

Ю. Л. СМОЛЛЕР, С. Ш. ЮРИСТ, А. А. ГОЛОВАН, Л. Ю. ЯКУШИК

АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МНОГОАНТЕННЫХ GPS-ПРИЕМНИКОВ В АЭРОГРАВИМЕТРЕ GT-2A ДЛЯ СЪЕМОК В ПОЛЯРНЫХ РАЙОНАХ

Для разработчиков аэрогравиметров актуальность аэрогравиметрических съемок в полярных районах Земли привела к необходимости пересмотра аппаратных и алгоритмических решений, поскольку аэрогравиметры платформенного типа, например GT-2A, в стандартной комплектации нельзя эксплуатировать в широтах более 75° к северу и югу от экватора. Решением стало использование многоантенного GPS-приемника как датчика траекторной и дополнительной угловой информации. В статье рассматриваются вопросы комплексной обработки информации как в реальном времени, так и при постобработке с использованием многоантенного GPS-приемника.

Ключевые слова: многоантенные GPS-приемники, аэрогравиметр GT-2A, съемка в полярных районах

Введение

С 2010 года актуальными становятся аэрогравиметрические съемки в полярных районах Земли [1, 2]. Эти работы связаны как с разведочной геофизикой, так и с фундаментальными исследованиями гравитационного поля Земли [3]. Для разработчиков аэрогравиметров [4, 5] это привело к необходимости пересмотра аппаратных и алгоритмических решений. Так, аэрогравиметр GT-2A [5] в стандартной комплектации нельзя эксплуатировать в широтах, превышающих 75°, когда используется одноантенный GPS-приемник.

Это связано с особенностями конструкции, использованием гироскопов разного класса точности, применением алгоритма демпфирования приборной вертикали. Для демпфирования колебаний приборной вертикали необходимо знание внешней информации о векторе скорости в строительных осях самолета.

Смоллер Юрий Лазаревич. Кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник НТП «Гравиметрические технологии» (Москва). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Юрист Самуил Шаевич. Кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник НТП «Гравиметрические технологии». Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Голован Андрей Андреевич. Доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией управления и навигации МГУ имени М.В. Ломоносова, Университет ИТМО (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Якушик Леонид Юрьевич. Аспирант кафедры прикладной механики и управления МГУ имени М.В. Ломоносова.

Статья по докладу на XXII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам, 2015.

Одноантенный GPS-приемник доставляет информацию о восточной V_E и северной V_N составляющих скорости движения. Отсюда вытекает необходимость знания курса самолета с целью пересчета проекций скорости на оси связанной с корпусом самолета строительной системы координат. В гравиметре GT-2A в качестве курса используется внутренний гироскопический (компасный) курс. Далее будет показано, что в высоких широтах точность выработки последнего резко ухудшается, особенно при полете самолета в западном направлении.

Решением, устраняющим данную особенность, стало использование многоантенного GPS-приемника как датчика траекторной и угловой информации.

Идея использования многоантенного GPS-приемника в интегрированных инерциально-спутниковых системах не нова, в сети Internet можно найти много ссылок на статьи по этой тематике. Среди недавних отечественных публикаций выделим [6]. Вместе с тем авторам неизвестны публикации по практическому применению многоантенных GPS-приемников именно в аэрогравиметрических комплексах.

При включении многоантенного GPS-приемника в состав аэрогравиметрического комплекса возникает ряд новых задач комплексной обработки информации как в реальном времени, так и при постобработке. К их числу относятся

- задача взаимной юстировки двух связанных систем координат:
 - связанной системы координат $M s^a$, ориентацию которой определяет многоантенный GPS приемник;
 - связанной с корпусом аэрогравиметра GT-2A системы координат $M s^i$, отождествляемой со строительными осями самолета (точка M есть центр блока акселерометров аэрогравиметра);
 - задачи обработки информации, предоставляемой 4-антенным GPS приемником.
- Здесь возникают два варианта, когда:
- многоантенная GPS доставляет информацию о значениях углов курса ψ^a , крена γ^a , тангажа θ^a , характеризующих ориентацию связанной системы координат $M s^a$ относительно локального географического трехгранника $M x^0$. Отметим, что этот вариант имеет неустранимую особенность точке полюса, поскольку значения долготы λ и угла курса ψ невозможно определить;
 - доставляется информация о матрице ориентации системы $M s^a$ непосредственно относительно гринвичской системы координат $O\eta$ (точка O – геометрический центр Земного эллипсоида), минуя промежуточный географический трехгранник $M x^0$, и, как следствие, эта матрица не будет иметь отмеченных выше особенностей.

Задача предполетной юстировки многоантенного GPS-приемника

Задача предполетной юстировки многоантенного GPS-приемника обусловлена необходимостью согласования двух связанных систем координат:

- 1) связанной ортогональной системы координат, в общем случае не совпадающей со строительными осями самолета. Эта система координат определяется программно-математическим обеспечением многоантенного (четыреантенного) GPS-приемника, когда самолет неподвижен. После

- проведения процедуры калибровки многоантенный GPS-приемник в рабочем режиме определяет параметры ориентации этой системы координат;
- 2) связанной с корпусом аэрогравиметра GT-2A, установленного в самолете. Для определения ее ориентации относительно географического трехгранника, когда самолет неподвижен, используется режим начальной выставки GT-2A на неподвижном основании: осуществляется горизонтирование гироплатформы, определяется ее гироскопический курс, с помощью датчиков углов карданова подвеса определяются углы истинного курса, крена и тангажа. Предварительно аэрогравиметр устанавливается в самолете так, чтобы его приборные оси были сориентированы по строительным осям самолета.

Особенность предполетной юстировки многоантенного GPS-приемника состоит в следующем:

- определяемые ею значения углов курса, крена и тангажа имеют шумовую составляющую, обусловленную шумом фазовых спутниковых измерений, возможными ветровыми воздействиями на самолет;
- определяемые аэрогравиметром GT-2A значения этих же углов также имеют шумовую составляющую, обусловленную погрешностями инерциальных датчиков, датчиков углов карданова подвеса, возможными ветровыми воздействиями на самолет.

В связи с этим необходимо определять среднее значение матрицы взаимной ориентации $A_{S^i S^a}$ двух связанных систем координат $M S^a$, $M S^i$. Опишем вариант решения, используемый в аэрогравиметре GT-2A.

Пусть выходными данными многоантенного GPS-приемника служат значения углов курса ψ^a , крена γ^a , тангажа ϑ^a , а выходными данными аэрогравиметра – значения ψ^i , γ^i , ϑ^i этих же углов. Несложно вычислить матрицу взаимной ориентации этих двух систем. Например, если первая ось $M S_1$ связанной системы координат $M S$ направлена вверх, вторая ось $M S_2$ – продольная, третья $M S_3$ направлена вверх, первая ось $M x_1$ географического трехгранника $M x^0$ направлена на восток, вторая $M x_2$ – на север, третья $M x_3$ – вверх, то матрица взаимной ориентации $A_{S x^0}$ примет вид:

$$A_{S x^0}(\psi, \gamma, \vartheta) = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma & -\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma \\ \sin \psi \cos \vartheta & \cos \psi \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ \cos \psi \sin \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma & -\sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \vartheta \cos \gamma \end{pmatrix}.$$

$$\text{Тогда } A_{S^i S^a}(\psi^i, \gamma^i, \vartheta^i, \psi^a, \gamma^a, \vartheta^a) = A_{S^i x^0}(\psi^i, \gamma^i, \vartheta^i) A_{S^a x^0}^T(\psi^a, \gamma^a, \vartheta^a).$$

Пусть в моменты времени $t_0, t_1, t_2, \dots, t_N$ определяются значения углов $\{\psi^a, \gamma^a, \vartheta^a\}, \{\psi^i, \gamma^i, \vartheta^i\}$.

Зафиксируем оценку матрицы $A_{S^i S^a}(t_0) = A_{S^i S^a}(\psi_0^i, \gamma_0^i, \vartheta_0^i, \psi_0^a, \gamma_0^a, \vartheta_0^a)$ в начальный момент времени t_0 . Вычислим ее вариацию $\Delta A(t_j) = \{\Delta a_{ik}\}$ во времени

$$\Delta A(t_j) = A_{S^i S^a}(t_0) A_{S^i S^a}^T(t_j).$$

В идеальной ситуации значения матриц $A_{S^i S^a}(t_j)$ должны быть одинаковыми и $\Delta A(t_j) = I$, где I – единичная матрица. В реальной ситуации значения $A_{S^i S^a}(t_0), A_{S^i S^a}(t_j)$ близки друг к другу, поэтому для представления вариации

$\Delta A(t_j)$ можно воспользоваться понятием вектора малого поворота:

$$\Delta A(t_j) = I + \hat{\beta}(t_j), \quad \hat{\beta}(t_j) = \begin{pmatrix} 0 & \beta_3(t_j) & -\beta_2(t_j) \\ -\beta_3(t_j) & 0 & \beta_1(t_j) \\ \beta_2(t_j) & -\beta_1(t_j) & 0 \end{pmatrix},$$

где $\beta(t_j) = (\beta_1(t_j), \beta_2(t_j), \beta_3(t_j))^T$ – вектор малого поворота в момент времени t_j , компоненты которого вычисляются, например, таким образом:

$$\beta_1 = \frac{\Delta a_{23} - \Delta a_{32}}{2}, \beta_2 = \frac{\Delta a_{31} - \Delta a_{13}}{2}, \beta_3 = \frac{\Delta a_{12} - \Delta a_{21}}{2}.$$

Обозначим через $\tilde{\beta}$ среднее значение вектора β , полученное простым осреднением значений $\beta(t_j)$. Тогда в качестве оценки $\tilde{A}_{s^{isa}}$ матрицы $A_{s^{isa}}$ следует взять величину

$$\tilde{A}_{s^{isa}} = (I - \tilde{\beta}) A_{s^{isa}}(t_0).$$

Свойства бортового навигационного алгоритма аэрогравиметра GT-2A в стандартной комплектации

Бортовое навигационное обеспечение аэрогравиметра GT-2A использует алгоритм демпфирования шулеровских колебаний приборной вертикали с помощью выходной информации GPS-приемника о компонентах восточной V_E^{gps} и северной V_N^{gps} составляющих скорости, информации о широте φ^{gps} , высоте h^{gps} . Детальное описание алгоритмов навигационного счисления GT-2A представлено в [7], ниже ограничимся лаконичными, но необходимыми комментариями:

- в приборе используются трехрамочный карданов подвес с внешней азимутальной осью, один динамически настраиваемый гироскоп с вертикальной осью вращения. Класс точности гироскопа $\approx 0,01-0,03$ град/ч.
- для обеспечения курсового канала в приборе используется азимутальный волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) среднего класса точности (дрейф $\approx 1-3$ град/ч). Использование гироскопа такого класса обусловлено его габаритными характеристиками. Здесь же отметим, что использование ВОГ с указанными характеристиками в режиме автономного инерциального счисления приведет к быстрому накоплению курсовой погрешности и, как следствие, к недопустимому уровню погрешностей горизонтирования гравиметрических съемок;
- имеется следящая система, позволяющая управлять угловым движением третьей внешней рамки для обеспечения принятого закона азимутальной ориентации прибора GT2A.

Выделим особенности навигационного алгоритма GT-2A, использующего информацию от одноантенного GPS-приемника:

1. Уравнения инерциальной навигации интегрируются в осях абсолютно свободного в азимуте модельного географического трехгранника. При этом для определения азимутальной ориентации этого трехгранника относительно платформенного (приборного) используются показания ВОГ.
2. Алгоритм навигационного счисления использует избыточные переменные – компоненты модельной относительной V_1', V_2' и абсолютной v_1', v_2' линейной скорости по осям модельного географического трехгран-

ника. Компоненты относительной скорости V_1' , V_2' используются далее для формирования сигналов демпфирования, а компоненты абсолютной скорости v_1' , v_2' – для формирования сигналов управления ω_1' , ω_2' угловым движением гиролатформы.

Приведем уравнения автономного навигационного счисления (горизонтальные каналы):

$$\begin{aligned}\dot{v}_1' &= u^2 R_E \sin \varphi^{gps} \cos \varphi^{gps} \sin A' + f'_{1'}, \\ \dot{v}_2' &= u^2 R_E \sin \varphi^{gps} \cos \varphi^{gps} \cos A' + f'_{2'}, \\ \dot{V}_1' &= u \sin \varphi^{gps} V_{a2}^{gps} + f'_{1'}, \\ \dot{V}_2' &= -u \sin \varphi^{gps} V_1^{gps} + f'_{2'}, \\ \omega_1' &= -\frac{v_2'}{R_E} - \frac{V_N^{gps}}{R_E} \left(1 - \frac{R_N}{R_E}\right) \cos A', \\ \omega_2' &= \frac{v_1'}{R_E} + \frac{V_N^{gps}}{R_E} \left(1 - \frac{R_N}{R_E}\right) \sin A', \\ V_1^{gps} &= V_E^{gps} \cos A' + V_N^{gps} \sin A', \\ V_2^{gps} &= -V_E^{gps} \sin A' + V_N^{gps} \cos A', \\ A' &= \arctan \left(-\frac{v_2' - V_2^{gps}}{v_1' - V_1^{gps}} \right), \\ R_E &= \frac{a}{\sqrt{1-e^2/2 \sin^2 \varphi^{gps}}} + h^{gps}.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь:

- ω_1' , ω_2' – сигналы горизонтирования гиролатформы или компоненты абсолютной угловой скорости модельного географического трехгранника;
- u – модуль угловой скорости вращения Земли;
- R_E , R_N – радиусы кривизны первого вертикал и меридионального сечения;
- a , e^2 – большая полуось и квадрат первого эксцентриситета модельного эллипсоида Земли;
- A' – азимутальный угол (отсчитываемый по часовой стрелке);
- V_i^{gps} ($i = 1, 2$) – компоненты относительной скорости, приведенные к осям модельного трехгранника;
- $f'_{1'}$, $f'_{2'}$ – показания горизонтальных акселерометров, приведенные к осям модельного трехгранника.

Из формул (1), в части выражения для азимутального угла A' видно, что последний определяется не интегрированием кинематического уравнения Пуассона, записываемого либо для матрицы ориентации, либо для соответствующего кватерниона, а через функцию арктангенс, аргументами которой служат компоненты переносной скорости, обусловленной вращением Земли. Действительно, в идеальной ситуации

$$v_1 = V_1 + u R_E \cos \varphi \cos A, \quad v_2 = V_2 - u R_E \cos \varphi \sin A. \quad (2)$$

Далее выходные скоростные решения V_E^{gps} , V_N^{gps} GPS-приемника используются для формирования сигналов демпфирования:

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_1' &= \dots - a_3 Z_{V_1} - \tilde{v}_3^{(1)}, \\
 \dot{v}_2' &= \dots - a_3 Z_{V_2} - \tilde{v}_3^{(2)}, \\
 \dot{V}_1' &= \dots - a_0 Z_{V_1}, \\
 \dot{V}_2' &= \dots - a_0 Z_{V_2}, \\
 \omega_1' &= \dots + a_1 \frac{Z_{V_2}}{R_E}, \\
 \omega_2' &= \dots - a_1 \frac{Z_{V_1}}{R_E}, \\
 \tilde{v}_3^{(1)} &= a_2 Z_{V_1}, \quad \tilde{v}_3^{(2)} = a_2 Z_{V_2}, \\
 Z_{V_1} &= V_1' - V_1^{gps}, \quad Z_{V_2} = V_2' - V_2^{gps}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь через ... обозначены соответствующие правые части уравнений (1), Z_{V_1} , Z_{V_2} – скоростные измерения; a_0 , a_1 , a_2 , a_3 – коэффициенты усиления (демпфирования), вычисляемые как функция параметра T_{gg} (имеющего смысл характерного времени переходных процессов):

$$a_0 = \frac{2.613}{T_{gg}}, \quad a_1 = 1 - \frac{3.414}{\omega_0^2 T_{gg}^2}, \quad a_2 = -\frac{1}{\omega_0^2 T_{gg}^4}, \quad a_3 = a_0 \left(1 - \frac{1}{\omega_0^2 T_{gg}^2}\right), \tag{4}$$

ω_0 – частота Шулера.

Уравнения ошибок навигационного счисления аэрогравиметра GT-2A

Уравнения ошибок используются для анализа точности навигационного счисления, а также при построении алгоритма коррекции инерциальной навигационной системы аэрогравиметра GT-2A с помощью выходной скоростной информации GPS-приемника. Компонентами фазового вектора, характеризующего возмущенный режим работы навигационной системы GT-2A служат:

- динамические погрешности $\delta v_1, \delta v_2$ определения абсолютной скорости v_1, v_2 . (Динамические погрешности δv_i определяются как разность значений $v_i' - v_{zi}$ ($i = 1, 2$), где v_{zi} – идеальная абсолютная скорость в осях приборного трехгранника GT-2A [8]);
- аналогично вводимые динамические погрешности $\delta V_1, \delta V_2$ определения относительной скорости V_1, V_2 ;
- α_1, α_2 – угловые погрешности построения приборной вертикали;
- δA – угловая погрешность определения азимутального угла A' .

Параметрами модели уравнений погрешностей также служат погрешности ньютонометров $\Delta f_1, \Delta f_2$, гироскопический дрейф платформы $v = (v_1, v_2, v_3)^T$, моделируемый как интеграл от белого шума q_v .

Детальное описание уравнений погрешностей GT-2A представлено в [6]. Имеем:

$$\begin{aligned}
 \delta \dot{v}_1 &= -v_3 v_2^{gps} - \alpha_2 g + \Delta f_1 - a_3 Z_{V_1} - \tilde{v}_3^{(1)}, \\
 \delta \dot{v}_2 &= v_3 v_1^{gps} + \alpha_1 g + \Delta f_2 - a_3 Z_{V_2} - \tilde{v}_3^{(2)}, \\
 \delta \dot{V}_1 &= -v_3 V_2^{gps} - \alpha_2 g + \Delta f_1 - a_0 Z_{V_1},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta \dot{V}_2 &= v_3 V_1^{gps} + \alpha_1 g + \Delta f_2 - a_0 Z_{V_2}, \\
 \dot{\alpha}_1 &= -\frac{\delta v_2}{R_E} + v_1 + a_1 \frac{Z_{V_2}}{R_E}, \\
 \dot{\alpha}_2 &= \frac{\delta v_1}{R_E} + v_2 - a_1 \frac{Z_{V_1}}{R_E}, \\
 \dot{v} &= q_v, \\
 v_1^{gps} &= (V_E^{gps} + u R_E \cos \varphi) \cos A' + V_N^{gps} \sin A', \\
 v_2^{gps} &= -(V_E^{gps} + u R_E \cos \varphi) \sin A' + V_N^{gps} \cos A'. \quad (5)
 \end{aligned}$$

($g = 9.81$.)

Модель корректирующих измерения такова:

$$\begin{aligned}
 Z_{V_E} &= V_1' \cos A' - V_2' \sin A' - V_E^{gps} \\
 &= \delta V_1 \cos A' - \delta V_2 \sin A' - \delta A V_N^{gps} - \Delta V_E^{gps}, \\
 Z_{V_N} &= V_1' \sin A' + V_2' \cos A' - V_N^{gps} \\
 &= \delta V_1 \sin A' + \delta V_2 \cos A' + \delta A V_E^{gps} - \Delta V_N^{gps}, \\
 \delta A &= -\frac{\delta v_1 \sin A' + \delta v_2 \cos A' - \Delta V_N^{gps}}{v_E^{gps}}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

Здесь ΔV_E^{gps} , ΔV_N^{gps} – погрешности скоростных решений GPS приемника.

Далее для решения задачи оценивания вектора состояния x системы (5) с помощью измерений (6) в режиме постобработки используются алгоритм сглаживания калмановского типа [10].

Свойства ошибки δA определения азимутального угла A

В знаменателе формулы

$$\delta A = -\frac{\delta v_1 \sin A' + \delta v_2 \cos A' - \Delta V_N^{gps}}{v_E^{gps}}. \quad (7)$$

для погрешности азимутального угла A стоит значение восточной составляющей v_E абсолютной скорости v движения летательного аппарата.

Таким образом, величина угловой погрешности δA зависит от направления полета, поскольку

$$v_E = V_E + u R_E \cos \varphi. \quad (8)$$

Наилучшая ситуация в смысле малости погрешности δA возникает, когда самолет летит на восток, и наихудшая, когда он летит на запад.

Сделаем качественные оценки. Пусть съемка проводится на широте 75° . При полете на восток при скорости порядка 100 м/с значение $v_E \simeq 220$ м/с, а при полете на запад $v_E \simeq 20$ м/с, т.е. погрешность δA при полете на запад в 10 раз больше. Как следствие, при полете на запад быстро накапливаются угловые погрешности построения приборной вертикали и система гироскопической стабилизации аэрогравиметра GT-2A становится неработоспособной.

Именно из-за этого свойства аэрогравиметр GT-2A в стандартной одноантенной комплектации имеет ограничение по применению в высоких широтах. $\|\varphi\| > 75^\circ$

Иллюстрация возможности расширения широтного диапазона функционирования аэрогравиметра GT-2A

Пусть многоантенный GPS-приемник помимо координат φ^{gps} , λ^{gps} , h^{gps} и скорости V_E^{gps} , V_N^{gps} , V_{UP}^{gps} вырабатывает значения углов курса ψ^a , крена γ^a , тагнгажа θ^a . При помощи значений этих углов вычисляется матрица ориентации $\tilde{A}_{s^a x^0}$ связанной системы координат M, S^a относительно сопровождающего географического трехгранника. Используя эту матрицу, юстировочную матрицу $\tilde{A}_{s^i s^a}$, измеряемые углы карданового подвеса GT-2A, интеграл от измерения ВОГ, несложно получить проекции V_1^{gps} , V_2^{gps} относительной скорости на оси абсолютно-свободного в азимуте модельного географического трехгранника (без использования текущего значения угла A' , как в одноантенном варианте).

Далее используем формулу (1) (в части уравнения для угла

$$A' = \arctan \left(-\frac{v_2' - V_2^{gps}}{v_1' - V_1^{gps}} \right), \quad (9)$$

Можно показать, что, если в формуле (9) использовать таким способом полученные проекции скорости V_1^{gps} , V_2^{gps} , выражение для погрешности δA примет вид:

$$\delta A = -\frac{\delta v_1 \sin A' + \delta v_2 \cos A' - \Delta V_N^{gps}}{u R_E \cos \varphi}. \quad (10)$$

Таким образом, погрешность δA уже не зависит от направления полета, а зависит только от значения широты. На основе моделирования можно показать, что если по-прежнему полет осуществляется в западном направлении со скоростью 100 м/с, то погрешность δA будет иметь такой же уровень, что и в одноантенном варианте (при всех прочих равных условиях), если бы полет происходил на широте 87.45° .

Почти всеширотный вариант многоантенного аэрогравиметра GT-2A

Этот вариант предполагает использование углов курса ψ^a , крена γ^a , тагнгажа θ^a , вырабатываемых многоантенным GPS-приемником. С помощью данной информации, значений юстировочной матрицы $\tilde{A}_{s^i s^a}$, углов карданового подвеса GT-2A, измерений ВОГ можно вычислить значения скоростей V_1^{gps} , V_2^{gps} без использования формулы (9) для вычисления азимутального угла A^{gps} . Имеем:

$$\begin{aligned} \dot{v}_1' &= u^2 R_E \sin \varphi^{gps} \cos \varphi^{gps} \sin A^{gps} + f_1' - a_3 Z_{V_1} - \tilde{v}_3^{(1)}, \\ \dot{v}_2' &= u^2 R_E \sin \varphi^{gps} \cos \varphi^{gps} \cos A^{gps} + f_2' - a_3 Z_{V_2} - \tilde{v}_3^{(2)}, \\ \dot{V}_1' &= u \sin \varphi^{gps} V_{a2}^{gps} + f_1' - a_0 Z_{V_1}, \\ \dot{V}_2' &= -u \sin \varphi^{gps} V_1^{gps} + f_2' - a_0 Z_{V_2}, \\ \omega_1' &= -\frac{v_2'}{R_E} - \frac{V_N^{gps}}{R_E} \left(1 - \frac{R_N}{R_E} \right) \cos A^{gps} + a_1 \frac{Z_{V_2}}{R_E}, \\ \omega_2' &= \frac{v_1'}{R_E} + \frac{V_N^{gps}}{R_E} \left(1 - \frac{R_N}{R_E} \right) \sin A^{gps} - a_1 \frac{Z_{V_1}}{R_E}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_1^{gps} &= V_E^{gps} \cos A^{gps} + V_N^{gps} \sin A^{gps}, \\ V_2^{gps} &= -V_E^{gps} \sin A^{gps} + V_N^{gps} \cos A^{gps}. \end{aligned} \quad (11)$$

Можно показать, что в этом случае уравнения погрешностей (5) остаются прежними, а в уравнениях корректирующих измерений исчезает погрешность δA

$$\begin{aligned} Z_{V_E} &= V_1' \cos A^{gps} - V_2' \sin A^{gps} - V_E^{gps} \\ &= \delta V_1 \cos A^{gps} - \delta V_2 \sin A^{gps} - \Delta V_E^{gps}, \\ Z_{V_N} &= V_1' \sin A^{gps} + V_2' \cos A^{gps} - V_N^{gps} \\ &= \delta V_1 \sin A^{gps} + \delta V_2 \cos A^{gps} - \Delta V_N^{gps}. \end{aligned} \quad (12)$$

Ограничением применимости данного варианта служит плохая обусловленность именно спутниковых навигационных решений в непосредственной близости от полярной точки, в которой не определены значения углов курса и долготы. Поэтому была сформулирована рекомендация по применимости описанного почти всеширотного варианта только для широт $\|\varphi\| < 89.5^\circ$.

Всеширотный вариант многоантенного аэрогравиметра GT-2A

Этот вариант предполагает использование позиционных $\eta^{gps} = (\eta_1^{gps}, \eta_2^{gps}, \eta_3^{gps})^T$, скоростных $V_\eta^{gps} = (V_{\eta_1}^{gps}, V_{\eta_2}^{gps}, V_{\eta_3}^{gps})^T$ GPS-репений, $O\eta$ ориентационного решения многоантенного GPS-приемника. Последним является матрица ориентации $A_{s^a\eta}$ связанной системы координат M_s^a относительно гринвичской системы координат $O\eta$. Ее значение определяется внутренним программным обеспечением многоантенного GPS-приемника, которое не использует при вычислениях значения долготы и угла курса. Поэтому предложенный вариант не имеет особенностей в точке полюса.

Далее, при помощи матрицы $A_{s^a\eta}$, юстировочной матрицы $\tilde{A}_{s^i s^a}$, отсчетов углов карданового подвеса GT-2A, интеграла от измерения ВОГ, несложно вычислить значение матрицы ориентации $A_{x'\eta}$ модельного географического трехгранника относительно $O\eta$.

При формировании правых частей навигационных уравнений (11) требуется вычислить значения проекций вектора переносного ускорения $\delta a_u = (\delta a_{u_1}, \delta a_{u_2}, \delta a_{u_3})^T$, обусловленного вращением Земли. Использовать формулу вида $u^2 R_E \sin \varphi^{gps} \cos \varphi^{gps} \sin A^{gps}$ нельзя, поскольку неизвестно значение A^{gps} .

Искомый параметр вычисляется так:

$$\delta a_u = -u^2 A_{x'\eta} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

и

$$\begin{aligned} \dot{v}_1' &= \delta a_{u_1} + f_1' - a_3 Z_{V_1} - \tilde{v}_3^{(1)}, \\ \dot{v}_2' &= \delta a_{u_2} + f_2' - a_3 Z_{V_2} - \tilde{v}_3^{(2)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Можно показать, что в околополярных районах можно использовать следующую упрощенную модель для формирования компонент ω_1' , ω_2' вектора аб-

солотной угловой скорости

$$\begin{aligned}\omega_1' &= -\frac{v_2'}{R_E} + a_1 \frac{Z_{V_2}}{R_E}, \\ \omega_2' &= \frac{v_1'}{R_E} - a_1 \frac{Z_{V_1}}{R_E}.\end{aligned}\quad (15)$$

Упрощение обосновывается тем, что параметры $\frac{V_N^{gps}}{R_E} \left(1 - \frac{R_N}{R_E}\right) \cos A^{gps}$, $\frac{V_N^{gps}}{R_E} \left(1 - \frac{R_N}{R_E}\right) \sin A^{gps}$ модели (11) содержат малый сомножитель

$$\left(1 - \frac{R_N}{R_E}\right) \approx e^2 \cos^2 \varphi,$$

который при $\varphi \rightarrow 90^\circ$ также стремится к нулю.

Как и в случае почти всеширотного варианта, дифференциальные уравнения погрешностей (5) остаются прежними. Однако уравнения корректирующих измерений в отличие от (12) следует формировать иначе – без приведения скоростей к направлениям на восток и север, а именно:

$$\begin{aligned}Z_1 &= V_1' - V_1^{gps} = \delta V_1 - \Delta V_1^{gps}, \\ Z_2 &= V_2' - V_2^{gps} = \delta V_2 - \Delta V_2^{gps}.\end{aligned}\quad (16)$$

Практические результаты

Эффективность предложенных алгоритмических решений подтверждена аэрогравиметрическими съемками, проведенными в высоких широтах Арктики и Антарктики. Некоторые результаты были представлены в [8]. В полетах одновременно и независимо функционировали аэрогравиметры GT-2А с одноантенной и многоантенной конфигурацией. Уровень угловых погрешностей построения приборной вертикали при использовании многоантенного GPS-приемника был в несколько раз меньше, что соответствует техническим требованиям, предъявляемым к системе горизонтирования аэрогравиметра при проведении съемок.

Заключение

Объяснен эффект ухудшения точности функционирования системы гиросtabilизации аэрогравиметра GT-2А в полярных районах при использовании одноантенного GPS-приемника.

Предложены и обоснованы два возможных алгоритмических решения по использованию многоантенного GPS-приемника в составе аэрогравиметра GT-2А, условно названные всеширотным и почти всеширотным вариантами.

Предложенные решения позволили проводить гравиметрические съемки в полярных районах аэрогравиметром GT-2А без каких-либо ограничений.

Представлены необходимые модификации соответствующих коррекционных моделей, используемых при решении ряда задач постобработки совокупной инерциальной, спутниковой, гравиметрической информации.

Дальнейшие исследования в этой области предполагают анализ возможностей и алгоритмических решений при использовании двухантенного GPS-приемника с разнесением антенн вдоль продольной оси летательного

аппарата. Такой вариант интересен тем с практической точки зрения, что внутреннее программное обеспечение реального времени GPS-приемника с двумя антеннами является более простым и надежным по отношению к четырехантенной конфигурации GPS-приемника.

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда
(проект 14-29-00160).*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Krasnov A.A., Sokolov A.V., Usov S.V.** Modern Equipment and Methods for Gravity Investigation in Hard-to-Reach Regions // *Gyroscopy and Navigation*. - 2011. - Т. 2. N 3. - P. 178-183.
2. **Дробышев Н.В., Конешов В.Н., Конешов И.В., Соловьев В.Н.** Создание самолета-лаборатории и методика выполнения аэрогравиметрической съемки в арктических условиях // *Вестник Пермского университета. Серия «Геология»*. 2011. №3. = С.37-50.
3. **Конешов В.Н., Непоклонов В.Б., Столяров И.А.** Об использовании современных моделей геопотенциала для исследования уклонений отвесных линий в Арктике // *Гироскопия и навигация*. - 2012. - №2. - С. 44-55.
4. **Krasnov, A., Sokolov, A. and Elinson, L.** A New Air-Sea Gravimeter of the Chekan Series, *Gyroscopy and Navigation*, 2014, no. 3, pp 131–137.
5. **Бержицкий В.Н., Ильин В.Н., Болотин Ю.В., Голован А.А., Парусников Н.А., Смоллер Ю.Л., Юрист С.Ш.** Инерциально-гравиметрический комплекс МАГ-1. Результаты испытаний. М.: Изд-во МГУ, препринт, 2001.
6. **Емельянцева Г.И., Блажнов Б.А., Степанов А.П.** О решении задачи ориентации инерциально-спутниковой системой с использованием фазовых и магнитометрических определений для объектов с быстрым вращением // *Гироскопия и навигация*. - 2014. - № 2. - С. 28-42.
7. **Смоллер Ю.Л.** Механика, управление и алгоритмы обработки в инерциально-гравиметрическом аэрокомплексе. Дисс. на соиск. уч. степени канд. физ.-мат. наук, Москва, 2002
8. **Смоллер Ю.Л., Юрист С.Ш., Федорова И.П., Болотин Ю.В., Голован А.А., Конешов В.Н., Hewison W., Richter T., Greenbaum J., Young D., Blankenship D.** Использование аэрогравиметра GT-2A в полярных областях // *Международный симпозиум «Наземная, морская и аэрогравиметрия: измерения на неподвижных и подвижных основаниях»*. – СПб.:ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2013
9. **Голован А.А., Парусников Н.А.** Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. -М.: МАКС Пресс, 2011, -136с. 3-е издание, испр. и перераб.
10. **Голован А.А., Парусников Н.А.** Математические основы навигационных систем. Часть II. Приложения методов оптимального оценивания к задачам навигации. -2-е издание, испр. и доп. - М.: МАКС Пресс, 2012, -172 с.

Abstract. Nowadays the importance of airborne gravity surveys in polar areas has urged the designers to modify hardware and algorithmic solutions for the airborne gravity instruments, because platform type gravimeters such as GT-2A in standard implementation cannot be used in latitudes over $\pm 75^\circ$. The solution is the use of multi-antenna GPS receiver as a sensor of trajectory and aiding angular data. The paper focuses on real-time data fusion and postprocessing using multi-antenna GPS receiver.

Key words: multi-antenna GPS receiver, gravimeter GT-2A, latitudes over $\pm 75^\circ$