

О. А. СТЕПАНОВ, Д. А. КОШАЕВ, А. В. МОТОРИН

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ АНОМАЛИИ В ЗАДАЧЕ АВИАЦИОННОЙ ГРАВИМЕТРИИ МЕТОДАМИ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Исследуется возможность использования адаптивной нелинейной фильтрации при решении задачи авиационной гравиметрии в условиях неточно известных параметров модели для оцениваемых аномалий ускорения силы тяжести.

Ключевые слова: аномалии ускорения силы тяжести, авиационная гравиметрия, адаптивная нелинейная фильтрация

Введение

В последнее время активно разворачиваются работы по проведению аэрогравиметрических съемок, при этом значительное внимание уделяется вопросам их выполнения в труднодоступных районах Земли [1-3]. Повышение требований к точности и разрешающей способности съемок требует дальнейшего совершенствования не только самой аппаратуры [4-7], но и используемых методов обработки имеющейся измерительной информации [8-11]. Отличительная особенность авиационных съемок связана, как хорошо известно, с необходимостью компенсации вертикальных ускорений летального аппарата (ЛА) в показаниях гравиметра [10-12]. С этой целью привлекаются высокоточные координаты ЛА, полученные с применением фазовых измерений спутниковых навигационных систем. Таким образом, возникает задача совместной обработки спутниковых данных и данных гравиметра, направленная на оценивание аномалий ускорения силы тяжести (УСТ) с максимальной точностью. Наличие двух измерителей (гравиметра и спутникового приемника) позволяет формулировать задачу фильтрации, инвариантную к самой высоте и вертикальной скорости. В то же время относительно аномалий УСТ этого сделать не удастся и, для того чтобы корректно сформулировать задачу фильтрации, требуется определить модель аномалий УСТ. Решению этой проблемы в условиях параметрической неопределенности модели аномалий и посвящена предлагаемая работа, в которой задача совместной обработки спутниковых измерений и данных гравиметра формулируется как задача адаптивной нелинейной фильтрации.

Цель работы – исследовать целесообразность и проиллюстрировать эффек-

Степанов Олег Андреевич. Доктор технических наук, профессор, начальник отдела АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО (С.-Петербург). Вице-президент международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Кошаев Дмитрий Анатольевич. Доктор технических наук, ведущий научный сотрудник АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Моторин Андрей Владимирович. Аспирант, ассистент преподавателя, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО.

Статья по докладу на XXII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам, 2015.

тивность применения адаптивной фильтрации в задаче авиационной гравиметрии.

Следует отметить, что адаптивный подход к решению задачи фильтрации аномалии УСТ применялся и ранее, например в [13], где посредством скрытых марковских моделей учитывается неопределенность и изменчивость интенсивностей белого шума, порождающего аномалию, и измерительного белого шума. В настоящей работе задача адаптивного оценивания аномалии рассматривается в иной постановке, позволяющей использовать менее трудоемкие алгоритмы нелинейной фильтрации.

Статья имеет следующую структуру. Сначала приводится постановка задачи линейной фильтрации в условиях однозначно заданной модели аномалии УСТ и анализируется чувствительность решения к неточности этой модели. Затем описывается адаптивный алгоритм фильтрации и приводятся результаты расчетов, подтверждающие эффективность его применения.

Задача линейной фильтрации в авиационной гравиметрии и анализ чувствительности

Следуя работам [10, 12], сформулируем для начала задачу оценивания аномалий УСТ как задачу линейной фильтрации в предположении, что вся необходимая исходная информация для этого имеется. Аномалия УСТ \tilde{g} может быть описана так называемой моделью Жордана [14]. Согласно этой модели корреляционная функция аномалии УСТ вдоль прямолинейной траектории может быть представлена в виде

$$K_{\tilde{g}}(\rho) = \sigma_{\tilde{g}}^2 \left(1 + \alpha\rho - \frac{(\alpha\rho)^2}{2} \right) e^{-\alpha\rho}, \quad (1)$$

где $\sigma_{\tilde{g}}^2$ – дисперсия аномалии УСТ; α – параметр, определяющий пространственную изменчивость аномалии УСТ; ρ – длина прямолинейной траектории. Для преобразования выражения (1) во временную область используем соотношение $\rho = Vt$, где V – скорость ЛА. Процесс с корреляционной функцией (1) – дифференцируемый, и дисперсия его производной может быть определена как

$$\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial\rho}^2 = -\frac{d^2}{d\rho^2} K_{\tilde{g}}(\rho) \Big|_{\rho=0} = 2\alpha^2\sigma_{\tilde{g}}^2. \text{ Следует отметить, что } \sigma_{\partial\tilde{g}/\partial t} \text{ характеризует}$$

изменчивость аномалии УСТ. Принимая эти предположения, можно показать, что задача определения аномалий УСТ может быть сведена к оценке вектора состояния $x(t) = (\Delta h^{GR}(t), \Delta V^{GR}(t), x_3(t), x_4(t), x_5(t))^T$, который описывается как [12]:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{h}^{GR}(t) &= \Delta V^{GR}(t), \\ \Delta \dot{V}^{GR}(t) &= -\beta\zeta x_3(t) + x_4(t) + \sqrt{R_{GR}} w_{GR}(t), \\ \dot{x}_3(t) &= -\beta x_3(t) + x_4(t), \\ \dot{x}_4(t) &= -\beta x_4(t) + x_5(t), \\ \dot{x}_5(t) &= -\beta x_5(t) + q w_{GA}(t), \end{aligned} \quad (2)$$

с использованием измерений:

$$y(t) = H(t)x(t) + v(t), \quad (3)$$

$$H = [1, 0, 0, 0, 0], \quad R = R_h, \quad (4)$$

представляющих собой разность между высотой от приемника спутниковой

навигации и высотой, полученной интегрированием показаний гравиметра. Здесь $\Delta h^{GR}(t), \Delta V^{GR}(t)$ – приращения высоты и скорости, полученные по данным гравиметра; $\tilde{g}(t) = -\beta\zeta x_3(t) + x_4(t)$ – аномалия УСТ; $\beta = V\alpha$; $w_{GR}(t), w_{GA}(t)$ – белые шумы единичной интенсивности; $\zeta = (\sqrt{5}-1)/\sqrt{5}$ – безразмерный коэффициент; $q = \sqrt{10\beta^3\sigma_{\tilde{g}}^2}$, а R_h – интенсивность $v(t)$.

Таким образом, рассматриваемая задача при известных параметрах $R_{GR}, \sigma_{\tilde{g}}^2, \alpha, R_h$ сводится к построению фильтра Калмана (ФК), соответствующего модели (2)–(4).

Определим влияние неточности задания параметра $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ на точность оценки самой аномалии УСТ. В теории оценивания подобные расчеты известны как анализ чувствительности [15]. В расчетах для каждой комбинации действительных (истинных) и предполагаемых значений параметра модели определялись три среднеквадратические ошибки (СКО П) оценки аномалии УСТ $\sigma_{\tilde{g}}^{opt}, \sigma_{\tilde{g}}^{subopt}$ и $\bar{\sigma}_{\tilde{g}}^{subopt}$, соответствующие оптимальному ФК (в предположении, что параметр равен действительному), субоптимальному ФК (в предположении, что параметр не равен действительному) и СКО, рассчитываемой непосредственно в ковариационном канале субоптимального ФК. Расчеты были проведены с использованием универсальной MATLAB-программы для анализа чувствительности [15]. Заметим, что СКО рассчитывались не по множеству реализаций, а непосредственно с применением специальных ковариационных соотношений. Далее при проведении вычислений параметр $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ принимал различные значения, в то время как параметры $\sigma_{\tilde{g}} = 30 \text{ мГал}, \sqrt{R_{GR}} = 5 \text{ мГал}\sqrt{c}, V = 50 \text{ м/с}, R_h = 1 \text{ см}\sqrt{c}$ не менялись. Результаты моделирования для четырех комбинаций действительных и предполагаемых значений параметра модели представлены в таблице.

Анализ чувствительности к ошибкам модели оценки аномалии УСТ

| Действительное значение $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ (используется в оптимальном ФК) | Предполагаемое значение $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ (используется в субоптимальном ФК) | $\sigma_{\tilde{g}}^{opt}$ | $\sigma_{\tilde{g}}^{subopt}$ | $\bar{\sigma}_{\tilde{g}}^{subopt}$ |
|---|--|----------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|
| мГал/км | | мГал | | |
| 3 | 1 | 2.8 | 4.1 | 1.3 |
| | 2 | | 3.0 | 2.1 |
| 1 | 2 | 1.4 | 1.6 | 2.1 |
| | 3 | | 2.0 | 2.8 |

Из таблицы следует, что в случае рассогласования реальных и предполагаемых значений потери в точности достигают 50%. Кроме того, наблюдается существенное (до 300%) отличие $\sigma_{\tilde{g}}^{subopt}$ и $\bar{\sigma}_{\tilde{g}}^{subopt}$, что не позволяет использовать $\bar{\sigma}_{\tilde{g}}^{subopt}$ в качестве текущей характеристики точности оценивания.

Отметим, что при расхождении между действительным и предполагаемым значениями $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ при $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l} = 1 \text{ мГал/км}$ отличия между $\sigma_{\tilde{g}}^{opt}$ и $\sigma_{\tilde{g}}^{subopt}$ невелики, но и в этих случаях $\bar{\sigma}_{\tilde{g}}^{subopt}$ дает существенно завышенную или заниженную

оценку точности. Таким образом, полученные результаты подтверждают актуальность учета неточности знания $\sigma_{\partial \tilde{g} / \partial l}$. Необходимо решать задачу оценки (идентификации) параметра $\sigma_{\partial \tilde{g} / \partial l}$, то есть СКО изменчивости аномалии УСТ.

Задача идентификации

Введем вектор θ , описывающий неизвестные параметры, составной вектор $\tilde{x}^T(t) = ((x(t))^T, \theta^T(t))$ и сформулируем задачу идентификации на основе нелинейной фильтрации в общей форме [17-20]. Для дискретного случая постановка такой задачи звучит следующим образом: оценить вектор состояния $\tilde{x}_i^T = ((x_i)^T, (\theta_i)^T)$, описываемый как [18, 19]:

$$\begin{aligned} x_i &= \Phi_i(\theta)x_{i-1} + \Gamma_i(\theta)w_i, \\ \theta_i &= \theta_{i-1} = \theta \end{aligned} \quad (5)$$

по скалярным измерениям вида

$$y_i = H_i(\theta)x_i + \sigma_h v_i, \quad (6)$$

где $H_i = (1, 0, 0, 0, 0)$, $\Phi_i(\theta)$, $\Gamma_i(\theta)$ – матрицы, элементы которых в общем случае нелинейно зависят от θ ; θ – случайный подвектор с известной функцией плотности распределения вероятностей (ф.п.р.в.) $f(\theta)$; w_i и v_i – центрированные независимые гауссовские белые шумы с единичными ковариационной матрицей и дисперсией. В нашем случае матрицы $\Phi_i(\theta)$, $\Gamma_i(\theta)$ соответствуют матрицам модели (2), а $\theta = \sigma_{\partial \tilde{g} / \partial l}$.

Применяя метод разделения, оптимальные оценки $\hat{\theta}_i(Y_i)$, $\hat{x}_i(Y_i)$ и соответствующие матрицы ковариаций $P_i^0(Y_i)$, $P_i^x(Y_i)$, где $Y_i = (y_1, y_2, \dots, y_i)^T$, можно найти с использованием банка фильтров Калмана [16, 17]. В частности, для оценки неизвестного параметра и соответствующей дисперсии можно записать

$$\hat{\theta}_i(Y_i) \approx \sum_{j=1}^L \mu_j^i \theta^j, \quad (7)$$

$$P_i^0(Y_i) \approx \sum_{j=1}^L \mu_j^i \theta^j (\theta^j)^T - \hat{\theta}_i \hat{\theta}_i^T. \quad (8)$$

Значения входящих в выражение (7), (8) весов μ_j^i определяются по невязкам ФК, соответствующим конкретным значениям θ^j .

Результаты моделирования

Исследуем эффективность метода на основе нелинейной фильтрации при идентификации параметра $\theta = \sigma_{\partial \tilde{g} / \partial l}$. Зададим равномерную априорную ф.п.р.в. $f(\theta)$: $\theta \in [1 \text{ мГал/км}, 4 \text{ мГал/км}]$. Шаг сетки для значений θ – 0.2 мГал/км. Было промоделировано 10^4 реализаций длительностью $t=4$ ч и дискретностью $\Delta t=1$ с. Реализация определялась начальным значением вектора состояния x_0 и значениями порождающего шума w_k и шума измерений v_k для всех дискретных моментов времени k .

Действительное (2) и расчетное (1) значения среднеквадратической ошибки оценки для $\sigma_{\partial \tilde{g} / \partial l}$ приведены на рис. 1.

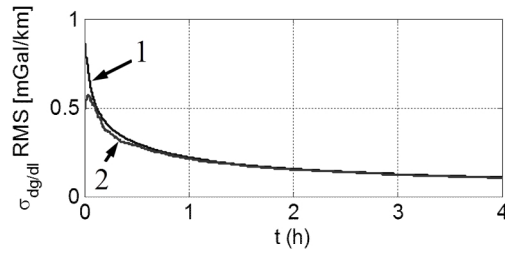


Рис. 1. Действительное (2) и расчетное (1) значения СКО для $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$

Действительная СКО рассчитывается осреднением квадрата действительной ошибки оценки (7) по всем реализациям. Расчетная СКО вычисляется как квадратный корень диагональных элементов, осредненных по реализациям ковариационных матриц, полученных согласно (8). Следует отметить, что совпадение действительной и расчетной СКО косвенно указывает на правильность расчетов.

Гистограммы ошибок оцениваемого параметра $\theta = \sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$, рассчитанные согласно соотношению (7) для $t=30$ мин, 1, 2 и 4 ч, приведены на рис. 2.

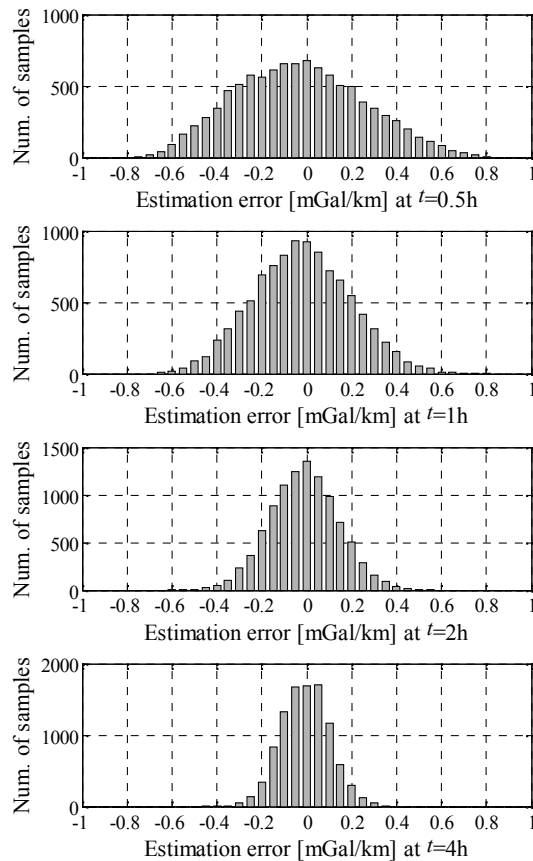


Рис. 2. Гистограммы ошибок оцениваемого параметра $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$.

Из первой гистограммы следует, что после 30 мин ошибка оценки параметра $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ практически не превышает 0.8 мГал/км. Такая неопределенность в знании параметра $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ дает незначительную дополнительную погрешность в

оценке аномалии УСТ по сравнению с погрешностью решения оптимального фильтра, настроенного на истинное значение $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$. Последующее уточнение $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$, как показывают гистограммы для 1, 2 и 4 ч, происходит достаточно медленно.

Если анализировать точность оценивания аномалии УСТ в среднеквадратическом смысле, результаты выглядят еще более обнадеживающими (рис. 3). Здесь показана ошибка оценки аномалии УСТ, полученная с использованием адаптивного алгоритма при действительном значении $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l} = 3$ мГал/км.

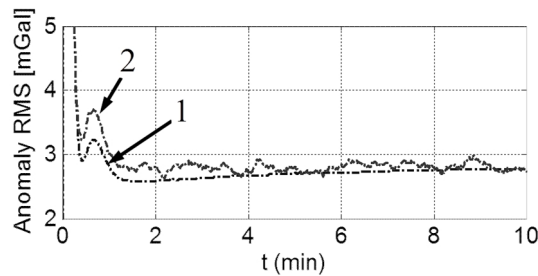


Рис. 3. Действительное (2) и расчетное (1) значения СКО оценки аномалии УСТ

Из рисунка следует, что среднеквадратическая ошибка оценки аномалии УСТ, полученная с помощью адаптивного алгоритма, практически не отличается от оптимальной (2.8 мГал, таблица) для $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l} = 3$ мГал/км уже при $t > 1$ мин.

Заключение

Показана возможность идентификации параметра $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$, характеризующего изменчивость аномалии УСТ, и подтверждена эффективность применения адаптивных фильтров в условиях, когда параметр $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ известен неточно.

Заметим, что оценивание аномалии УСТ при съемке производится, как правило, вдоль прямолинейных отрезков (галсов), которые образуют регулярную сетку. Поскольку свойства аномалии УСТ могут варьироваться от галса к галсу, неизвестный параметр $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$, характеризующий изменчивость аномалии УСТ, целесообразно оценивать независимо на каждом галсе и алгоритм идентификации перезапускать в начале нового галса. При этом текущая оценка аномалии УСТ может быть получена с помощью линейного ФК, в котором используются результаты идентификации модели с одного или нескольких ближайших галсов, расположенных параллельно текущему.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект No14-29-00160).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Дробышев Н. В.** Создание самолета-лаборатории и методика выполнения аэрогравиметрической съемки в арктических условиях / Н. В. Дробышев, В. Н. Конешов, И. В. Конешов, В. Н. Соловьев // Вестник Пермского университета. Серия «Геология». 2011. № 3. С. 37-50.
2. **Болотин Ю. В.** Использование аэрогравиметра GT2A в полярных областях / Ю. В. Болотин, А. А. Голован, В. Н. Конешов, Ю. Л. Смоллер, С. Ш. Юрист, И. П. Федорова, W. Hewison, T. Richter, J. Greenbaum, D. Young, D. Blankenship. // Труды Симпозиума Международной ассоциации по геодезии (IAG): Наземная, морская и аэрогравиметрия: измерения на неподвижных и подвижных основаниях. Санкт-Петербург. 2013. С. 21-23

3. **Краснов А. А.** Изучение гравитационного поля труднодоступных районов Земли с использованием мобильного гравиметра «Чекан-АМ» / А. А. Краснов, А. В. Соколов // Труды Института прикладной астрономии РАН. 2009. № 20. С. 353-357.
4. **Бержицкий В. Н.** Инерциально-гравиметрический комплекс (GT-1А). Опыт разработки и результаты летных испытаний / В. Н. Бержицкий, В. Н. Ильин, Е. Б. Савельев, Ю. Л. Смоллер, С. Ш. Юрист, Ю. В. Болотин, А. А. Голован, Н. А. Парусников, Г. В. Попов, М. В. Чичинадзе // Гироскопия и навигация. 2002. № 3 (38). С. 104-116.
5. **Краснов А. А.** Результаты эксплуатации гравиметров «Чекан-АМ» / А. А. Краснов, А. В. Соколов, Л. С. Элинсон // Гироскопия и навигация. 2014. № 1 (84). С. 98-104.
6. **Краснов А. А.** Новый аэроморской гравиметр серии «Чекан» / А. А. Краснов, А. В. Соколов, Л. С. Элинсон // Гироскопия и навигация. 2014. № 1 (84). С. 26-34.
7. **Смоллер Ю. Л.** О применении многоантенной GPS в аэрогравиметре GT-2А для съемок в полярных районах. / Ю. Л. Смоллер, С. Ш. Юрист, А. А. Голован, Л. Ю. Якушик // XXII Санкт-Петербургская межд. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2015. С. 190-193.
8. **Болотин Ю. В.** Локальное многомасштабное оценивание силы тяжести по данным аэрогравиметрии / Ю. В. Болотин, В. С. Вязьмин // Геофизические исследования. 2014. № 3. С. 38-49.
9. **Stepanov O. A.** Analysis of Filtering and Smoothing Techniques as Applied to Aero gravimetry / O. A. Stepanov, D. A. Koshaev // Gyroscopy and Navigation. 2010. no. 1 pp. 19–25.
10. **Степанов О. А.** Исследование эффективности использования спутниковых измерений при определении ускорения силы тяжести на летательном аппарате. / О. А. Степанов, Б. А. Блажнов, Д. А. Кошаев // Гироскопия и навигация. 2002. № 3 (38). С. 33-47
11. **Bolotin Y. V.** Suboptimal smoothing filter for the marine gravimeter GT-2M. (2011) / Y. V. Bolotin, S. S. Yurist // Gyroscopy and Navigation. 2 (3). pp. 152-155.
12. **Степанов О. А.** Основы теории оценивания, с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию фильтрации. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2012. 417 с.
13. **Болотин Ю. В.** Применение скрытых марковских моделей для адаптивной фильтрации данных аэрогравиметрии / Ю. В. Болотин, Д. Р. Дорошин // Вестник МГУ. Сер. 1. Математика. Механика. 2011. № 1. С. 1-6.
14. **Jordan S. K.** (1972) Self-consistent Statistical Models for Gravity Anomaly and Undulation of the Geoid, J. Geophys. Res., vol. 77, no. 20, pp. 3660–3670.
15. **Степанов О. А.,** Универсальные MATLAB-программы анализа потенциальной точности и чувствительности алгоритмов линейной нестационарной фильтрации. / О. А. Степанов, Д. А. Кошаев // Гироскопия и навигация. № 2 (45). 2004. С. 81-93
16. **Степанов О. А.** Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации, СПб: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 1998. 369 с.
17. **Белоглазов И. Н.** Совместное оптимальное оценивание, идентификация и проверка гипотез в дискретных динамических системах. / И. Н. Белоглазов, С. Н. Казарин // Известия РАН. Теория и системы управления. 1998. № 4.
18. **Дмитриев С. П.** Многоальтернативная фильтрация в задачах обработки навигационной информации. / С. П. Дмитриев, О. А. Степанов // Радиотехника. 2004. № 7. С. 11-17.
19. **Долнакова А. С.** Анализ потенциальной точности оценивания параметров случайных процессов в задачах обработки навигационной информации. / А. С. Долнакова, А. И. Соколов, О. А. Степанов // Материалы XII Всероссийского совещания по автоматическому управлению. Россия, Москва, ИПУ РАН 16-19 июня 2014.
20. **Моторин А. В.** Сравнение методов идентификации моделей ошибок датчиков основанных на вариациях Аллана и алгоритмах нелинейной фильтрации / А. В. Моторин, О. А. Степанов // Материалы XXI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2014. С. 98-103.
21. **Magill D. T.** Optimal adaptive estimation sampled stochastic processes// IEEE Transactions of on Automatic Control, vol. AC-10, no. 4, pp. 434-439, Oct. 1965.
22. **Лайниотис Д. Г.** Разделение – единый метод построения адаптивных систем//Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. 1976. Т. 64. № 8. I. Оценивание. С. 8-27. II. Управление. С. 74-94.

Abstract. The possibility of using adaptive nonlinear filtering in solving airborne gravimetry problems with uncertain parameters of the model for estimated gravity anomalies is considered.

Key words: gravity anomaly, airborne gravimetry, adaptive nonlinear filtering