

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ МОДУЛЯЦИОННОГО ВРАЩЕНИЯ КОРПУСА БЕСКАРДАННОГО ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА В ПОЛЯРНОЙ ОРИЕНТАЦИИ

В работе представлены уравнения движения ротора бескарданного электростатического гироскопа (БЭСГ) в полярной ориентации при модуляционном вращении корпуса вокруг оси, расположенной вблизи оси Мира. Приведены аналитические решения уравнений движения с использованием детерминированной модели дрейфа БЭСГ. Исследовано влияние модуляционного вращения на параметры движения и на погрешности прогнозирования уходов гироскопа в проекциях на оси экваториальной системы координат. Показано соответствие полученных решений экспериментальным данным.

Ключевые слова: бескарданный электростатический гироскоп, модель дрейфа БЭСГ, видимое движение ротора, модуляционное вращение, полярная ориентация.

Введение

В целом ряде применений гироскопов, установленных как в карданных, так и в бескарданных системах ориентации и навигации, используется известный прием снижения уровня их дрейфов за счет модуляционного вращения инерциальных измерительных модулей [1-10].

Однако до настоящего времени не уделялось достаточного внимания теоретическим исследованиям этого явления для электростатических гироскопов. В работе анализируется эффективность введения одноосного модуляционного вращения корпуса бескарданного электростатического гироскопа (БЭСГ), разработанного в АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» [11], при полярной ориентации вектора кинетического момента.

Теоретический анализ движения ротора

Введем системы координат:

$x_k y_k z_k$ - корпусная система координат (связана с корпусом гироскопа), оси которой (при отсутствии модуляционного вращения корпуса) ориентированы

Романенко Светлана Георгиевна. Кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (С.-Петербург).

Емельянецв Геннадий Иванович. Доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», профессор Университета ИТМО. Действительный член международной организации «Академия навигации и управления движением».

Ландау Борис Ефимович. Доктор технических наук, профессор, главный конструктор АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор».

Левин Сергей Львович. Кандидат технических наук, начальник отдела АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор».

Медведков Андрей Александрович. Аспирант АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», ассистент кафедры Университета ИТМО.

следующим образом: x_k - на восток, z_k - по оси Мира, y_k - ортогональна осям x_k и z_k , плоскость $x_k y_k$ расположена в плоскости земного экватора; вокруг оси z_k происходит модуляционное вращение корпуса в одном направлении с постоянной угловой скоростью;

$x_u y_u z_u$ - ортогональная измерительная система координат, оси которой направлены по осям оптико-электронной системы списывания информации об угловом положении вектора кинетического момента гироскопа.

$m_1 m_2 m_3$ - неподвижная относительно Земли экваториальная система координат « m », связанная с меридианом места: ось m_1 направлена на восток, ось m_3 - по оси Мира, ось m_2 лежит в плоскости земного экватора и дополняет трехгранник до правой ортогональной системы координат.

Рассмотрим движение ротора бескарданного электростатического гироскопа в осях корпусной системы координат $x_k y_k z_k$. В качестве базовой примем модель систематического дрейфа БЭСГ, представленную в работах [11, 12], которая в проекции на ось корпуса x_k записывается в виде:

$$\begin{aligned} \omega_x = & k_0 \gamma_1 \left[- (1 - \gamma_1^2) \gamma_1^2 + \gamma_2^4 + \gamma_3^4 \right] + k_1 \left[- (1 - \gamma_1^2) V_1 + \gamma_1 \gamma_2 V_2 + \gamma_1 \gamma_3 V_3 \right] + \\ & + k_2 \gamma_1 \left[- (1 - \gamma_1^2) V_1^2 + \gamma_2^2 V_2^2 + \gamma_3^2 V_3^2 \right] + k_3 \gamma_1 \left[- (1 - \gamma_1^2) \gamma_1 V_1 + \gamma_2^3 V_2 + \gamma_3^3 V_3 \right] + \\ & + k_4 \gamma_1 \left[- (1 - \gamma_1^2) \gamma_1^2 V_1^2 + \gamma_2^4 V_2^2 + \gamma_3^4 V_3^2 \right] + \gamma_1 (\mu_{12} \gamma_2^2 - \mu_{31} \gamma_3^2) + \gamma_2 \gamma_3 v_{23}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$V_i (i = \overline{1,3})$ - относительные управляющие напряжения на электродах подвеса (отношение управляющих напряжений к опорному V_o); μ_{ij} - коэффициенты, характеризующие консервативную часть момента от взаимодействия неравностойкого подвеса с радиально несбалансированным ротором, а v_{ij} - коэффициенты, характеризующие диссипативную часть этого момента, $k_i (i = \overline{0,4})$ - коэффициенты, обусловленные моментами, связывающими геометрические параметры несферичного и несбалансированного ротора с полем подвеса, в частности, k_1 зависит от осевого дисбаланса и всех последующих (начиная с третьей) нечетных гармоник формы ротора, в коэффициент k_3 входят третья и все последующие нечетные гармоники формы ротора, коэффициенты k_0, k_2, k_4 зависят от четных гармоник формы ротора; $\gamma_i (i = \overline{1,2,3})$ - направляющие косинусы оси вращения ротора в корпусной системе координат.

Модель дрейфа содержит и другие составляющие, например, обусловленные взаимодействием более высоких (начиная с пятой) гармоник формы ротора с полем подвеса и влиянием некоторых диссипативных моментов (таких как магнитное и газовое взаимодействие), однако в (1) учтены наиболее значимые.

Уравнения движения гироскопа в осях корпусной системы координат с учетом принятой модели имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_1 = \omega_{k3}\gamma_2 - \omega_{k2}\gamma_3 + k_1(V_3\gamma_2 - V_2\gamma_3) + \gamma_2\gamma_3[-k_0(\gamma_2^2 - \gamma_3^2) + k_2(V_3^2 - V_2^2) + \\ + k_3(V_3\gamma_3 - V_2\gamma_2) + k_4(V_3^2\gamma_3^2 - V_2^2\gamma_2^2) + \mu_{23}] + \gamma_1(v_{31}\gamma_3^2 - v_{12}\gamma_2^2), \gamma_1(0) \\ \dot{\gamma}_2 = \omega_{k1}\gamma_3 - \omega_{k3}\gamma_1 + k_1(V_1\gamma_3 - V_3\gamma_1) + \gamma_3\gamma_1[-k_0(\gamma_3^2 - \gamma_1^2) + k_2(V_1^2 - V_3^2) + \\ + k_3(V_1\gamma_1 - V_3\gamma_3) + k_4(V_1^2\gamma_1^2 - V_3^2\gamma_3^2) + \mu_{31}] + \gamma_2(v_{12}\gamma_1^2 - v_{23}\gamma_3^2), \gamma_2(0) \\ \dot{\gamma}_3 = \omega_{k2}\gamma_1 - \omega_{k1}\gamma_2 + k_1(V_2\gamma_1 - V_1\gamma_2) + \gamma_1\gamma_2[-k_0(\gamma_1^2 - \gamma_2^2) + k_2(V_2^2 - V_1^2) + \\ + k_3(V_2\gamma_2 - V_1\gamma_1) + k_4(V_2^2\gamma_2^2 - V_1^2\gamma_1^2) + \mu_{12}] + \gamma_3(v_{23}\gamma_2^2 - v_{31}\gamma_1^2), \gamma_3(0), \end{cases} \quad (2)$$

где ω_{ki} ($i = 1, 2, 3$) – угловые скорости вращения корпусных осей.

При наличии модуляционного вращения вокруг оси z_k имеют место следующие соотношения:

$$V_1 = V \cos \varphi \sin(\omega_{ep}t), \quad V_2 = V \cos \varphi \cos(\omega_{ep}t), \quad V_3 = -V \sin \varphi \quad (3)$$

$$\omega_{k1} = 0, \quad \omega_{k2} = 0, \quad \omega_{k3} = U + \omega_{ep}, \quad (4)$$

где φ – широта места, U – угловая скорость вращения Земли, ω_{ep} – угловая скорость модуляционного вращения.

При наличии углов рассогласования между измерительными осями (x_u, y_u, z_u) и осями корпуса гироскопа (x_k, y_k, z_k) направляющие косинусы в осях корпусной системы координат запишем как:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \gamma_1^u + \gamma_2^u \alpha_3 - \gamma_3^u \alpha_2, \\ \gamma_2 &= \gamma_2^u - \gamma_1^u \alpha_3 - \gamma_3^u \alpha_1, \\ \gamma_3 &= \gamma_3^u - \gamma_1^u \alpha_2 - \gamma_2^u \alpha_1, \end{aligned} \quad (5)$$

где γ_i^u – направляющие косинусы в измерительных осях; α_i – углы рассогласования измерительных осей гироскопа с корпусными осями: α_1 – угол поворота трехгранника $x_u y_u z_u$ вокруг оси x_k , α_2 – вокруг оси y_k , α_3 – вокруг оси z_k (в дальнейшем для углов рассогласования будет использоваться также термин «привязки»).

С учетом выражений (3), (4), (5), в предположении, что при полярной ориентации гироскопа $\gamma_3(t) \approx 1$, а $\gamma_1(t), \gamma_2(t)$ близки к нулю, систему (2) можно упростить до линейной неоднородной системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_1 - \omega_1 \gamma_2 = -k_1 V \cos \varphi \cos(\omega_{ep}t) + (U + \omega_{ep}) \alpha_1, \gamma_1(0) \\ \dot{\gamma}_2 + \omega_2 \gamma_1 = +k_1 V \cos \varphi \sin(\omega_{ep}t) + (U + \omega_{ep}) \alpha_2, \gamma_2(0) \\ \gamma_3(t) = \gamma_3(0), \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\omega_1 = \omega_{p1} + \omega_{ep}, \quad \omega_2 = \omega_{p2} + \omega_{ep},$$

$$\omega_{p1} = U + k_0 - (k_1 + k_3)V \sin \varphi + (k_2 + k_4)V^2 \sin^2 \varphi - k_2 V^2 0.5 \cos^2 \varphi - \mu_{31}, \quad (7)$$

$$\omega_{p2} = U + k_0 - (k_1 + k_3)V \sin \varphi + (k_2 + k_4)V^2 \sin^2 \varphi - k_2 V^2 0.5 \cos^2 \varphi + \mu_{23}. \quad (8)$$

В (6) и далее в направляющих косинусах опущен индекс « u ».

Для наглядности запишем решение системы уравнений (6) в корпусной системе координат при $\mu_{ij} = 0$ (что справедливо для равножестких подвесов).

В общем случае скорость видимого прецессионного движения ротора при модуляционном вращении корпуса $\omega_p = \sqrt{\omega_{p1} \cdot \omega_{p2}}$. Здесь при принятых допущениях $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$, $\omega_1 = \omega_2 = \omega = \omega_p + \omega_{ep}$.

Тогда решение уравнений (6) при ненулевых начальных условиях $\gamma_1(0)$, $\gamma_2(0)$ примет вид:

$$\begin{aligned} \gamma_1(t) &= (\gamma_1(0)\cos\omega t + \gamma_2(0)\sin\omega t) + 2\frac{k_1V\cos\varphi}{\omega_p}\sin\left(\frac{\omega_p}{2}t\right)\cos\left(\omega_{ep} + \frac{\omega_p}{2}\right)t + \\ &+ \frac{U + \omega_{ep}}{\omega}[\alpha_1\sin\omega t + \alpha_2(1 - \cos\omega t)], \\ \gamma_2(t) &= (\gamma_2(0)\cos\omega t - \gamma_1(0)\sin\omega t) - 2\frac{k_1V\cos\varphi}{\omega_p}\sin\left(\frac{\omega_p}{2}t\right)\sin\left(\omega_{ep} + \frac{\omega_p}{2}\right)t + \\ &+ \frac{U + \omega_{ep}}{\omega}[\alpha_1(\cos\omega t - 1) + \alpha_2\sin\omega t], \\ \gamma_3(t) &\approx 1. \end{aligned} \quad (9)$$

Уточненное выражение для $\gamma_3(t)$ можно получить из третьего уравнения системы (2):

$$\gamma_3(t) \approx 1 - \gamma_1(0) - \gamma_2(0) + \frac{(k_1V\cos\varphi)^2}{\omega_p^2}(\cos\omega_p t - 1).$$

Анализ выражений (9) показывает, что компоненты γ_1 и γ_2 содержат в себе две частоты: высокую $(\omega_{ep} + \omega_p/2)$ и низкую $\omega_p/2$. Рассмотрим случай, когда частота модуляционного вращения ω_{ep} существенно превышает частоту прецессионного движения гироскопа ω_p (период модуляционного вращения составляет несколько минут, а период прецессионного движения гироскопа близок к 24 часам). Координаты центра годографа

$\gamma_1^0 = \frac{U + \omega_{ep}}{\omega_p + \omega_{ep}}\alpha_2$ и $\gamma_2^0 = -\frac{U + \omega_{ep}}{\omega_p + \omega_{ep}}\alpha_1$ в корпусных осях зависят от значений углов рассогласования α_1 и α_2 измерительных осей x_u, y_u с осями x_k и y_k корпуса и не зависят от угла α_3 .

Введем новые переменные $\gamma_1^\bullet = \gamma_1 - \frac{U + \omega_{ep}}{\omega_p + \omega_{ep}}\alpha_2$, $\gamma_2^\bullet = \gamma_2 + \frac{U + \omega_{ep}}{\omega_p + \omega_{ep}}\alpha_1$.

Учтем в (9) для простоты наиболее значимые члены, содержащие только

коэффициенты модели ухода (КМУ). Перейдя к полярным координатам (ρ, ϕ) , получим уравнение движения вектора кинетического момента в виде

$$\rho(t) = \frac{2k_1 V \cos \varphi}{\omega_p} \left| \sin \left(\frac{\omega_p}{2} t \right) \right|. \quad (10)$$

Выражение (10) является уравнением спирали, «скручивающейся/раскручивающейся» относительно центра годографа.

Максимальный радиус спирали $\rho_{\max} = \frac{2k_1 V \cos \varphi}{\omega_p}$ не зависит от частоты

модуляционного вращения, определяется коэффициентами модели ухода и, в первую очередь, коэффициентом $k_1 V$. Выражение (10) описывает изменение радиуса годографа с течением времени.

Приведенные выше аналитические зависимости (9) и (10) позволяют определить две привязки и коэффициент $k_1 V$ по параметрам видимого движения ротора гироскопа (координатам центра годографа и величины его максимального радиуса).

Сравним движение ротора гироскопа в осях экваториальной системы координат « m » при модуляционном вращении корпуса и при его отсутствии.

Проекция движения вектора кинетического момента ротора гироскопа на неподвижные относительно Земли оси экваториальной системы координат **при наличии модуляционного вращения** будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \gamma_{m1}(t) = & \gamma_1(0) \cos \omega_p t + \gamma_2(0) \sin \omega_p t + \frac{U + \omega_{\dot{\alpha}\dot{\delta}}}{\omega_p + \omega_{\dot{\alpha}\dot{\delta}}} [(\alpha_1 \sin \omega_{\dot{\alpha}\dot{\delta}} t + \alpha_2 \cos \omega_{\dot{\alpha}\dot{\delta}} t) + \\ & + (\alpha_1 \sin \omega_{\delta} t - \alpha_2 \cos \omega_{\delta} t)] - \frac{k_1 V \cos \varphi}{\omega_p} \sin \omega_{\delta} t, \\ \gamma_{m2}(t) = & \gamma_2(0) \cos \omega_p t - \gamma_1(0) \sin \omega_p t + \frac{U + \omega_{\dot{\alpha}\dot{\delta}}}{\omega_p + \omega_{\dot{\alpha}\dot{\delta}}} [(\alpha_2 \sin \omega_{\dot{\alpha}\dot{\delta}} t - \alpha_1 \cos \omega_{\dot{\alpha}\dot{\delta}} t) + \\ & + (\alpha_1 \cos \omega_{\delta} t + \alpha_2 \sin \omega_{\delta} t)] + \frac{k_1 V \cos \varphi}{\omega_p} (1 - \cos \omega_{\delta} t), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\gamma_{m3}(t) \approx 1.$$

При **отсутствии модуляционного вращения** относительные напряжения на электродах подвеса постоянны (в отличие от (3)) и составляют:

$$V_1 = 0, V_2 = V \cos \varphi, V_3 = -V \sin \varphi. \quad (12)$$

С учетом (12) запишем уравнения движения ротора в корпусных осях в виде:

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_1 - \omega_1 \gamma_2 = -k_1 V \cos \varphi + U \alpha_1, \gamma_1(0) \\ \dot{\gamma}_2 + \omega_2 \gamma_1 = U \alpha_2, \gamma_2(0) \\ \gamma_3(t) \approx 1, \end{cases} \quad (13)$$

где

$$\omega_1 = U + k_0 - (k_1 + k_3) V \sin \varphi + (k_2 + k_4) V^2 \sin^2(\varphi) - k_2 V^2 \cos^2 \varphi,$$

$$\omega_2 = U + k_0 - (k_1 + k_3)V \sin \varphi + (k_2 + k_4)V^2 \sin^2 \varphi, \quad (14)$$

$$\omega_{pn} = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \cong U + k_0 - (k_1 + k_3)V \sin \varphi + (k_2 + k_4)V^2 \sin^2 \varphi.$$

ω_{pn} - скорость прецессионного движения гироскопа при отсутствии модуляционного вращения.

Из уравнений (13) следует, что траектория движения вектора кинетического момента гироскопа в корпусных осях в общем случае представляет эллипс с соотношением полуосей, равным $\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}}$. Выражения (14) показывают, что эллиптичность годографа обусловлена моментами от второй и частично от последующих четных гармоник формы ротора (коэффициентом k_2). Отметим также, что выражения (14) позволяют вычислить предварительные значения коэффициента k_2 .

Решение уравнений (13), представленное для экваториальных осей, имеет вид:

$$\begin{aligned} \gamma_{m1}(t) &= \gamma_1(0) \cos \omega_{pn} t + \frac{\omega_1}{\omega_{pn}} \gamma_2(0) \sin \omega_{pn} t + \frac{U}{\omega_2} \alpha_2 (1 - \cos \omega_{pn} t) - \\ &- \frac{k_1 V \cos \varphi - U \alpha_1}{\omega_{pn}} \sin \omega_{pn} t, \\ \gamma_{m2}(t) &= \gamma_2(0) \cos \omega_{pn} t - \frac{\omega_2}{\omega_{pn}} \gamma_1(0) \sin \omega_{pn} t + \frac{k_1 V \cos \varphi - U \alpha_1}{\omega_1} (1 - \cos \omega_{pn} t) + \\ &+ \frac{U \alpha_2}{\omega_{pn}} \sin \omega_{pn} t, \\ \gamma_{m3}(t) &= \gamma_3(t) \approx 1. \end{aligned} \quad (15)$$

Из сравнения выражений (8), (13), (14), (15) следует:

1) В осях экваториальной системы координат амплитуды колебательных составляющих, изменяющихся с частотой ω_{ep} , при модуляционном вращении обусловлены значениями «привязок» измерительных осей гироскопа к корпусным осям и могут быть уменьшены за счет увеличения скорости модуляционного вращения. Амплитуды колебательных составляющих, изменяющихся с частотой прецессионного движения, обусловлены КМУ (преимущественно, коэффициентом $k_1 V$) и привязками. При отсутствии модуляционного вращения направляющие косинусы содержат только одну частоту - частоту прецессионного движения ротора, т.е. «привязки» и КМУ частотно не разделяются. Из-за этого на фоне дрейфа гироскопа в процессе калибровки КМУ БЭСГ «привязки» ненаблюдаемы. Для их оценки необходимо либо обеспечить вращение корпуса в течение длительного времени, либо в течение короткого времени поворачивать корпус достаточно быстро, чтобы при калибровке привязок не сказывались дрейфовые составляющие.

2) Выражения для частоты прецессионного движения ω_p (при наличии модуляционного вращения) и ω_{pn} (при его отсутствии) различаются. Это различие, как видно из выражений (8) и (14), обусловлено коэффициентом k_2 . При модуляционном вращении напряжения V_1 и V_2 подвеса в корпусных осях – гармонические колебания с частотой ω_{ep} – равны по модулю, различаются по фазе на 90° . При отсутствии модуляционного вращения напряжения постоянны и не равны между собой: $V_1 = 0$ и $V_2 = V \cos \varphi$. Это приводит к изменению проекций соответствующих уводящих моментов, а значит, к изменению формы годографа. Так, при модуляционном вращении годограф в осях экваториальной системы координат приобретает форму окружности, а при отсутствии модуляционного вращения – форму эллипса. Т.е. модуляционное вращение оказывает влияние на моменты от второй и последующих четных гармоник формы ротора. Следует отметить, что на моменты от взаимодействия неравножесткости каналов подвеса с радиально несбалансированным ротором (коэффициенты μ_{ij}) модуляционное вращение не влияет.

3) При модуляционном вращении центр годографа в экваториальных осях (равновесное положение вектора кинетического момента) определяется только значениями КМУ. Его координаты: $\gamma_{m1}^0 = 0$, $\gamma_{m2}^0 = \frac{k_1 V \cos \varphi}{\omega_p}$, т.е. центр находится на оси, расположенной в плоскости меридиана. Равенство нулю координаты γ_{m1}^0 , характеризующей отклонение центра годографа от плоскости меридиана, обусловленное наличием моментов диссипативной природы, доказывает, что при одинарном модуляционном вращении диссипативные моменты «обнуляются».

При отсутствии модуляционного вращения положение равновесия определяется как значениями КМУ, так и значениями привязок, и в общем случае центр годографа смещен как в плоскости меридиана, так и в ортогональной плоскости.

Влияние модуляционного вращения на дрейф гироскопа

Обратимся к выражениям для модели дрейфа гироскопа (1). Учтём в них члены первого порядка малости относительно направляющих косинусов γ_1, γ_2 (поскольку $\gamma_3 \approx 1$, а γ_1, γ_2 значительно меньше γ_3). В (3) и (12), а также в аналитических решениях для γ_1, γ_2 ((11) и (15)) учтём члены, зависящие от КМУ.

Тогда составляющие дрейфа гироскопа в осях экваториальной системы координат можно представить в следующем виде: при отсутствии модуляционного вращения:

$$\omega_{xm} \approx -[k_0 + (k_2 + k_4)V^2 \sin^2 \varphi - (k_1 + k_3)V \sin \varphi - \mu_{31}] \left(\frac{k_1 V \cos \varphi}{\omega_{pn}} \sin \omega_{pnt} \right)$$

$$\begin{aligned} \omega_{ym} \approx & -[k_0 + (k_2 + k_4)V^2 \sin^2 \varphi - k_2 V^2 \cos^2 \varphi - (k_1 + k_3)V \sin \varphi + \mu_{23}] \cdot \\ & \cdot \left(\frac{k_1 V \cos \varphi}{\omega_1} \cos \omega_{pn} t \right) - \frac{U}{\omega_1} k_1 V \cdot \cos \varphi, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\omega_{zm} \approx \frac{[k_1 V \cos \varphi]^2}{\omega_1} (1 - \cos \omega_{pn} t);$$

при наличии модуляционного вращения:

$$\begin{aligned} \omega_{xm} \approx & -[k_0 + (k_2 + k_4)V^2 \sin^2 \phi - 0.5k_2 V^2 \cos^2 \phi (1 - \cos 2\omega_{\dot{a}d} t) + \\ & + (k_1 + k_3)V \sin \phi - \mu_{31}] \cdot \left(\frac{k_1 V \cos \phi}{\omega_p} \sin \omega_d t \right), \\ \omega_{ym} \approx & -[k_0 + (k_2 + k_4)V^2 \sin^2 \phi - 0.5k_2 V^2 \cos^2 \phi \cdot (1 + \cos 2\omega_{\dot{a}d} t) + \\ & + (k_1 + k_3)V \sin \phi + \mu_{23}] \cdot \left(\frac{k_1 V \cos \phi}{\omega_p} \cos \omega_p t \right) - \frac{U}{\omega_p} k_1 V \cos \phi, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\omega_{zm} \approx \frac{[k_1 V \cos \phi]^2}{\omega_p} (1 - \cos \omega_p t).$$

В (17) присутствуют составляющие с удвоенной частотой модуляционного вращения корпуса гироскопа, зависящие от коэффициента k_2 . За период модуляционного вращения они обнуляются.

Из (16), (17) видно, что в обоих случаях дрейф гироскопа содержит постоянные и колебательные составляющие с периодом прецессионного движения, но отличается функционалом при коэффициенте k_2 , и в первом приближении это отличие незначительно (с учетом характерных для гироскопов БЭСГ значений КМУ оно не превосходит 10% от номинальной величины дрейфа гироскопа).

Анализ выражений (11), (15), (16), (17) показывает, что при наличии углов рассогласования между измерительными и корпусными осями возникают проекции дрейфа с корпусных осей на измерительные оси. В осях экваториальной системы координат при отсутствии модуляционного вращения это приводит к появлению дополнительного постоянного дрейфа, величина которого с учетом характерных для гироскопов БЭСГ значений КМУ и привязок не превосходит 10% от величины систематического дрейфа. При модуляционном вращении происходит компенсация этой составляющей дрейфа.

Результаты стендовых испытаний

Для подтверждения теоретических выводов приведем траектории движения вектора кинетического момента полярного БЭСГ, полученные в результате испытаний на стенде EVO – 20M фирмы Ixblue без модуляционного

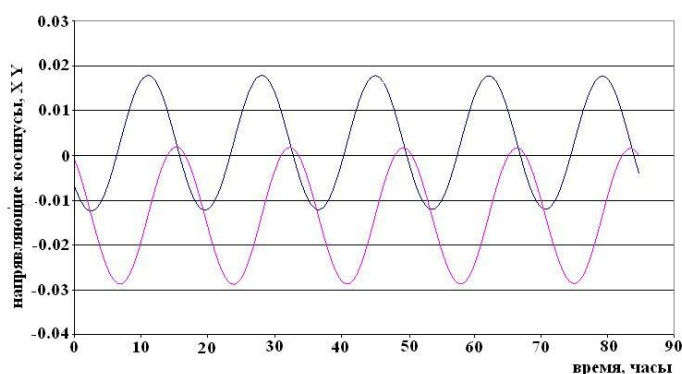


Рис. 1. Направляющие косинусы при отсутствии модуляционного вращения

отсутствии модуляционного вращения является колебательным (рис. 1) с периодом прецессионного движения и в общем случае затухающим. Затухание

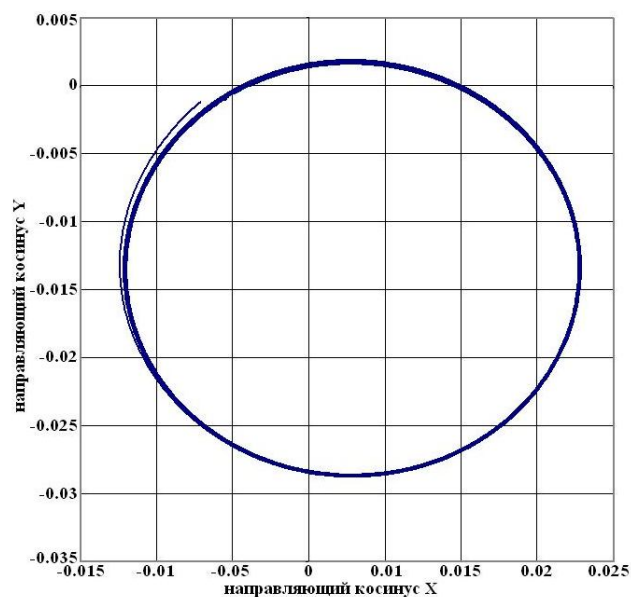


Рис. 2. Годограф при отсутствии модуляционного вращения

Траектория движения вектора кинетического момента (годограф) – «скручивающаяся/раскручивающаяся» спираль (рис. 4), радиус которой (рис. 5) изменяется по синусоидальному закону с низкочастотным периодом, равным периоду прецессионного движения гироскопа.

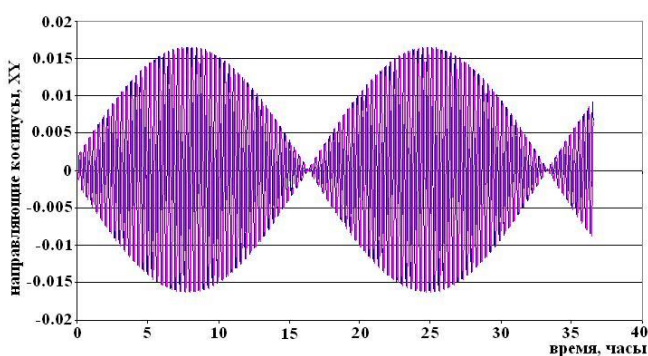


Рис. 3 Направляющие косинус X и Y при модуляционном вращении

вращения корпуса вокруг оси Z_k (рис. 1, 2) и при его наличии (рис. 3, 4, 5), а также расчетные значения (рис. 6), построенные с применением выражений (9).

Движение вектора кинетического момента ротора гироскопа в корпусных осях (координаты x, y) при отсутствии модуляционного вращения является колебательным (рис. 1) с периодом прецессионного движения и в общем случае затухающим. Затухание проявляется при значительном уровне диссипативных моментов (например, членов с КМУ v_{ij} в (1)). Годограф на рис. 2 – логарифмическая спираль, скручивающаяся к положению равновесия. На приведенных рисунках представлено движение ротора гироскопа, диссипативные моменты которого незначительны.

При наличии модуляционного вращения имеют место колебания с высокой частотой, близкой к частоте модуляционного вращения, а также низкочастотные биения (рис. 3).

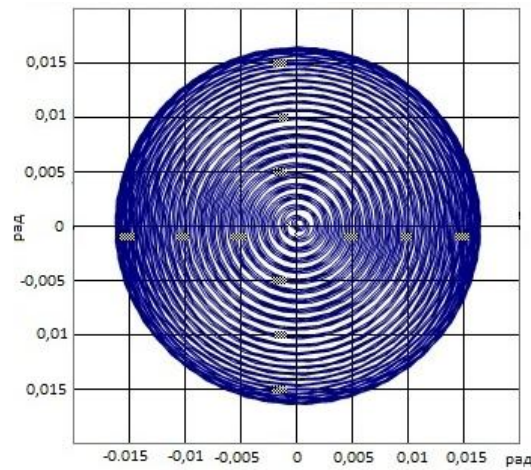


Рис.4 Годограф движения вектора кинетического момента гироскопа в корпусных осях

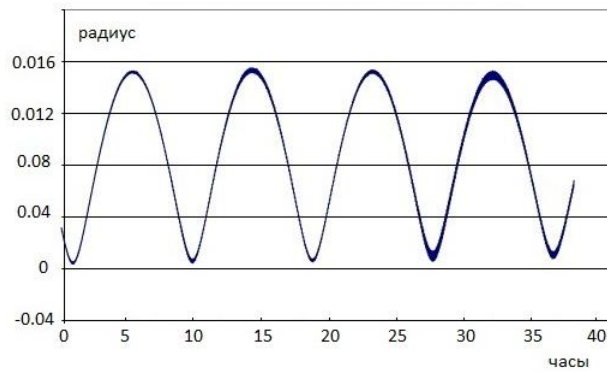


Рис.5 Радиус годографа

По данным пуска полярного гироскопа БЭСГ с модуляционным вращением, движение которого приведено на рис. 3 и 4, были определены КМУ и «привязки» с использованием процедуры калибровки, изложенной в работе [13]. По формулам (9) построено расчетное движение, которое для координаты x показано на рис. 6. Сравнение рис. 3 и рис. 6 демонстрирует достаточно хорошее совпадение реальных и расчетных значений направляющих косинусов.

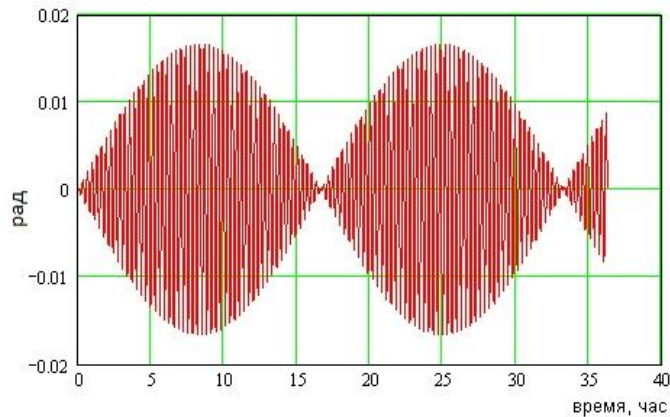


Рис.6 Направляющий косинус X при модуляционном вращении. Результаты моделирования

Рассмотрим более подробно влияние скорости модуляционного вращения на движение гироскопа. Выше (см. (13)) было показано, что от величины скорости модуляционного вращения зависят амплитуды колебательных составляющих, связанных с «привязками».

На рис. 7 представлены экспериментально полученные годографы движения в экваториальной системе координат при выставке вектора кинетического момента в равновесное положение (равновесное положение определяется при модуляционном вращении) и при разных скоростях модуляционного вращения. Из рисунка видно, что скорость модуляционного вращения оказывает влияние на амплитуды высокочастотных колебаний: чем меньше скорость – тем больше амплитуда. При этом средний диаметр годографа, который зависит от КМУ, обусловленных действием на гироскоп уводящих моментов, не изменяется.

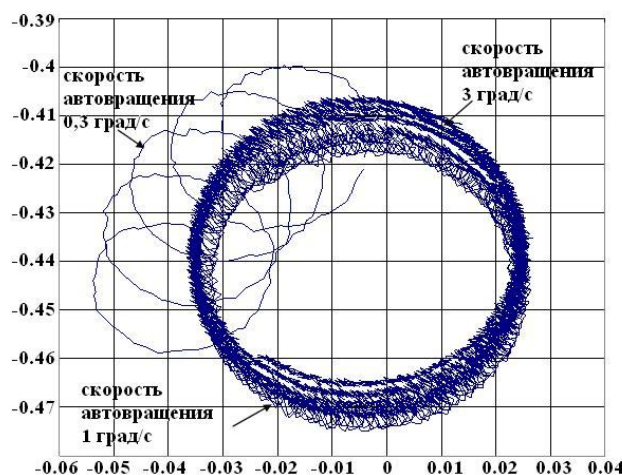


Рис. 7. Годографы видимого движения гироскопа в экваториальной системе координат при разных скоростях модуляционного вращения

Представленные выше аналитические выражения достаточно адекватно описывают реальное движение ротора бескарданного гироскопа при полярной ориентации вектора кинетического момента как при модуляционном вращении корпуса гироскопа, так и без него, что очевидно из их сравнения с данными реальных испытаний.

Погрешности прогнозирования уходов БЭСГ

Для практического применения, например, при создании навигационных приборов, представляет интерес описание погрешностей прогноза движения вектора кинетического момента гироскопа в осях экваториальной системы координат [14]. Для получения этих выражений запишем уравнения (6) для корпусных осей в вариациях при условии, что модуляционное вращение равномерное:

$$\begin{cases} \delta\dot{\gamma}_1 - \omega\delta\gamma_2 = \Delta\omega_p\gamma_2 - \delta(k_1V)\cos\varphi\cos\omega_{gp}t + (U + \omega_{gp})\delta\alpha_1, \delta\gamma_1(0) \\ \delta\dot{\gamma}_2 + \omega\delta\gamma_1 = -\Delta\omega_p\gamma_1 + \delta(k_1V)\cos\varphi\sin\omega_{gp}t + (U + \omega_{gp})\delta\alpha_2, \delta\gamma_2(0) \\ \delta\gamma_3(t) = \delta\gamma_3(0), \end{cases} \quad (18)$$

где $\omega = \omega_p + \omega_{gp}$,

$\Delta\omega_p = \delta k_0 - \delta(k_1 + k_3)V \sin(\varphi) + \delta(k_2 + k_4)V^2 \sin^2(\varphi) - \delta k_2 V^2 0.5 \cos^2(\varphi)$
 - суммарная погрешность определения и нестабильности КМУ гироскопа при его калибровке.

Система уравнений (18) с учетом выражений (11) имеет следующее решение:

$$\begin{aligned} \delta\gamma_1(t) = & \delta\gamma_1(0)\cos\omega t + \delta\gamma_2(0)\sin\omega t + \Delta\omega_p[\gamma_2(0)\cos\omega t - \gamma_1(0)\sin\omega t] \cdot t + \\ & + \frac{1}{\omega_p}[\delta(k_1V)\cos\varphi + \Delta\omega_p \frac{k_1V \cos\varphi}{\omega_p}](\sin\omega_{ep}t - \sin\omega t) + \\ & + \Delta\omega_p \frac{k_1V \cos\varphi}{\omega_p} \cos\omega t \cdot t + \frac{U + \omega_{ep}}{\omega_p + \omega_{ep}}[\delta\alpha_2(1 - \cos\omega t) + \delta\alpha_1 \sin\omega t] + \\ & + \frac{\Delta\omega_p(U + \omega_{ep})}{(\omega_p + \omega_{ep})^2}[\alpha_2(\cos\omega t - 1) - \alpha_1 \sin\omega t + (\alpha_1 \cos\omega t + \alpha_2 \sin\omega t)\omega \cdot t], \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \delta\gamma_2(t) = & \delta\gamma_2(0)\cos\omega t - \delta\gamma_1(0)\sin\omega t - \Delta\omega_p[\gamma_1(0)\cos\omega t + \gamma_2(0)\sin\omega t] \cdot t + \\ & + \frac{1}{\omega_p}[\delta(k_1V)\cos\varphi + \Delta\omega_p \frac{k_1V \cos\varphi}{\omega_p}](\cos\omega_{ep}t - \cos\omega t) - \\ & - \Delta\omega_p \frac{k_1V \cos\varphi}{\omega_p} \sin\omega t \cdot t + \frac{U + \omega_{ep}}{\omega_p + \omega_{ep}}[\delta\alpha_1(\cos\omega t - 1) + \delta\alpha_2 \sin\omega t] + \\ & + \frac{\Delta\omega_p(U + \omega_{ep})}{(\omega_p + \omega_{ep})^2}[\alpha_1(1 - \cos\omega t) - \alpha_2 \sin\omega t + (\alpha_2 \cos\omega t + \alpha_1 \sin\omega t)\omega \cdot t]. \end{aligned} \quad (20)$$

где

$\Delta\gamma_1(0), \Delta\gamma_2(0)$ - погрешность определения начальной ориентации вектора кинетического момента гироскопа в корпусных осях;

$\delta(k_1V)$ - погрешность определения коэффициента k_1V , характеризующего систематическую составляющую дрейфа;

$\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2$ - погрешности оценки «привязок» измерительных осей гироскопа к осям его корпуса.

С учетом (19) и (20) выражения для погрешностей прогноза в осях экваториальной системы координат запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_{\bullet}(t) = & \Delta\gamma_1(0)\cos\omega_p t + \Delta\gamma_2(0)\sin\omega_p t + \Delta\omega_p \frac{k_1V \cos\varphi}{\omega_p} \cos\omega_p t \cdot t - \\ & - \left[\frac{\delta(k_1V)\cos\varphi}{\omega_p} + \Delta\omega_p \frac{k_1V \cos\varphi}{\omega_p^2} \right] \sin\omega_p t + \\ & + \frac{U + \omega_{ep}}{\omega_p + \omega_{ep}}[\Delta\alpha_2(\cos\omega_{ep}t - \cos\omega_p t) + \Delta\alpha_1(\sin\omega_{ep}t + \sin\omega_p t)] + \\ & + \Delta\omega_p \frac{U + \omega_{ep}}{(\omega_p + \omega_{ep})^2}[(\alpha_2 \cos\omega_p t - \alpha_1 \sin\omega_p t) - (\alpha_2 \cos\omega_{ep}t + \alpha_1 \sin\omega_{ep}t) + \\ & + (\omega_p + \omega_{ep})(\alpha_1 \cos\omega_p t + \alpha_2 \sin\omega_p t) \cdot t], \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\rho_*(t) = & \Delta\gamma_2(0)\cos\omega_p t - \Delta\gamma_1(0)\sin\omega_p t - \Delta\omega_p \frac{k_1 V \cos\varphi}{\omega_p} \sin\omega_p t \cdot t + \\
 & + \left[\frac{\delta(k_1 V) \cos\varphi}{\omega_p} + \Delta\omega_p \frac{k_1 V \cos\varphi}{\omega_p^2} \right] (1 - \cos\omega_p t) + \\
 & + \frac{U + \omega_{gp}}{\omega_p + \omega_{gp}} [\Delta\alpha_2(\sin\omega_{gp} t + \sin\omega_p t) - \Delta\alpha_1(\cos\omega_{gp} t - \cos\omega_p t)] + \\
 & + \Delta\omega_p \frac{U + \omega_{gp}}{(\omega_p + \omega_{gp})^2} [\alpha_1(\cos\omega_{gp} t - \cos\omega_p t) - \alpha_2(\sin\omega_{gp} t + \sin\omega_p t) + \\
 & + (\omega_p + \omega_{gp})(\alpha_2 \cos\omega_p t - \alpha_1 \sin\omega_p t) \cdot t].
 \end{aligned} \tag{22}$$

Анализ выражений (21), (22) показывает, что погрешности $\Delta\rho_*$ (в плоскости меридиана места) и $\Delta\tau_*$ (в ортогональной плоскости) в прогнозировании движения ротора БЭСГ зависят от погрешности выставки вектора кинетического момента в ось Мира, от погрешностей определения КМУ и «привязок», а также от величин систематических составляющих дрейфа гироскопа и «привязок». Причем наряду с постоянными составляющими и гармоническими составляющими с периодами модуляционного и прецессионного движений гироскопа, погрешности прогноза содержат гармонические составляющие с периодом прецессионного движения, амплитуды которых растут со временем. При демпфировании собственных колебаний (например, за счет использования внешней информации о координатах места) эти члены исчезают. На рис.8 приведена кривая погрешности $\Delta\tau_*$ в прогнозировании движения ротора БЭСГ, полученная при стендовых испытаниях гироскопа с демпфированием его колебаний. Это позволяет гироприбору на основе БЭСГ с полярной ориентацией реализовать режим гирокомпасирования [15], обеспечивая стационарный характер погрешностей в построении оси Мира. При этом погрешности прогноза, обусловленные «привязками» α_i , могут быть уменьшены за счет увеличения скорости модуляционного вращения.

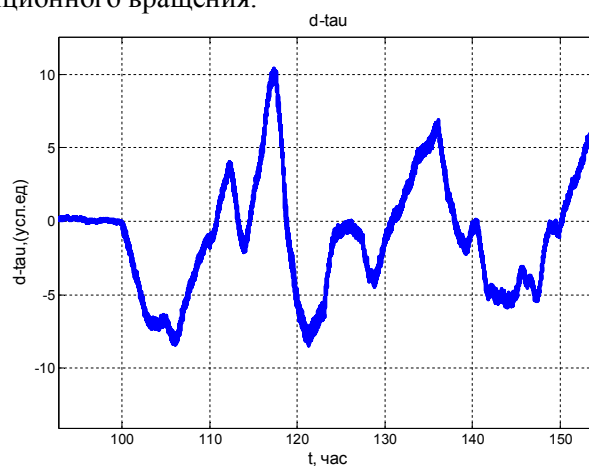


Рис.8. Погрешность $\Delta\tau_*$ (в условных ед.) в прогнозировании ухода полярного БЭСГ в плоскости, ортогональной плоскости меридиана места

Заметим, что для оценки погрешностей прогноза $\Delta\tau_*$ и $\Delta\rho_*$ при отсутствии модуляционного вращения в формулах (21), (22) следует принять $\omega_{вр} = 0$. При этом характер погрешностей в низкочастотной области не изменяется, однако существенно возрастает уровень погрешностей, обусловленных погрешностями калибровки и неустойчивости КМУ.

Выводы

1. Получены аналитические решения уравнений движения ротора бескарданного ЭСГ с полярной ориентацией при наличии и при отсутствии модуляционного вращения его корпуса. Показано их качественное и количественное соответствие экспериментальным данным.

2. Модуляционное вращение корпуса ЭСГ обеспечивает:

- наблюдаемость погрешностей ориентации измерительных осей гироскопа на фоне его дрейфа, обусловленного в частности осевым дисбалансом ротора, что приводит к существенному повышению точности калибровки коэффициентов модели погрешностей гироскопа;
- снижение уровня моментов от четных гармоник формы ротора, а также возмущений, не учитываемых в принятой расчетной модели дрейфов ЭСГ;
- «обнуление» моментов диссипативной природы;
- минимизацию влияния погрешностей калибровки и неустойчивости КМУ на уход гироскопа.

3. Привлечение внешней информации о координатах места позволяет демпфировать собственные колебания погрешностей бескарданного ЭСГ с полярной ориентацией, обеспечивая стационарный характер погрешностей в построении оси Мира. При этом возможно также уточнение некоторых наблюдаемых коэффициентов модели дрейфа гироскопа.

4. Полученные аналитические решения адекватно описывают движение БЭСГ с полярной ориентацией вектора кинетического момента при модуляционном вращении корпуса, позволяют оценить влияние модуляционного вращения на параметры движения и его эффективность.

5. При дальнейших исследованиях эффективности модуляционного вращения корпуса бескарданного ЭСГ с полярной ориентацией вектора кинетического момента целесообразно рассмотреть различные законы модуляционного вращения и провести анализ выбора значения периода модуляционного вращения с учетом реальных характеристик гироскопа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович С. М., Малгинский М. И., Окон И. М., Остроумов Я. Г. Автокомпенсация инструментальных погрешностей гиросистем. Л.: Судостроение, 1976.
2. Levinson E., Majure R. MARLIN – next generation marine inertial navigator. Symposium Gyro Technology. Stuttgart, 22-23 Sept., 1987.
3. Gusinsky V. Z., Lesyuchevsky V. M., Litmanovich Yu. A. Calibration and Alignment of Inertial Navigation Systems with Multivariate Error State Vector // 4th Saint-Petersburg International Conference on Integrated Systems. 26-28 May 1987. P. 371-378.
4. Гусинский В. З., Лесючевский В. М., Падерина Т. В. Автокомпенсация уходов ЭСГ в корабельных бескарданных инерциальных навигационных системах // Гироскопия и навигация. 1993. № 1. С. 7-13.
5. Вайсгант И. Б. Выбор скорости принудительного вращения платформы инерциальной навигационной системы // Гироскопия и навигация. 1999. № 4.

6. **Walsh Ed.** Navy and industry investigate new super-accurate optical gyros for possible use on ballistic missile submarines // Military & Aerospace Electronics. 2001.
7. **Barbour N., Schmidt G.** Inertial Sensor Technology Trends // IEEE Sensors Journal. 2001. Vol. 1. № 4. P. 332-339.
8. **Ringlein M. J., Barnett N. J., May M. B.** Next generation strategic submarine navigator // American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2000.
9. **Gyro** Indexing compensation method and system; Patent NO.: US 8,566,055 B1 2013.
10. **Wei G., Long X., Yu X.** Research on High Precision Rotating Inertial Navigation System with Ring Laser Gyroscope // 22th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. May, 2015. Saint-Petersburg, Russia.
11. **Буравлев А. П., Ландау Б. Е., Левин С. Л.** О модели дрейфа ЭСГ для БИНС // Судостроительная промышленность. 1992. № 30.
12. **Романенко С. Г., Гуревич С. С., Ландау Б. Е., Левин С. Л.** Движение бескарданного электростатического гироскопа под действием консервативных и неконсервативных сил // Гироскопия и навигация. 1996. № 3 (14). С. 7-13.
13. **Ландау Б. Е., Гуревич С. С., Емельянец Г. И., Левин С. Л., Романенко С. Г., Одинцов Б. В.** Результаты калибровки электростатических гироскопов в бескарданной инерциальной системе ориентации // Материалы XV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Электроприбор, 2008. С. 122-129.
14. **Анучин О. Н., Емельянец Г. И.** Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. СПб., 1999.
15. **Емельянец Г. И., Медведков А. А.** О построении алгоритмов работы бескарданного гирогоризонткомпаса на ЭСГ // Научно-технический вестник ИТМО. 2014. № 5 (93). С. 147-158.

Romanenko S. G., Emelyantsev G. I., Landau B. E., Levin S. L., Medvedkov A. A.
(Concern CSRI Elektroprigor, JSC)

Efficiency of the case modulation rotation of the gimballess electrostatic gyro in polar orientation // *Гироскопия и Навигация*. 2015. № 4 (91). P. 91-105.

Abstract. The paper describes a precision device on floating gyros measuring the spacecraft angular rate. The device is intended to be used within orientation and stabilization control system of various low dynamic space vehicles (communication, meteorological, research satellites). Some results of device ground verification and autonomous tests regarding estimation of major accuracy parameters of its measurement channels.

Key words: floating gyro, angular rate vector meter, two-speed measurement system, angular orientation, spacecraft

Материал поступил 22.05.15