{\rho}_\perp$ ортогонален этой плоскости. Построим по векторам $\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2$ биортогональный базис $\bar{g}_1, \bar{g}_2$ и разложим по нему $\bar{\rho}_\pi$:

$$\bar{\rho}_\pi = \beta_1 \bar{g}_1 + \beta_2 \bar{g}_2. \quad (17)$$

Умножая скалярно это равенство поочередно на $\bar{\rho}_1$ и $\bar{\rho}_2$ и учитывая, что $(\bar{\rho}_\pi, \bar{\rho}_1) = (\bar{\rho}, \bar{\rho}_1)$, $(\bar{\rho}_\pi, \bar{\rho}_2) = (\bar{\rho}, \bar{\rho}_2)$, получим, используя (2), следующую систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов β_1, β_2 :

$$\begin{pmatrix} (\bar{g}_1, \bar{\rho}_2) & 0 \\ 0 & (\bar{g}_2, \bar{\rho}_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} |\bar{\rho}_2|^2 - a_2^2 - 2a_2 |\bar{\rho}| \\ |\bar{\rho}_1|^2 - a_1^2 - 2a_1 |\bar{\rho}| \end{pmatrix}.$$

Решив ее, определим β_1, β_2 , после чего по соотношению (17) найдем $\bar{\rho}_\pi$. Затем по теореме Пифагора получим

$$|\bar{\rho}_\perp| = \sqrt{|\bar{\rho}|^2 - |\bar{\rho}_\pi|^2}.$$

В зависимости от направления $\bar{\rho}_\perp$ возможны два положения объекта, симметричных относительно плоскости векторов $\bar{\rho}_1$ и $\bar{\rho}_2$. Если известно, что объект располагается над плоскостью ориентиров (что часто имеет место), то неоднозначность определения $\bar{\rho}$ может быть устранена.

Рассмотрим случай, близкий к плоскому, когда для некоторого вектора $l = (l_1, l_2, l_3)^T$, $\|l\| = 1$,

$$I(l) = \left\| \sum_{i=1}^3 l_i \bar{\rho}_i \right\| \approx 0. \quad (18)$$

В качестве такого вектора l разумно взять решение вариационной задачи

$$I^2(l) = l^T P l \rightarrow \min_{\|l\|=1}, \quad (19)$$

где $P = \{(\bar{\rho}_i, \bar{\rho}_j)\}$, $i = 1, 2, 3$. Хорошо известно, что решением этой задачи является собственный вектор матрицы P , соответствующий ее наименьшему собственному значению [17]. Тогда, используя вместо (15) его приближенный аналог (18), получим уже приближенное уравнение (16), где в качестве l взято решение (19).

Уравнением (16) можно воспользоваться для определения $|\bar{\rho}|$ только тогда, когда $\sum_{i=1}^3 l_i a_i \neq 0$. Для многих конфигураций маяков это условие выполняется при любом расположении объекта.

Утверждение 5. Пусть концы векторов $\bar{\rho}_1$, $\bar{\rho}_2$, $\bar{\rho}_3$ образуют треугольник, маяк с $\bar{\rho}_4 = 0$ лежит строго внутри этого треугольника, а система (1) совместна. Тогда коэффициент при $|\bar{\rho}|$ в формуле (16) строго больше нуля.

Доказательство утверждения 5 аналогично доказательству утверждения 4.

При выполнении условий утверждения 5 величина $|\bar{\rho}|$ всегда однозначно определяется из (16), и исходная система (1) имеет два легко вычисляемых решения, симметричных относительно плоскости маяков. Таким образом, компланарность ориентиров не исключает возможности определения местоположения объекта. Это согласуется с выводами из [14] (стр. 172), полученными из совсем других соображений без формулы (16), которая дает явное решение.

Как и в пространственном избыточном случае (см. раздел 3), при наличии достаточно малых помех в измерениях a_i коэффициент при $|\bar{\rho}|$ останется строго положительным (при выполнении условия утверждения 5). Если условие нахождения маяка с $\bar{\rho}_4 = 0$ строго внутри треугольника нарушается, то в пространстве возможных положений объекта появляются кривые, вне которых уравнением (16) можно воспользоваться для определения местоположения. На рис. 1 для частного случая расположения объекта в плоскости ориентиров (X , Y) изображены (для одной конфигурации ориентиров) линии положений объекта, при которых коэффициент при $|\bar{\rho}|$ обращается в ноль (на этом и последующих графиках треугольниками обозначены ориентиры, единицы измерения – километры).

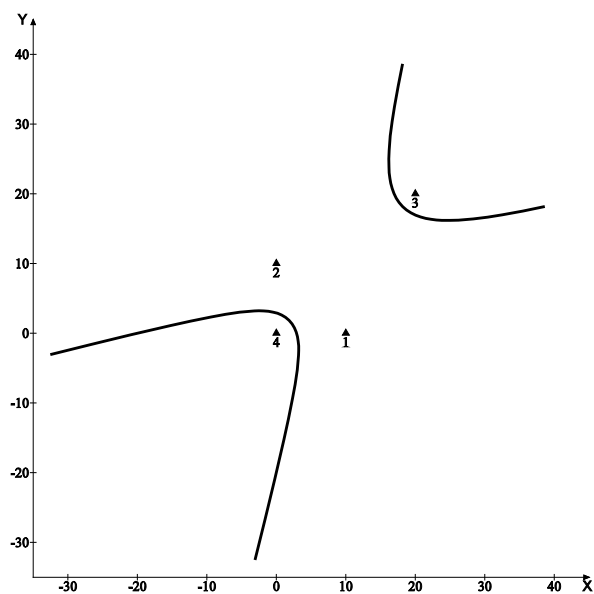


Рис. 1. Линии положений объекта на плоскости (X, Y) , при которых знак коэффициента при $|\bar{\rho}|$ обращается в ноль

Очевидно, что наличие в измерениях псевдодальностей каких-либо погрешностей, кроме погрешности часов, будет приводить к погрешностям определения местоположения объекта. В связи с этим исследуем вопрос чувствительности рассмотренного алгоритма для компланарных ориентиров к погрешностям измерения псевдодальностей, чтобы показать, что и при их наличии предложенный алгоритм остается работоспособным. Пусть δ – погрешность определения местоположения объекта, т. е. расстояние между истинным и вычисленным местоположением объекта. На рис. 2, а, б для простого частного случая расположения объекта в плоско-

сти ориентиров (X, Y) изображены (для двух различных конфигураций ориентиров) линии уровня максимальных значений δ при всевозможных флуктуационных погрешностях измерения псевдодальностей, не превосходящих 10 м. Также на рис. 2, а жирными линиями изображены положения объекта, при которых коэффициент при $|\bar{\rho}|$ обращается в ноль.

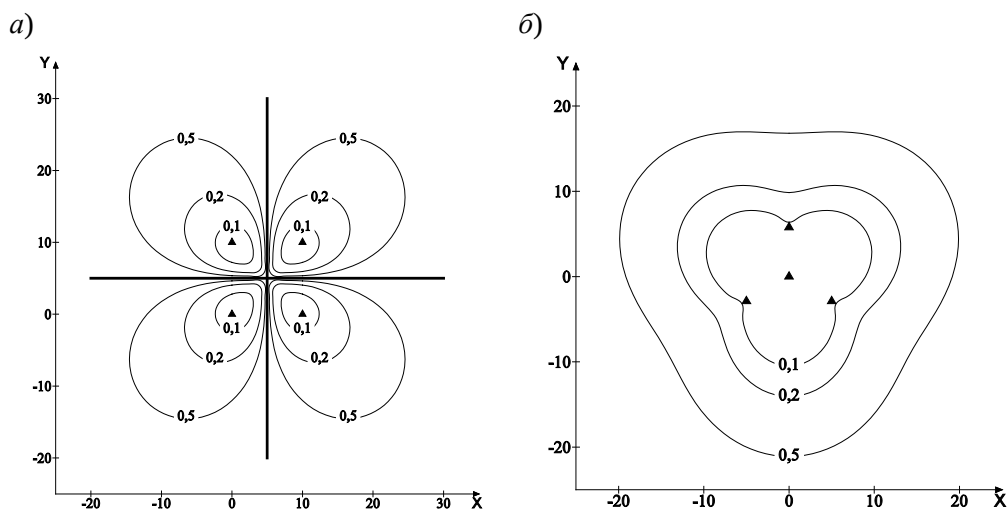


Рис. 2. Максимальные значения погрешности определения местоположения объекта: а) для квадратной конфигурации ориентиров, б) для треугольной конфигурации ориентиров (четвертый маяк с нулевыми координатами находится в центре правильного треугольника, образованного первыми тремя ориентирами)

Отметим, что в компланарном случае достигается точность оценивания, сравнимая с точностью, имеющей место в случае объемной конфигурации ориентиров. Приведем численный пример, подтверждающий это утверждение. Рас-

смотрим компланарную конфигурацию ориентиров, изображенную на рис. 2, а: $\vec{\rho}_1 = (1; 0; 0)^T \cdot 10$ км, $\vec{\rho}_2 = (0; 1; 0)^T \cdot 10$ км, $\vec{\rho}_3 = (1; 1; 0)^T \cdot 10$ км, $\vec{\rho}_4 = (0; 0; 0)^T$ км, и близкую к ней пространственную конфигурацию $\vec{\rho}_1^* = \vec{\rho}_1$, $\vec{\rho}_2^* = \vec{\rho}_2$, $\vec{\rho}_3^* = (1; 1; 0,1)^T \cdot 10$ км, $\vec{\rho}_4^* = \vec{\rho}_4$. Пусть $\vec{\rho} = (1; 1; 1)^T \cdot 10$ км. Тогда максимальное значение δ (как и ранее, погрешности измерения псевдодальностей не превосходят 10 м) в компланарном случае составит 0,66 км, а в пространственном – 0,65 км. Аналогичный эксперимент для $\vec{\rho} = (0; 0; 1)^T \cdot 10$ км дает значения 0,66 км для компланарного случая и 1,2 км для пространственного.

5. Плоская задача с тремя ориентирами

Рассмотрим встречающийся в приложениях (например, в некоторых задачах навигации в помещениях) случай расположения трех ориентиров и объекта в одной плоскости, которую представим в виде комплексной плоскости. Положим, что объекту и ориентирам соответствуют комплексные числа z , z_1 , z_2 , z_3 . Будем считать, что $z_3 = 0$, а ориентиры не лежат на одной прямой.

Для разностей измеренных псевдодальностей от объекта до первого и третьего ориентира и от объекта до второго и третьего ориентира соответственно справедливы соотношения, аналогичные (1):

$$|z - z_1| - |z| = a_1, \quad |z - z_2| - |z| = a_2. \quad (20)$$

Перенесем $|z|$ в уравнениях (20) вправо и возведем их в квадрат. После этого умножим первое из получившихся уравнений на z_2 , а второе на $-z_1$, и сложим два полученных равенства. В результате преобразований получим систему, эквивалентную (20):

$$z_{12}z + p|z| + q = 0, \quad (21)$$

$$a_1 + |z| \geq 0, \quad a_2 + |z| \geq 0, \quad (22)$$

где $z_{12} = \bar{z}_1 z_2 - \bar{z}_2 z_1$, $p = 2(a_1 z_2 - a_2 z_1)$, $q = z_1(|z_2|^2 - a_2^2) - z_2(|z_1|^2 - a_1^2)$ – известные комплекснозначные коэффициенты (чертой обозначены комплексно сопряженные числа). Далее из (21) получим квадратное уравнение относительно $|z|$ с вещественными коэффициентами:

$$(|p|^2 - |z_{12}|^2)|z|^2 + (p\bar{q} + \bar{p}q)|z| + |q|^2 = 0. \quad (23)$$

После определения $|z|$ из (23) найдем z из (21):

$$z = -(p|z| + q) / z_{12}.$$

Несложно показать, что $z_{12} \neq 0$, так как ориентиры не лежат на одной прямой. Преимущество (21) перед векторным уравнением заключается в том, что (21) состоит из одного уравнения (вместо двух при векторном описании).

Аналогично изложенному в разделе 2 можно продемонстрировать, что предложенный алгоритм позволяет найти все решения исходной системы (20). Также можно показать, во-первых, что коэффициенты уравнения (23) не могут

быть равны нулю одновременно и, следовательно, система (20) имеет не более двух решений; во-вторых, что условия (22) актуальны только при отсутствии решений у исходной системы (20).

Приведем для плоского случая графики, иллюстрирующие количество решений системы (20) в зависимости от расположения объекта (рис. 3) или от значений a_1, a_2 (рис. 4).

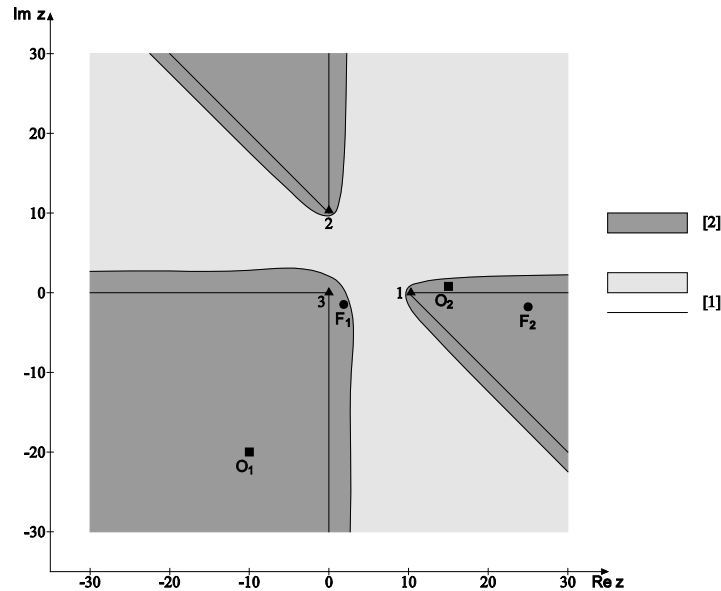


Рис. 3. Количество решений системы (20) в зависимости от расположения объекта

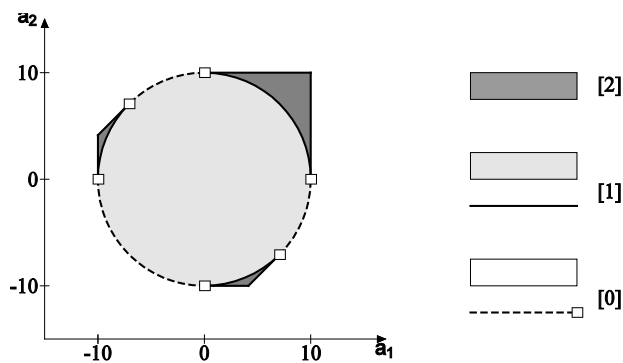


Рис. 4. Количество решений системы (20) в зависимости от значений a_1, a_2

При построении графиков будем полагать $z_1 = 10$ км, $z_2 = 10i$ км, $z_3 = 0$ км. Цифрами в квадратных скобках обозначены области с соответствующим числом решений, цифрами без скобок (на рис. 3) – номера ориентиров. Также на рис. 3 представлены два примера расположения объекта, для которых квадратное уравнение (23) имеет два решения: квадратными отметками обозначены истинные местоположения объекта O_1, O_2 , а круглыми – ложные (соответствующие второму корню квадратного уравнения) F_1, F_2 .

Отметим, что график, изображенный на рис. 3, отличается от аналогичного графика, приведенного в [6], где не показаны выходящие из маяков лучи, на которых число решений равно 1.

Напомним, что система (20) эквивалентна системе (21), (22). Необходимость неравенств (22) хорошо иллюстрируется рис. 5, на котором изображено число решений уравнения (21); из сравнения рис. 4 и 5 видно, что система (20) неравносильна уравнению (21).

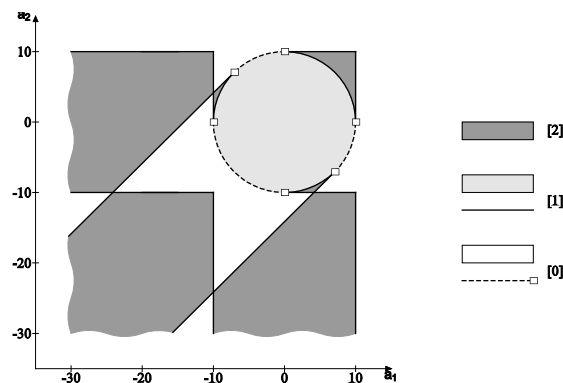


Рис. 5. Количество решений уравнения (21)

Заключение

В статье подробно исследован конечный алгоритм определения местоположения объекта по измерениям разностей псевдодальностей до известных ориентиров, впервые предложенный, по-видимому, в [6]. Несмотря на то что исследуется, по сути, та же проблема, что и в монографии [14], данный алгоритм отличается от аналогичного алгоритма из [14], где в число неизвестных включена погрешность часов объекта. В статье выведены условия эквивалентности исходной и расчетной систем уравнений. Получены новые следствия исходной системы: линейные уравнения для модуля дальности до объекта в случае избыточного (на один больше) количества ориентиров и для случая компланарных маяков, а также удобная комплекснозначная форма решения задачи в плоском случае. Эти результаты отсутствуют в известной авторам литературе.

Полученные результаты могут быть применены, например, для решения задач наземной навигации при отсутствии существенной избыточности. Определение местоположения объекта по псевдодальностям при помощи конечного алгоритма позволяет сводить соответствующие динамические задачи оценивания с нелинейными измерениями к линейным задачам оценивания. Кроме того, некоторые важные свойства рассмотренной задачи (например, существование дополнительных линейных соотношений относительно $|\vec{\rho}|$) могут быть полезны и при исследовании задач с существенной избыточностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барабанов О. О., Барабанова Л. П. Алгоритмы решения навигационной разностно-дальномерной задачи – от Аполлония до Коши // История науки и техники, 2008, № 11. С. 3–21.
2. Шебшаевич В. С. Предварительная оценка возможностей использования искусственных спутников Земли для целей навигации // ЛКВВИА им. А. Ф. Можайского, 1958, № 33. С. 5–38.

3. **Шебшаевич В. С.** Сетевые спутниковые радионавигационные системы/ В. С. Шебшаевич, П. П. Дмитриев, Н. В. Иванцевич и др. М.: Радио и связь, 1993. 408 с.
4. **Krause L. O.** A direct solutions to GPS-type navigation equations // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-23, no. 2, 1985, pp. 225–232.
5. **Bancroft S.** An algebraic solutions of the GPS equations // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-21, no. 6, 1985, pp. 56–59.
6. **Abel J. S., Chaffee J. W.** Existence and uniqueness of GPS solutions // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 27, no. 6, 1991, pp. 952–956.
7. **Chaffee J. W., Abel J. S.** On the exact solutions of pseudorange equations // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 30, no. 4, 1994, pp. 1021–1030.
8. **Hoshen J.** The GPS equations and the problem of Apollonius // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 32, no. 3, 1996, pp. 1116–1124.
9. **Grafarend E. W., Shan J.** A closed-form solution of the nonlinear pseudo-ranging equations (GPS) // Artificial Satellites, Planetary Geodesy, no. 28, vol. 31, no. 3, 1996. pp. 133–147.
10. **Grafarend E. W., Shan J.** GPS Solutions: closed forms, critical and special configurations of P4P // GPS Solutions, vol. 5, no. 3, 2002, pp. 29–41.
11. **Leva J. L.** An alternative closed-form solution to the GPS pseudo-range equations // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 32, no. 4, 1996, pp. 1430–1439.
12. **Kleusberg A.** Analytical GPS navigation solution // Festschrift for E. W. Grafarend on the occasion of his 60-th birthday, Report no. 1999.6.1, 1999. pp. 247–251.
13. **Awange J. L., Grafarend E. W.** Algebraic solution of GPS pseudo-ranging equations // GPS Solutions, vol. 5, no. 4, 2002, pp. 20–32.
14. **Барабанов О. О.** Математические задачи дальномерной навигации / О. О. Барабанов, Л. П. Барабанова. М.: Физматлит, 2007. 272 с.
15. **Бабич О. А.** Обработка информации в навигационных комплексах. М.: Машиностроение, 1991. 512 с.
16. **Магарил-Ильяев Г. Г.** Выпуклый анализ и его приложения / Г. Г. Магарил-Ильяев, В. М. Тихомиров. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 174 с.
17. **Воеводин В. В.** Матрицы и вычисления / В. В. Воеводин, Ю. А. Кузнецов. М: Наука, 1984. 318 с.

Abstract. The paper considers the terminating algorithm of the vehicle position determination by differences in measured pseudoranges to the certain landmarks. Equations are derived for the case of excessive number of landmarks and for coplanar landmarks. A convenient complex-valued form of the problem solution is obtained for the coplanar variant.

Key words: vehicle position determination, pseudorange measurement

Материал поступил 30.10.2014

А. А. КРАСНОВ, А. В. СОКОЛОВ

СОВРЕМЕННЫЙ КОМПЛЕКС ПРОГРАММНО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ МОБИЛЬНОГО ГРАВИМЕТРА «ЧЕКАН-АМ»

Обсуждается новый комплекс программно-математического обеспечения (ПМО) гравиметра «Чекан-АМ». Приводится структура ПМО, состоящего как из программ реального времени, так и из пакета камеральной обработки. Представлены основные алгоритмы и особенности обработки данных, полученных при выполнении морских и аэрогравиметрических съемок с использованием гравиметра «Чекан-АМ».

Ключевые слова: гравиметр, программно-математическое обеспечение, обработка данных.

Введение

Выполнение высокоточной гравиметрической съемки с подвижных носителей остается наиболее распространенным и перспективным методом изучения гравитационного поля Земли [1–6]. При этом наряду с высокой наукоемкостью и технологичностью гравиметрической аппаратуры важным аспектом, определяющим итоговое качество геофизических материалов, является функциональность и эффективность программно-математического обеспечения.

Отличительной особенностью технологии выполнения морских и аэрогравиметрических работ является поэтапная обработка данных, состоящая из сбора, полевого контроля, камеральной обработки и последующей геофизической интерпретации результатов измерений. При этом недостаточная эффективность программных средств на любом из этих этапов может приводить как к существенному ухудшению качества результатов съемки, так и к полной некондиционности материала, что особенно принципиально для съемок труднодоступных районов Земли [7].

Немаловажную роль при постобработке гравиметрических данных играет использование конкретной математической модели, учитывающей конструктивные особенности используемого гравиметра и параметров его калибровки, возможность ввода различных поправок, изменения коэффициентов и структуры цифрового фильтра. Опыт эксплуатации гравиметра «Чекан-АМ», разработанного более 15 лет назад, показал недостаточную эффективность его программных средств, состоящих только из программ диагностики и сбора данных в реальном времени [8]. В связи с этим при создании новой модификации гра-

Краснов Антон Алексеевич. Начальник сектора АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО (С.-Петербург).

Соколов Александр Вячеславович. Кандидат технических наук, заместитель генерального директора по инновациям АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО. Член секции молодых ученых международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

виметра «Чекан-АМ» существенное внимание было уделено не только модернизации ПМО сбора гравиметрических данных, но и разработке программ калибровки аппаратных средств, полевого контроля и камеральной обработки данных, а также системы управления базами данных (СУБД) с функцией построения гравиметрических карт [9].

Калибровка гравиметрического датчика и системы гиросtabilизации

Для любого типа гравиметра одной из обязательных процедур остается периодическая калибровка его чувствительного элемента. Кроме того, при выполнении морских и особенно аэрогравиметрических работ необходимо также калибровать чувствительные элементы системы гиросtabilизации. В целях автоматизации этих процедур и возможности их выполнения в условиях объекта разработано специальное технологическое программное обеспечение, состоящее из программ TestGrav и TestGyro.

Программа TestGrav (рис. 1), предназначенная для регулирования и калибровки гравиметрического датчика (ГД), выполняет следующие основные функции:

- регулирование оптико-электронного преобразователя, включая его юстировку, настройку интенсивности и формы автоколлимационных изображений;
- регулирование цифровой системы термостабилизации;
- определение коэффициентов и постоянной времени ГД методом наклона;
- калибровка смещений нуля электронных уровней;
- углубленная диагностика всех аппаратных средств ГД.

При этом только уточнение коэффициентов и постоянной времени ГД необходимо выполнять периодически, а остальные виды калибровки выполняются однократно при изготовлении комплекса.

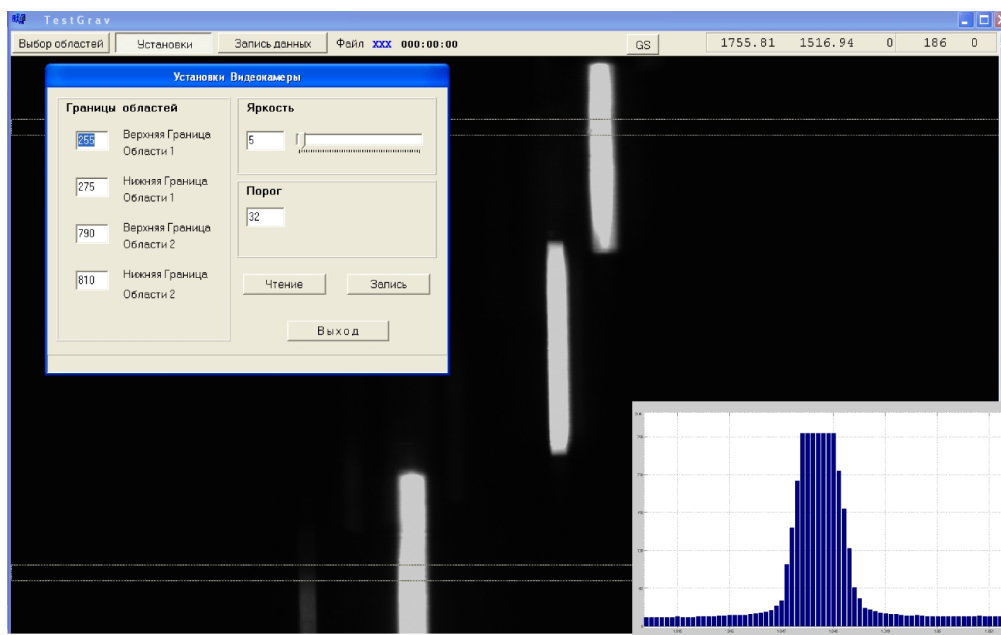


Рис. 1. Вид экрана программы TestGrav

Программа TestGyro (рис. 2) предназначена для решения аналогичных задач регулирования и калибровки гиростабилизатора и выполняет следующие основные функции:

- автоматизированное регулирование безредукторной следящей системы во всех режимах работы гиростабилизатора;
- калибровка смещений нуля и масштабных коэффициентов поплавковых гироскопов;
- калибровка смещений нуля и масштабных коэффициентов горизонтальных акселерометров;
- калибровка смещения нуля и масштабного коэффициента азимутально-волоконно-оптического гироскопа;
- углубленная диагностика всех аппаратных средств системы гиростабилизации.

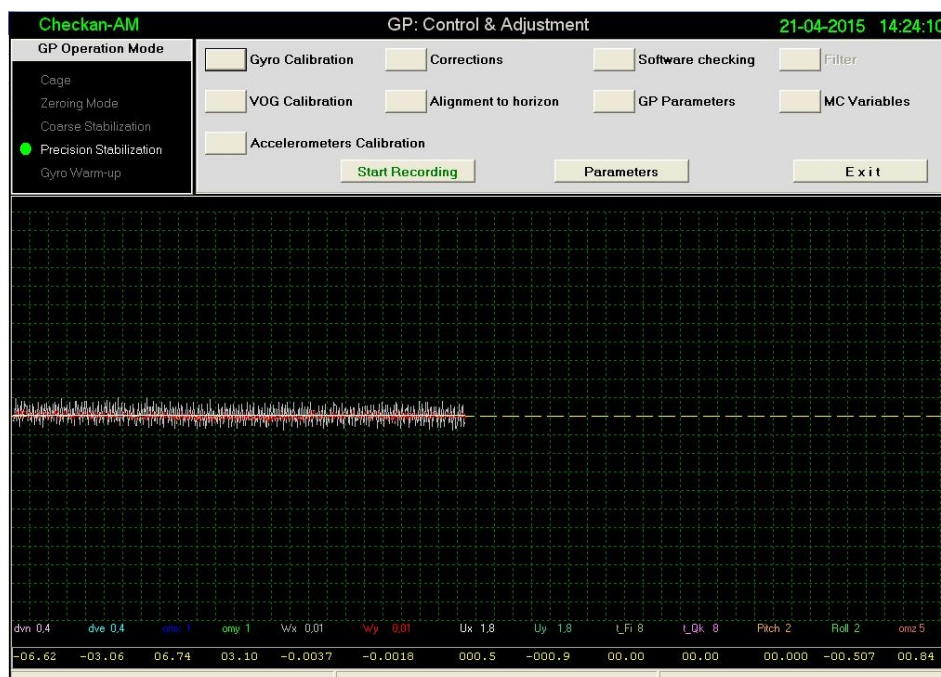


Рис. 2. Вид экрана программы TestGyro

Результаты первичной калибровки гиростабилизатора записываются в ПЗУ микроконтроллеров и при необходимости могут уточняться в процессе эксплуатации.

Сбор данных в реальном времени

Основной задачей ПМО реального времени является синхронная регистрация исходных гравиметрических и навигационных данных на частоте до 10 Гц при измерениях на профилях съемки. Учитывая существенные различия в процедурах обработки морских и аэрогравиметрических измерений, ПМО сбора данных в реальном времени было выполнено в виде двух отдельных программ SeaGrav и AirGrav, установленных на ноутбук из комплекта поставки новой модификации гравиметра «Чекан-АМ».

Обе программы SeaGrav и AirGrav предусматривают выполнение следующих операций:

- прием выходных данных ГД, системы гиросtabilизации и системы термостабилизации гравиметра;
- прием навигационной информации от спутникового приемника и синхронизацию данных гравиметра;
- линеаризацию шкалы ГД;
- сглаживание выходных данных гравиметра посредством цифрового фильтра низких частот;
- ввод поправки за скорость смещения нуль-пункта гравиметра;
- вычисление приращения силы тяжести относительно значения на начальном опорном гравиметрическом пункте;
- запись на «жесткий» диск исходных данных с частотой 10 Гц.

Дополнительно в программе AirGrav предусмотрена коррекция влияния движения носителя на гироплатформу гравиметра с использованием спутниковых навигационных данных.

Любой принятый из гравиметра сигнал может быть отображен на экране в графической и цифровой форме (рис. 3). Интерфейс программ SeaGrav и AirGrav предоставляет широкие возможности по масштабированию и выбору цветовой гаммы графиков.

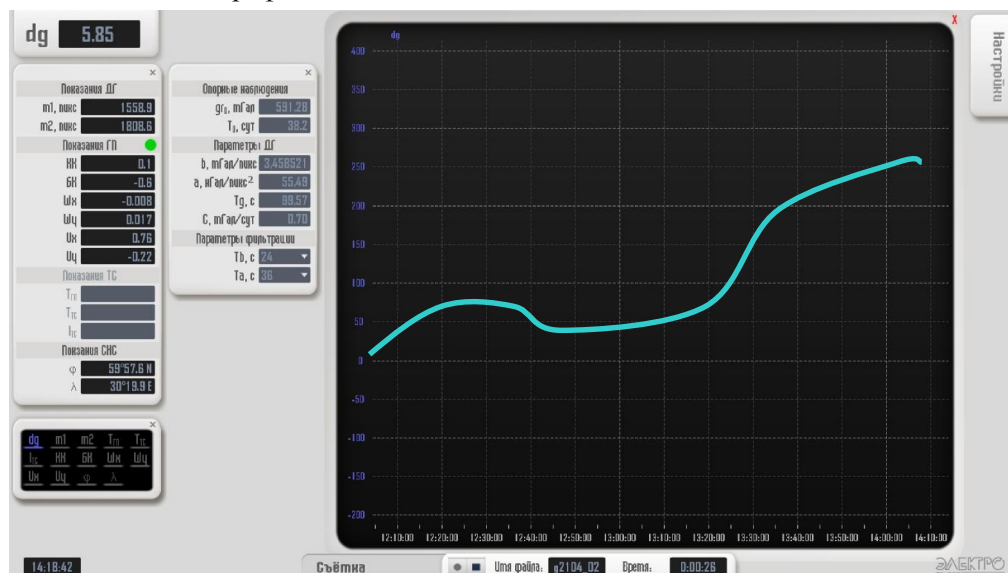


Рис. 3. Вид экрана ПМО сбора данных в реальном времени

Существенной особенностью программ реального времени является наличие встроенных процедур диагностики основных систем гравиметрического комплекса. При этом предусмотрены интегральные признаки функционирования и достоверности показаний гравиметра, что значительно упрощает работу оператора, особенно при выполнении аэрогравиметрической съемки.

Выходной информацией ПМО сбора гравиметрических данных в реальном времени являются текстовые файлы и протоколы работы программ, предназначенные для последующего оперативного контроля и камеральной обработки.

Контроль качества данных

Первичный анализ гравиметрической и навигационной информации, выполняемый ПМО сбора данных, направлен на выявление отказов аппаратуры. Цель оперативного полевого контроля – определение галсов или отдельных участков галсов с неудовлетворительным качеством данных, а также выявление причин снижения качества. Оперативный контроль данных производится непосредственно на борту судна или самолета и его итогом является решение о пригодности результатов измерений для дальнейшей обработки.

Программа Chekan_QC, созданная для решения указанной задачи, представляет собой набор процедур оценки качества гравиметрических данных как с привлечением, так и без привлечения внешней информации (рис. 4). Кроме того, в ней предусмотрено сравнение измеренного профиля ускорения силы тяжести (УСТ) с независимыми источниками гравиметрической информации, которыми могут быть результаты уже выполненных в районе съемок, глобальные модели гравитационного поля Земли, базы данных гравиметрической информации, например Арктический гравиметрический проект ArcGP.

В программу Chekan_QC внедрена оценка критериев функционирования всех систем гравиметра, а также условий выполнения измерений. Наличие таких критериев позволяет эффективно выявлять возможные причины снижения качества данных. При этом анализируются следующие параметры:

- для ГД – разность показаний кварцевых систем;
- для системы гиросtabilизации – уровень погрешностей стабилизации и курсовой ошибки;
- для спутникового приемника – отсутствие сбоев в приеме данных;
- для условий полета – стабильность высоты полета, уровень вертикальных и горизонтальных ускорений, постоянство углов тангажа и крена, постоянство путевой скорости.

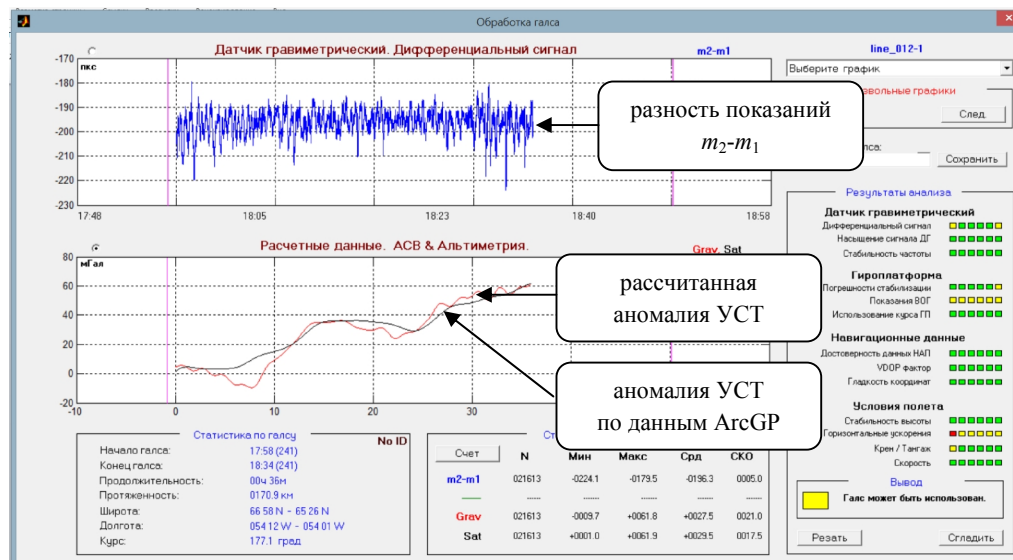


Рис. 4. Вид экрана ПМО оперативного контроля данных

Существенной функциональной возможностью оперативной проверки качества данных является контроль результатов измерений на повторных и параллельных галсах (рис. 5). При этом программа Chekan_QC автоматически определяет повторные пункты и рассчитывает среднее значение и среднеквадратическое отклонение (СКО) расхождений результатов измерений на повторных галсах.

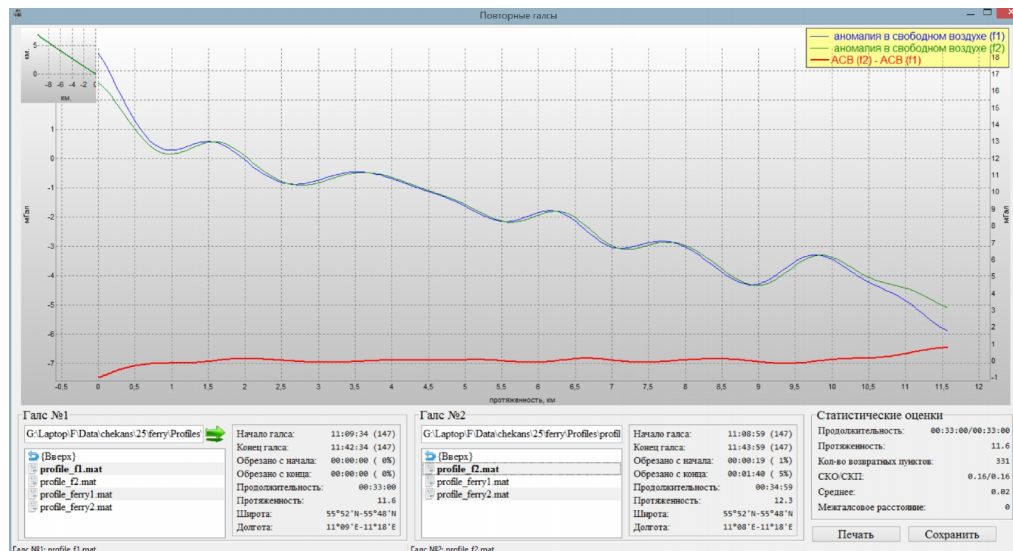


Рис. 5. Сравнение результатов измерений на повторных галсах

Разработанное ПМО полевого контроля качества данных представляет собой эффективный инструмент оперативной обработки результатов измерений, выявления причин неудовлетворительного качества данных и принятия решения по дальнейшей камеральной обработке материалов.

Камеральная обработка данных

Функциональные возможности программного пакета камеральной обработки гравиметрических данных Chekan_PP включают полный комплекс процедур – от анализа данных опорных наблюдений до оценки качества измерений по внутренней сходимости и независимому контролю.

Обработка съемки производится по галсам, при этом оператор может ввести все необходимые поправки к показаниям гравиметра за эффект Этвеша, за вертикальные ускорения, за эффект Гаррисона, за остаточный орбитальный эффект, за неучтенное смещение нуля-пункта гравиметра, за действие приливов. Для морской гравиметрической съемки при наличии данных о глубине возможен расчет аномалий силы тяжести в редукции Буге.

Обработка результатов съемки начинается с создания базы данных опорных наблюдений (рис. 6). Программа рассчитывает скорость смещения нуля-пункта гравиметра по методу наименьших квадратов и вырабатывает оценку точности определения дрейфа нуля-пункта гравиметра.

Обработка измерений на профиле начинается с перевода показаний гравиметра в единицы ускорения, который выполняется с использованием его градуировочной характеристики, носящей квадратичный характер [10]

$$\Delta g_m = b \cdot (m - m_0) + a \cdot (m - m_0)^2,$$

где $m = m_1 + m_2$, m_1 , m_2 – показания первой и второй кварцевой системы гравиметра, имеющие размерность пикселей; m_0 – показания при горизонтальном положении маятников кварцевой системы гравиметра; b , a – коэффициенты градуировочной характеристики гравиметра.

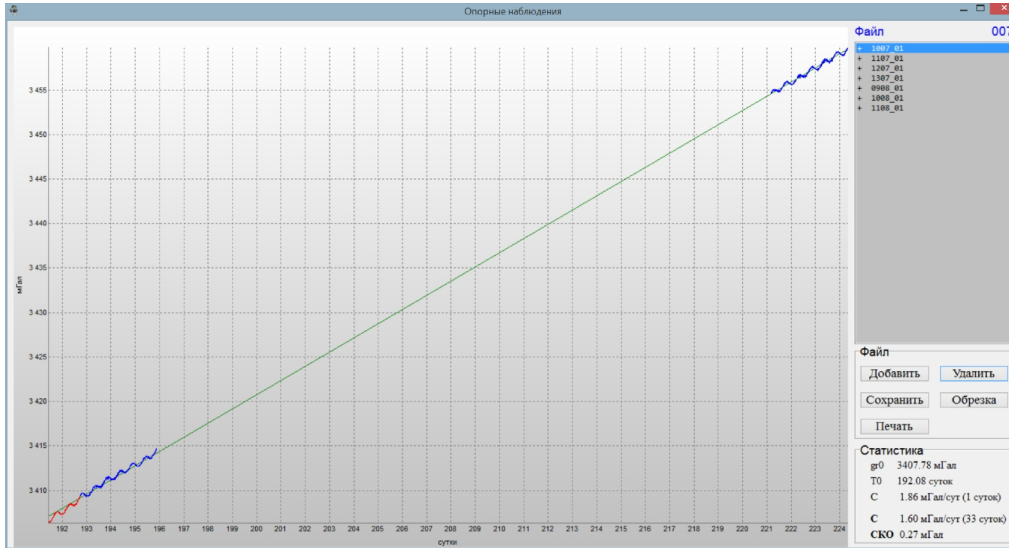


Рис. 6. База данных опорных наблюдений

Учет показаний гравиметра на опорном пункте Δg_0 и смещения нуля-пункта гравиметра выполняются по формуле

$$\Delta g_r = \Delta g_m - \Delta g_0 - C(T - T_0),$$

где C – скорость смещения нуля-пункта гравиметра; T – текущее время измерений; T_0 – время измерения начального показания гравиметра Δg_0 .

Значение постоянной времени сильно демпфированного гравиметра составляет 60–120 с, поэтому характерной операцией при обработке его измерений является восстановление входного воздействия на гравиметр, которое выполняется с использованием цифрового восстанавливающего фильтра. Модель ГД описывается аperiodическим звеном первого порядка, при этом передаточная функция восстанавливающего фильтра имеет вид

$$F_r(p) = \frac{T_g p + 1}{T_* p + 1},$$

где T_g – постоянная времени гравиметра; $T_* \ll T_g$.

Расчет поправки Этвеша за вертикальную составляющую кориолисова ускорения и центростремительное ускорение при обработке аэрогравиметрических

измерений производится по формуле, учитывающей несферичность Земли и вариации высоты полета

$$\Delta g_e = \left(\frac{1,5}{10^4} V_E \cos \varphi + \frac{V_N^2}{R} \left(1 + \frac{h}{R} - 0,5e^2 (2 - 3 \sin^2 \varphi) \right) + \frac{V_E^2}{R} \left(1 + \frac{h}{R} - 0,5e^2 \sin^2 \varphi \right) \right) \cdot 10^5,$$

где φ – широта; h – высота; V_N , V_E – северная и восточная составляющие линейной скорости; R , e – параметры общеземного эллипсоида WGS84.

При обработке данных морской гравиметрической съемки необходимость учета несферичности Земли и вариаций высоты полета для вычисления поправки Этвеша отсутствует в связи со сравнительно малыми скоростями движения носителя.

Поправка за совместное действие горизонтальных ускорений и остаточных наклонов гировертикали $\delta g_{\text{гор}}$ (так называемая поправка Гаррисона) вычисляется по классической формуле

$$\delta g_{\text{гор}} = W_x \alpha + W_y \beta,$$

где W_x , W_y – продольное и поперечное горизонтальные ускорения; α , β – углы наклона измерительной оси ГД вокруг осей X и Y соответственно.

Углы α , β рассчитываются с использованием передаточной функции гировертикали по горизонтальным ускорениям [11]

$$F(p) = \frac{T_1 p + 1}{g(T_2 p + 1)(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)},$$

где T_1 , T_2 – постоянные времени гировертикали; ξ – коэффициент демпфирования; g – ускорение силы тяжести; p – оператор Лапласа.

Таким образом, при расчете поправки Гаррисона углы наклона, которые определяются по реакции модели гировертикали на ускорение, умножаются на реально действующие ускорения.

При вычислении остаточного орбитального эффекта используются непосредственно отсчеты m_1 , m_2 по каждой из кварцевых систем ГД [12]

$$\delta g_{\text{орб}} = k(m_2 - m_1)W_x,$$

где $k = 6,5$ "/пикс = $3,15 \cdot 10^{-5}$ рад/пикс – коэффициент преобразования от пикселей к углу поворота маятника кварцевой системы; m_1 , m_2 – текущие отсчеты 1-й и 2-й кварцевой системы.

Основной проблемой аэрогравиметрических измерений является то, что порожденные движением носителя в вертикальной плоскости ускорения не только на несколько порядков превосходят полезный сигнал – искомые аномалии УСТ, но и перекрываются с ним в частотной области. Учет вертикальной составляющей инерционных ускорений в показаниях гравиметра производится с использованием высокоточных измерений высоты полета спутниковой навигационной аппаратурой. Следует отметить, что обработка результатов морской гравиметрической съемки не требует учета вертикальных ускорений по внешним измерениям. Это связано с тем, что основной период возмущающих ускорений находится в пределах 6–10 с и такие возмущения эффективно подавляются сглаживающим фильтром без существенных искажений полезного сигнала.

Даже при тщательном учете всех необходимых поправок сигнал гравиметра остается зашумленным. Для выделения полезного сигнала в программе Chekan_PP реализованы методы цифровой фильтрации и сглаживания.

Следует отметить, что повышение точности за счет усиления степени фильтрации ведет к снижению разрешающей способности измерений. Для обоснованного выбора степени фильтрации оператору предоставляются два параметра, автоматически вырабатываемые программой – среднеквадратическое значение вертикальных ускорений на профиле и оценка разрешающей способности результатов измерений

$$S = \frac{\bar{V}}{\omega_{\text{ср}}},$$

где $\bar{V}$ – среднее значение скорости движения при прохождении профиля; $\omega_{\text{ср}}$ – частота среза фильтра, примененного при обработке.

На каждом этапе результаты вычислений отображаются на графиках и в виде статистической справки (рис. 7). Результаты обработки съемки сохраняются в виде текстовых файлов, пригодных для загрузки в стандартные пакеты анализа геофизических данных.

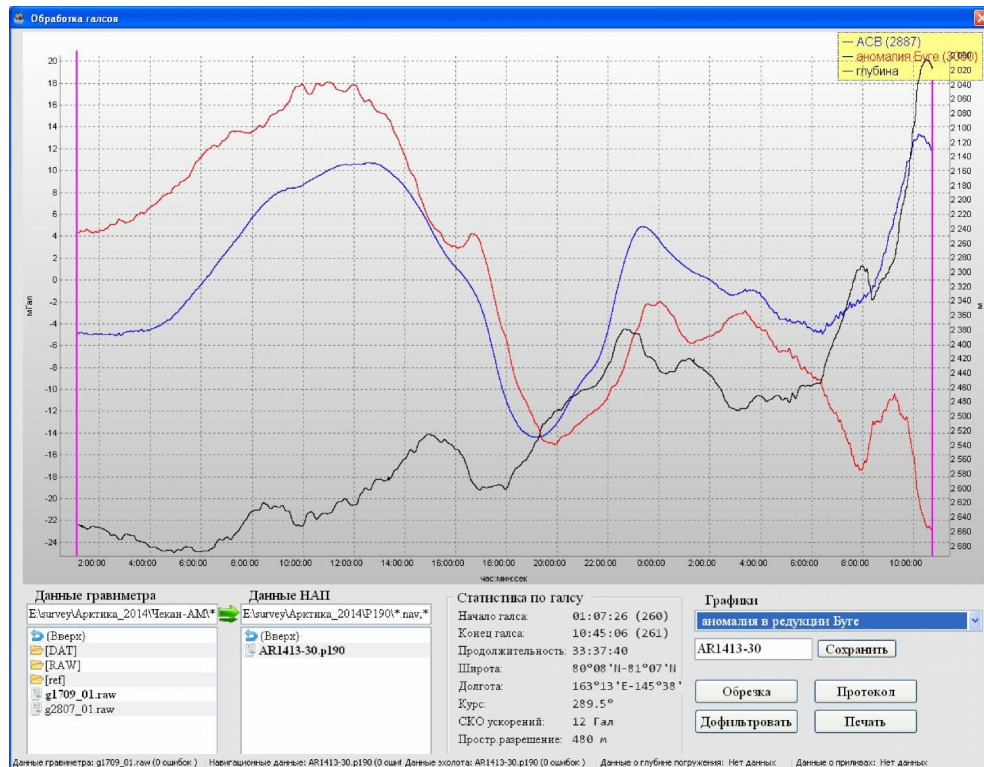


Рис. 7. Обработка гравиметрического профиля

Результаты измерений на профилях загружаются в базу данных съемки. При этом программа автоматически рассчитывает статистические параметры съемки, в том числе протяженность галсов, количество повторных контрольных пунктов, значения СКП и СКО погрешности съемки.

Расчет СКП съемки выполняется в соответствии с формулой

$$m_c = \sqrt{m_{п.п}^2 + m_{и.с}^2},$$

при этом СКП единичного определения аномалий УСТ на повторных контрольных пунктах $m_{п.п}$ вычисляется по формуле

$$m_{п.п} = \sqrt{\frac{\sum d_{п.п}^2}{2n}},$$

где $d_{п.п}$ – разность определений аномалий УСТ на повторных пунктах, n – число повторных пунктов.

Существенной особенностью является то, что СКП съемки учитывает также погрешность интерполяции результатов измерений между съемочными галсами $m_{и.с}$

$$m_{и.с} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [g_k - (g_{c1} + g_{c2})/2]^2}{N}},$$

где g_k – значение аномалии УСТ на контрольном галсе в точке K , находящейся на середине расстояния между съемочными галсами; g_{c1} и g_{c2} – значения аномалии УСТ на смежных съемочных галсах, между которыми расположена точка K , в точках пересечения с контрольными; N – число точек K в съемке.

СКО погрешности съемки не учитывает систематического расхождения результатов измерений на повторных пунктах и имеет вид

$$m_{к.п} = \sqrt{\frac{\sum (d_{п.п} - r)^2}{2(n-1)}},$$

где $r = \frac{\sum d_{п.п}}{n}$.

В связи с тем что морские геофизические работы часто выполняются без заключительных опорных измерений, а начальные опорные измерения имеют недостаточную продолжительность для достоверной оценки дрейфа нуля-пункта гравиметра, существенной возможностью является расчет и ввод поправки за неучтенную скорость смещения нуля-пункта по разности результатов измерений УСТ в точках пересечения профилей (рис. 8).

Другой важной процедурой является уравнивание результатов съемки, при котором рассчитываются и вводятся в каждый профиль средние значения невязок в его точках пересечения с другими профилями съемки.

Значения всех поправок, введенных при обработке данных, наравне с параметрами обработки сохраняются в протоколах работы программы, которые формируются автоматически.

Результаты обработки съемки могут быть экспортированы для дальнейшей обработки и геофизической интерпретации в различных форматах. Это прежде всего межведомственный формат МВФ78, регламентированный Инструкцией по морской гравиметрической съемке, а также текстовый формат XYZ, пригодный для загрузки в большинство современных пакетов обработки геофизических данных.

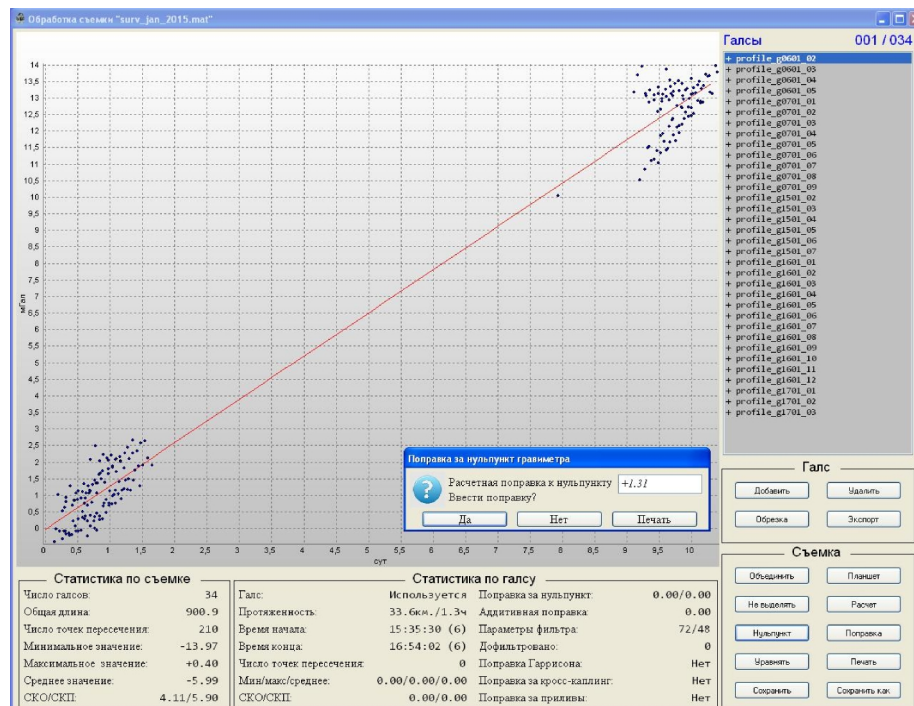


Рис. 8. Ввод поправки к скорости смещения нуля-пункта гравиметра

Система управления базой данных

Результаты гравиметрических съемок, прошедшие полную камеральную обработку, могут быть сохранены в единой базе данных, для управления которой была разработана специализированная СУБД. Среди основных задач СУБД можно выделить: хранение результатов гравиметрических съемок, анализ изученности ГПЗ для заданного района, комплексирование различной гравиметрической информации, построение гравиметрических карт.

Интерфейс программы обеспечивает удобный поиск необходимой съемки, просмотр вспомогательной статистической информации и при необходимости редактирование данных (рис. 9). Для повышения наглядности графического представления схемы галсов съемок отображаются различными цветами в зависимости от величины СКП съемки.

На основании загруженных в базу данных результатов съемок могут строиться гравиметрические карты, причем как по данным одной, так и нескольких съемок. Карты формируются в нормальной равноугольной цилиндрической проекции Меркатора в масштабах, назначаемых пользователем. На гравиметрических картах изображаются изолинии поля с задаваемым пользователем шагом, пункты с числовыми значениями, а также рамка и картографическая сетка с оцифровкой (рис. 10). СУБД позволяет автоматически формировать зарамочное оформление карт, которое включает в себя заголовок, шкалу раскраски, схему гравиметрической изученности района и схему распределения СКП аномалий. Элементы зарамочного оформления могут быть отредактированы пользователем и размещены в любом месте карты. Гипсометрическая раскраска площадей между изолиниями выполняется автоматически по задаваемым пользователем диапазонам.

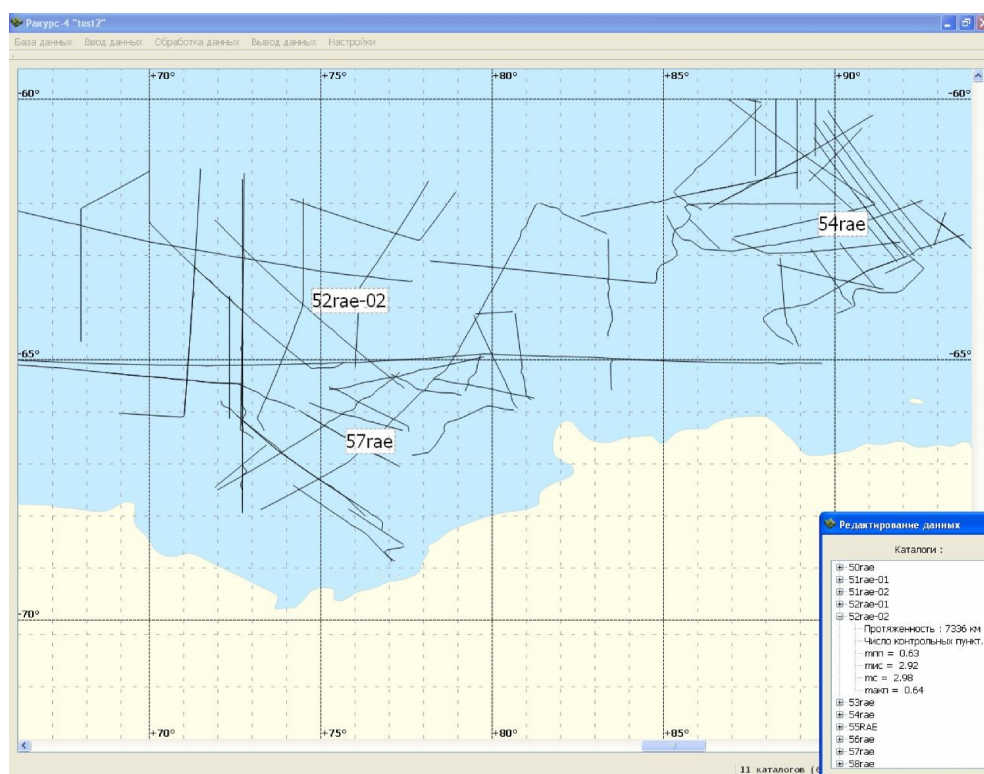


Рис. 9. Фрагмент базы гравиметрических данных

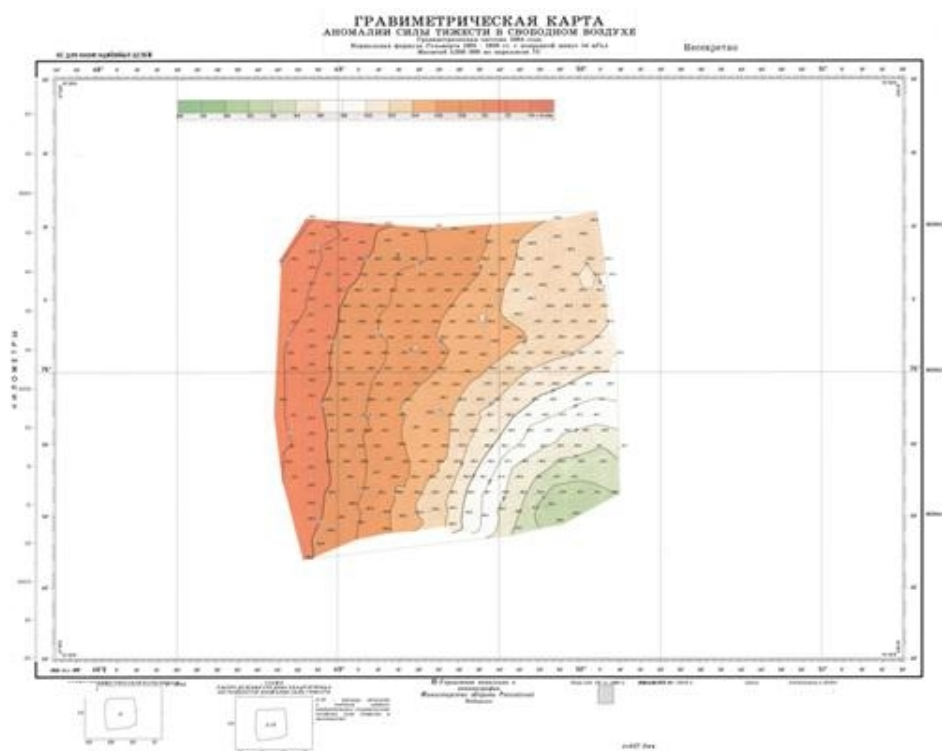


Рис. 10. Гравиметрическая карта

На основании загруженных в базу данных результатов съемок могут строиться гравиметрические карты, причем как по данным одной, так и нескольких съемок. Карты формируются в нормальной равноугольной цилиндрической проекции Меркатора в масштабах, назначаемых пользователем. На гравиметрических картах изображаются изолинии поля с задаваемым пользователем шагом, пункты с числовыми значениями, а также рамка и картографическая сетка с оцифровкой (рис. 10). СУБД позволяет автоматически формировать зарамочное оформление карт, которое включает в себя заголовок, шкалу раскраски, схему гравиметрической изученности района и схему распределения СКП аномалий. Элементы зарамочного оформления могут быть отредактированы пользователем и размещены на любом месте карты. Гипсометрическая раскраска площадей между изолиниями выполняется автоматически по задаваемым пользователем диапазонам.

Заключение

Одно из преимуществ новой модификации мобильного гравиметра «Чекан-АМ» – наличие в его составе комплекса ПМО, обеспечивающего не только прием и первичную обработку данных, но и контроль качества полевых материалов, полную камеральную обработку результатов съемки, а также ведение соответствующей геофизической базы данных и построение гравиметрических карт. Использование в структуре ПМО математической модели кварцевого чувствительного элемента гравиметра «Чекан-АМ» позволяет повысить как точность, так и пространственное разрешение гравиметрических измерений. Разработанное ПМО позволяет выполнять оперативный полевой контроль качества данных непосредственно на борту судна или самолета, что существенно повышает эффективность запланированных работ. Созданная СУБД обеспечивает не только работу с гравиметрической базой данных, но и позволяет подготавливать итоговый материал, включая печать карт, без использования дополнительных геофизических пакетов программ.

*Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда
(проект № 14-29-00160).*

ЛИТЕРАТУРА

1. Краснов А.А., Соколов А.В. Изучение гравитационного поля труднодоступных районов Земли с использованием мобильного гравиметра «Чекан-АМ» // Труды Института прикладной астрономии РАН. – 2009. - № 20. - С. 353-357.
2. Соколов А.В., Усов С.В., Элинсон Л.С. Опыт проведения гравиметрической съемки в условиях выполнения морских сейсмических работ // Гироскопия и навигация. - 2000. - № 1. - С. 39-50.
3. Дробышев Н.В., Конешов В.Н., Конешов И.В., Соловьев В.Н. Создание самолета-лаборатории и методика выполнения аэрогравиметрической съемки в арктических условиях // Вестник Пермского университета. - 2011. - № 3. - С. 37-50.
4. Степанов О.А., Блажнов Б.А., Кошаев Д.А. Исследование эффективности использования спутниковых измерений при определении ускорения силы тяжести на летательном аппарате // Гироскопия и навигация. – 2002. - № 3. – С. 33-47.
5. Болотин Ю.В., Вязьмин В.С. Локальное многомасштабное оценивание силы тяжести по данным аэрогравиметрии // Геофизические исследования. – 2014. - № 3. – С. 38-49.

6. Смоллер Ю.Л., Юрист С.Ш., Голован А.А., Якушик Л.Ю. О применении многоантенной GPS в аэрогравиметре GT-2A для съемок в полярных районах // Материалы XXII Санкт-Петербургской межд. конф. по интегрированным навигационным системам.- СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2015.- С.190-193.
7. Краснов А.А., Соколов А.В. Методика и программное обеспечение камеральной обработки аэрогравиметрических измерений // Труды Института прикладной астрономии РАН. – 2013. - № 27. - С.487-491.
8. Блажнов Б.А., Несенюк Л.П., Пешехонов В.Г., Соколов А.В., Элинсон Л.С., Железняк Л.К. Интегрированный мобильный гравиметрический комплекс. Результаты разработки и испытаний // В сб.: Г.Б.Вольфсон, В.Г.Пешехонов «Применение гравиинерциальных технологий в геофизике». - С.-Петербург: ЦНИИ «Электроприбор», 2002.- С. 33–44.
9. Краснов А.А., Соколов А.В., Элинсон Л.С. Новый аэроморской гравиметр серии «Чекан» // Гироскопия и навигация. - 2014. - №1 - С. 26-34.
10. Евстифеев М.И., Краснов А.А., Соколов А.В., Старосельцева И.М., Элинсон Л.С., Железняк Л.К., Конешов В.Н Гравиметрический датчик нового поколения // Измерительная техника. - 2014. - № 9.
11. Краснов А.А., Одинцов А.А., Семенов И.В. Система гироскопической стабилизации гравиметра // Гироскопия и навигация. – 2009. – № 4. – С. 54-69.
12. Железняк Л.К., Краснов А.А., Соколов А.В. Влияние инерционных ускорений на точность гравиметра «Чекан-АМ» // Физика Земли. - 2010. - № 7. - С. 29-32.

Abstract. A new mathematical software set for gravimeter «Chekan-AM» is discussed. The structure of the mathematical software consisting of both real-time programs and post-processing program set is given. The main algorithms and features of data processing applied to data obtained when carrying out marine and gravimetric surveys with gravimeter «Chekan –AM» are presented.

Key words: gravimeter, mathematical software, data processing

Материал поступил 27.04.2015