

Г. ШОЛЬЦ, Г. Ф. ТРОММЕР

## МОДЕЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КВАДРОКОПТЕРАМИ С ПОВОРОТНЫМИ РОТОРАМИ

*Рассматривается квадрокоптер с поворотными роторами, который обеспечивает независимое управление по углам ориентации и скорости, что позволяет не прибегать к установке дополнительного оборудования, необходимого для наведения на желаемую точку устанавливаемых на квадрокоптер камер или лазерных дальномеров. Описаны работа системы и предложенный алгоритм управления на основе метода нелинейной обратной динамики, функционально расширенного за счет псевдоуправления методом хеджирования, что снижает влияния динамики актуатора на контур управления. Предложенный метод внедрен в алгоритм управления, влияние которого на качество работы системы продемонстрировано результатами моделирования.*

**Ключевые слова:** квадрокоптер, поворотный ротор, микролетательные аппараты

### Введение

В последние годы микролетательным аппаратам (МЛА), используемым для поддержки аварийно-спасательных служб и мониторинга областей происшествий, уделяется значительное внимание. Такие объекты должны быть способны выполнять намеченные задания автономно и без помощи человека, в том числе и внутри помещений. Проблема их навигации как внутри помещений, так и под открытым небом сохраняет свою актуальность. При операциях внутри помещений часто используются квадрокоптеры, в силу своей способности зависать в воздухе, производить вертикальный взлет и посадку. Для выполнения ряда задач на квадрокоптер необходимо устанавливать дополнительное оборудование. Это в первую очередь датчики, передающие оператору дополнительные данные, например камеры или лазерные дальномеры, которые требуют максимально точного наведения, чтобы удерживать интересующую точку в фокусе. При использовании обычных квадрокоптеров, управление которыми осуществляется по скорости и углам ориентации, наведение реализуется за дополнительных приборов, что увеличивает общий вес системы. В квадрокоптере с поворотными роторами задача решается за счет устройства самого МЛА, расширяя область применения данного типа объектов. Способность поворачивать роторы позволяет

---

**Шольц** Георг. Научный сотрудник Института оптимизации систем, г. Карлсруэ.

**Троммер** Герт Ф. Доктор наук, профессор Института оптимизации систем, г. Карлсруэ

(Германия). Университет ИТМО (Россия). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Научный редактор перевода д.т.н. О. А. Степанов

независимо управлять ориентацией и скоростью, что влияет не только на наведение датчиков, но и на всю работу системы. В случае возмущения – например при сильном порыве ветра – квадрокоптер с поворотными роторами продолжит выполнение задачи, не меняя ориентации, скорости и высоты; скорость его реакции выше, чем у обычного квадрокоптера. Кроме того, квадрокоптер с поворотными роторами может приземляться на неровных поверхностях и даже на движущийся объект, например на наземный мобильный робот. В то же время, по сравнению с обычными квадрокоптерами, у рассматриваемых моделей появляется дополнительный вес, что сокращает время работы и усложняет конфигурацию аппаратуры.

Управления таким объектом предлагается осуществлять по методу нелинейной обратной динамики (НОД) в комбинации с псевдоуправлением по методу хеджирования (Pseudo Control Hedging – PCH), что в целом повышает качество работы контроллера.

### **Аналогичные исследования**

За последние несколько лет квадрокоптеры начали применяться в разных областях техники. Их механическое конструирование и программный дизайн представляют собой важную область исследований и разработок. Поскольку квадрокоптеры представляют собой неустойчивые системы, возникла необходимость в разработке алгоритмов управления, поддерживающих МЛА в воздухе. Примеры управления обычными квадрокоптерами приведены в [1, 2, 11, 12, 14]. В [2] и [12] описывается базовая система управления квадрокоптером. В [14] и [1] представлены более совершенные алгоритмы: в [14] рассмотрен гибридный метод управления, где линейный контроллер совмещен с дискретным автоматом, а в [1] – управление на основе прогнозирующих моделей. В [11] представлена концепция моделирования квадрокоптеров и управления ими по методу бэкстеппинга (backstepping).

Используя результаты [1] и [11], М. Ryll занялся разработкой новой конструкции квадрокоптеров с поворотными роторами, которым посвящены его работы 2012 г. [15] и 2013 г. [16]. Аналогичная конфигурация системы представлена А. Nemati в 2014 г. [13], однако он использует линейный контроллер. Метод управления, предложенный М. Ryll, близок к методу НОД, описанному в данной статье, а также в работах [4] и [5], [6], [3], где обсуждается его применение для управления самолетами или их моделями.

### **Аппаратная конфигурация квадрокоптера**

Базовая конфигурация квадрокоптера представляет собой четыре кронштейна, расположенных в форме знака + (плюс). На каждом из них смонтирован исполнительный электродвигатель, который обеспечивает наклон двигателя вращения – мощного бесколлекторного двигателя, создающего необходимое усилие для тяги с помощью прикрепленных роторов. Роторы выполнены из пластика, армированного углеволокном. В центре квадрокоптера находятся контроллеры двигателя, батареи и навигационно-вычислительная панель. На рис. 1 показана реально используемая аппаратная конфигурация. На конце каждого кронштейна размещено электрическое исполнительное устройство для поворота роторов.



Рис. 1. Реально построенный квадрокоптер с поворотными роторами

Двигатели вращения могут поворачиваться вокруг каждого кронштейна на угол наклона  $\sigma_i$ . Индекс  $i$  обозначает кронштейн, на котором установлен двигатель; для переднего кронштейна  $i=1$ . Остальные кронштейны определены следующим образом:  $i=2\dots 4$  по часовой стрелке при взгляде сверху вниз. Каждый двигатель создает подъемную силу  $F_i$  и момент  $M_i$ .

### Системы координат

Для навигационных расчетов используется навигационная система координат (СК) (обозначается  $n$  или  $ned$ ), начало которой расположено в центре тяжести объекта. Первая и вторая оси определяют плоскость, параллельную поверхности Земли. Первая ось направлена на Север, вторая – на Восток, третья, дополняющая правостороннюю СК, – вниз.

Корпусная СК (обозначается  $b$ ) связана с самим объектом. Первая ось корпусной СК соосна переднему кронштейну квадрокоптера, вторая – правому кронштейну (при взгляде сверху), третья направлена вниз. Начало СК также определяется центром тяжести объекта.

Поскольку роторы квадрокоптера могут наклоняться, существует еще одна корпусная СК. Так получается четыре разные СК, которые называются роторными (используется обозначение  $r$ ), поскольку связаны с роторами и берут начало в точке пересечения оси, вокруг которой вращается каждый из них, и оси кронштейна. Первая ось соосна кронштейну, на котором установлен ротор. Вторая ось, проходящая параллельно плоскости ротора, дополняет правостороннюю систему координат, а третья направлена вниз вдоль оси вращения ротора, если он находится в вертикальном положении.

Вращение одной СК относительно другой можно описать с помощью матриц поворота  $C$ . Для поворота результирующей подъемной силы  $F_L$  от ротора из роторной СК в навигационную, используются матрицы  $C_r^b$  и  $C_b^n$ :

$$\begin{aligned}\vec{F}^n &= C_b^n \cdot C_r^b \cdot \vec{F}^r \\ &= C_b^n \cdot \vec{F}^b.\end{aligned}\tag{1}$$

Матрица  $C_b^n$  определяет поворот из корпусной СК (индекс  $b$ ) в навигационную (индекс  $n$ ). Все другие матрицы поворота  $C$  выводятся из данного определения.

### Модель системы

Опишем основные механические моменты и силы, действующие на систему, и их взаимосвязь.

#### 1. Сумма моментов

Общий момент  $M$  представляет собой сумму всех моментов в системе:

$$M_{total} = M_{gT} + M_t + M_a + M_{\Delta v} + M_{Go} + M_{Bo} + M_L. \quad (2)$$

Момент  $M_{gT}$  возникает вследствие угловой скорости наклона  $\dot{\sigma}_i$  исполнительных электродвигателей:

$$\vec{M}_{gT}^b = \sum_{i=1}^4 -C_{r_i}^b \cdot \left( J_r^i \vec{\omega}_{r_i b}^{r_i} \times \dot{\sigma}_{r_i b}^{r_i} \right), \quad (3)$$

где  $J_r$  – матрица инерции ротора. Переменная  $\omega$  описывает скорость поворота между СК, обозначенными вторым и первым нижними индексами, в координатах СК, обозначенной верхним индексом. Производная по времени обозначается  $\dot{\omega}$ . Момент  $M_t$  возникает вследствие тяги роторов и равен

$$\vec{M}_t^b = \sum_{i=1}^4 \vec{l}_{r_i}^b \times \vec{f}_{ir_i}^b = \sum_{i=1}^4 \vec{l}_{r_i}^b \times C_{r_i}^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -f_z^{r_i} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $l$  – длина бокового кронштейна, на котором смонтирован двигатель. Сила  $f_z^{r_i}$  создается одним двигателем вращения в роторной СК (индекс  $r$ ). Аэродинамические силы, напр. результирующая сила лобового сопротивления в результате подъемной силы, суммируются и учитываются в моменте  $M_a$ :

$$\vec{M}_a = \lambda_c l \sum_{i=1}^4 C_{r_i}^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_z^{r_i} \end{bmatrix} \cdot (-1)^i, \quad (5)$$

где  $\lambda_c$  – коэффициент для расчета результирующего момента при данной тяге. Момент  $M_{\Delta v}$  описывает влияние изменений угловой скорости на результирующий момент от вращающихся роторов:

$$\vec{M}_{\Delta v}^b = C_{r_i}^b \cdot \vec{M}_{\Delta v}^{r_i} = C_{r_i}^b \cdot J_r \frac{\partial \vec{\omega}_{r_i}^{r_i}}{\partial t}. \quad (6)$$

В соответствии с уравнением (6), влияние инерции роторов также должно быть учтено:

$$\vec{M}_{Go}^b = \vec{\omega}_{eb}^b \times C_{r_i}^b \cdot J_r \vec{\omega}_{rb}^{r_i}. \quad (7)$$

Инерция квадрокоптера учитывается в моменте  $M_{Bo}$ :

$$\vec{M}_{Bo}^b = \vec{\omega}_{ib}^b \times J_q^b \vec{\omega}_{ib}^b, \quad (8)$$

где  $J_q$  – матрица инерции квадрокоптера.

Перечисленные составляющие общего момента вызваны самим МЛА и его динамикой. Внешние влияния в расчет не принимаются. Момент  $M_L$  описывает наведенный момент относительно нагрузки. В данном случае нагрузки нет, поэтому им можно пренебречь.

## 2. Сумма сил

Силы, прилагаемые в системе, определяются следующим образом:

$$\vec{F}_{ib}^n = m \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} + k_{adf} \vec{v}_{ib}^n |\vec{v}_{ib}^n| + \sum_{i=1}^4 C_{r_i}^b \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -f_{actuator}^{r_i} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $m$  – масса системы,  $g$  – сила тяжести,  $k_{adf}$  – коэффициент аэродинамической силы лобовой тяги,  $\vec{v}_{ib}^n$  – скорость поворота из корпусной СК в инерциальную СК, выраженная в навигационных координатах,  $f_{actuator}^{r_i}$  – результирующая подъемная сила одного ротора.

## Навигация и наведение

Чтобы осуществлять управление квадрокоптером, необходим командный сигнал, а также данные о реакции квадрокоптера. В статье термин *наведение* связан с формированием командного сигнала, а термин *навигация* относится к оценке текущего положения и ориентации квадрокоптера.

### 1. Наведение

Управляющими воздействиями для квадрокоптеров являются значения ориентации, выраженные в углах Эйлера или в кватернионах, для избежания многозначности, а также заданная высота и скорость перемещения вниз. Для квадрокоптеров с поворотными роторами дополнительно задается скорость в северном и восточном направлениях (оси корпусной СК  $x$  и  $y$ ).

Система наведения должна обеспечить все эти команды для алгоритма управления. Первый реализованный метод состоит в использовании наведения на основе навигации по точкам маршрута. Реализация метода для обычного квадрокоптера обсуждается в [10]. В новом алгоритме наведения используются практически те же идеи, что и в обычном алгоритме: следование по траектории, представленной перечнем различных точек маршрута, ожидание в заданной точке в течение определенного времени, поворот вокруг оси рыскания и наведение корпусной оси  $x$  на желаемую точку в процессе следования по заданной траектории. Последняя задача может быть решена, только если выбранная точка находится на той же высоте, что и сам квадрокоптер. Новый шаг в разработке – это использование точки, которую можно наблюдать с разных углов на высоте. Квадрокоптер с поворотными роторами может навести корпусную ось  $x$  на желаемую точку, продолжая летать кругами вокруг нее, поднимаясь на все большую высоту.

Это один из возможных вариантов применения дополнительных степеней управления, свойственных квадрокоптеру с поворотными роторами в отличие

от обычных моделей. Чтобы выполнить задачу управления, требуется навигационное решение, которое описывает текущее положение и ориентацию квадрокоптера.

## 2. Навигация

В отличие от наведения и управления, навигация квадрокоптера с поворотными роторами практически не отличается от навигации обычных моделей. Базовая навигационная система с использованием фильтра Калмана описана в [10]. Фильтр Калмана используется для интегрирования входных сигналов от различных датчиков и обеспечения устойчивого во времени навигационного решения. Обычно осуществляется интегрирование измерений ГНСС и измерительного инерциального блока (ИИБ). Также используются дополнительные датчики. В [10] описано применение барометров для измерения высоты и магнитометров для оценки ориентации объекта.

Такая конфигурация аппаратуры позволяет сконструировать контроллер для обеспечения необходимых данных для двигателей вращения и исполнительных электродвигателей.

### Алгоритм управления

Используемый метод управления НОД основан на обращении модели системы, вычислительная нагрузка которого на аппаратуру не должна превышать допустимые параметры.

#### 1. Модель системы для контроллера

Модель системы, описанная в п. 2.3, слишком сложна – и необходимы ее упрощения, которые могут быть получены с помощью (2) и (9).

Основное влияние на динамику вращения оказывают моменты, вызванные тягой  $M_t$  в (4) и аэродинамическими силами  $M_a$  в (5). Результирующий момент  $M_{cTotal}$  должен соответствовать инерции системы для возможности управления МЛА и равен

$$\vec{M}_{cTotal}^b = J_q^b \dot{\vec{\omega}}_{ib}^b = \vec{M}_t^b + \vec{M}_a^b. \quad (10)$$

Преобразовав уравнение (10), получаем

$$\dot{\vec{\omega}}_{ib}^b = J_q^{b-1} \left( \sum_{i=1}^4 \vec{l}_{r_i}^b \times C_{r_i}^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_{z_i}^{r_i} \end{bmatrix} + \lambda_c C_{r_i}^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_{z_i}^{r_i} \end{bmatrix} \cdot (-1)^i \right). \quad (11)$$

Анализ сил в уравнении (9) дает следующую формулу результирующей управляющей силы  $F_{cTotal}$ :

$$\vec{F}_{cTotal}^n = m \cdot \ddot{\vec{p}}_{ib}^n = \vec{F}_g^n + \vec{F}_L^n. \quad (12)$$

Преобразовав уравнение (12), получим выражение для ускорения  $\ddot{\vec{p}}_{ib}^n = \vec{a}_{ib}^n$  в навигационных координатах:

$$\ddot{\vec{p}}_{ib}^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} + \frac{1}{m} C_b^n \sum_{i=1}^4 C_{r_i}^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -f_{z_i}^{r_i} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

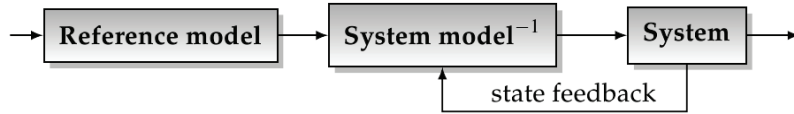


Рис. 2. Базовая стратегия управления по методу НОД.  
 Эталонная модель, системная модель<sup>-1</sup>, система, обратная связь по состоянию

## 2. Нелинейная обратная динамика

Метод НОД относится к управлению по модели и был разработан для систем с нелинейной динамикой. Его основная идея состоит в обращении модели системы для оценивания входного сигнала, необходимого для получения желаемого отклика системы. Применение метода НОД обеспечивает формирование системы с линейным входом/выходом. Такой перестроенной системой можно управлять с помощью обычных методов теории линейного управления. Чтобы удерживать модель системы максимально близко к состоянию реальной системы, используется обратная связь по состоянию. Базовая схема контроллера приведена на рис. 2.

### 2.1 Базовая теория управления

Рассмотрим нелинейную систему с множественными входными и выходными сигналами. Пространство состояний представлено следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}} &= \vec{f}(\vec{x}) + \vec{G}(\vec{x}) \cdot \vec{u}, \\ \vec{y} &= \vec{h}(\vec{x}). \end{aligned} \quad (14)$$

Вход системы  $\vec{u}$  определяется скоростью вращения четырех роторов и углом наклона каждого ротора  $\sigma_1 \dots \sigma_4$ . Скорость вращения приводит к образованию подъемной силы по (1), (9) и момента по (6). Угол наклона также влияет на результирующие силы и момент в соответствии с (3), (4), (5), (6), (7) и (9). Вектор состояния  $\vec{x}$  включает параметры, определяющие ориентацию  $(\Phi, \Theta, \Psi)$ , скорость  $(\vec{v}_{ned})$ , скорость вращения  $(\vec{\omega})$  и положение  $(\vec{p}_{ned})$  МЛА, где  $\vec{v}_{ned}$  – скорость объекта, измеренная в навигационной системе координат. Выходной вектор  $\vec{y}$  равен  $\vec{y} = [\vec{p}_{ned}, \vec{v}_{ned}, \Phi, \Theta, \Psi]$ .

Дальнейшее описание дано для системы с одним входом и одним выходом, которую можно легко преобразовать в систему с множественными входами и выходами для упрощения уравнений.  $\vec{f}$ ,  $\vec{G}$  и  $\vec{h}$  – векторные поля нелинейных функций, они становятся однозначными функциями для системы с одним входом и одним выходом.

К сожалению, модели большинства нелинейных систем инвертировать весьма непросто. Иными словами, для обращения модели системы требуется взятие производной Ли. В соответствии с [8],

$$\begin{aligned}
\dot{y} &= \frac{dy}{dt} = \frac{d\mathbf{h}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \\
&= \frac{d\mathbf{h}}{dx} (f(x) + g(x) \cdot u) \\
&= L_f \mathbf{h}(\vec{x}) + L_g \mathbf{h}(\vec{x}) \cdot u.
\end{aligned} \tag{15}$$

Степень производной, при которой входной сигнал  $u$  независим от соответствующей производной отклика системы  $y$ , называется относительной степенью  $r$ . Если порядок системы соответствует относительной степени  $r$ , вектор  $\vec{z}$  определяется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^0 \mathbf{h}(\vec{x}) \\ L_f^1 \mathbf{h}(\vec{x}) \\ \vdots \\ L_f^{r-1} \mathbf{h}(\vec{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix}. \tag{16}$$

Уравнение (16) содержит требование независимости входа  $u$ :

$$\dot{z}_r = b(z) + a(z) \cdot u. \tag{17}$$

Если порядок системы больше относительной степени  $r$ , остальные состояния также необходимо преобразовать.

Преобразование осуществляется по [4] и называется «нормальной формой Бирнес-Исидори»:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_r \\ z_{r+1} \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_r \\ \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_{n-r} \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Результирующий вектор  $z$  состоит из внешнего наблюдаемого состояния  $\xi$  и оставшейся ненаблюдаемой части  $\eta$ , которая не вызывает никаких проблем, если она устойчива, в соответствии с теорией устойчивости Ляпунова. Если же эта часть неустойчива, устойчивость всей системы доказать невозможно. Если  $r$ -тое дифференцирование выхода  $y$  определено как

$$y^{(r)} = v, \tag{19}$$

обратная связь по состоянию [4] равна

$$u = \alpha(\vec{x}) + \beta(\vec{x}) \cdot v. \tag{20}$$

Используя преобразование в (18), контур обратной связи по состоянию можно записать как

$$\begin{aligned}
y^{(r)} &= b(\vec{x}) + a(\vec{x}) \cdot u \\
&= b(\vec{x}) + a(\vec{x}) \cdot [\alpha(\vec{x}) + \beta(\vec{x}) \cdot v]
\end{aligned} \tag{21}$$

Чтобы обратить систему, нужно выбрать  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\begin{aligned}
\beta(\vec{x}) &= a^{-1}(\vec{x}), \\
\alpha(\vec{x}) &= -a^{-1}(\vec{x}) \cdot b(\vec{x}).
\end{aligned} \tag{22}$$

Чтобы осуществить это преобразование,  $\alpha(\vec{x})$  должно быть обратимо, что гарантируется определением относительной степени  $r$ . В соответствии с [3], вход  $u$  системы с множественными входами и выходами можно записать как



$$\vec{u} = A^{-1}(\vec{x}) \cdot \vec{v} - A^{-1}(\vec{x}) \cdot b(\vec{x}), \quad (23)$$

где  $A^{-1}$  – обратная матрица системы. Таким образом, матрица  $A$  должна быть квадратной. В случае квадрокоптера с поворотными роторами это требование не выполняется, т.к. количество степеней свободы системы – 6 – не соответствует количеству входных воздействий актуатора – 8. Так как матрица системы не является квадратной, обратную матрицу системы  $A^{-1}$  нужно заменить на псевдообратную матрицу  $A^{\dagger}(\vec{x})$ :

$$A^{\dagger}(\vec{x}) = A^T (AA^T)^{-1}. \quad (24)$$

Использование этой матрицы решает сразу две задачи: перерегулированная система трансформируется в систему с полным регулированием, и реализуется принцип минимизации энергии. Вычисление псевдообратной матрицы основано на применении проекционного оператора [7]. Его свойства можно пояснить с помощью определения ортогональной проекции.

Пусть дана  $n \times m$  матрица  $A = [a_1, a_2 \dots a_m]$ , состоящая из линейных независимых векторов-столбцов, тогда можно определить подпространство размерности  $m$ , используя линейные независимые векторы  $a_i$  в качестве базисных векторов.

$$Image\ A: \{y \in \mathbb{R}^n | \exists x \in \mathbb{R}^m, Ax = y\}. \quad (25)$$

Произвольный вектор  $z \in \mathbb{R}^n$  в  $n$ -мерном пространстве можно представить в виде суммы подвектора,  $z_s$ , лежащего в подпространстве  $\mathbb{R}^m$ , и ортогонального подвектора  $z_0 \in \mathbb{R}^{n-m}$ . С помощью матрицы преобразований (24) описывается проекция вектора из пространства  $\mathbb{R}^n$  в подпространство  $\mathbb{R}^m$ .

Допуская, что точная модель системы является входом для линеаризации входа/выхода, можно получить полностью развязанный псевдосигнал управления за счет использования эталонных моделей. Под термином «развязанный» понимается, что каждый псевдосигнал управления оказывает прямое воздействие на соответствующий выход  $y$ .

## 2.2 Эталонная модель

Учитывая, какие производные следует вычислять для получения динамики обратной системы, необходимо сформировать входной сигнал для этой обратной модели. Очевидно, выход системы  $y$  использовать нельзя, в данном случае требуется генератор входного сигнала. Такой генератор называется эталонной моделью и обеспечивает  $r$ -ю производную выходного сигнала  $y^{(r)}$  (см. рис. 2). В соответствии с [3, 5, 6], эталонная модель обеспечивает желаемую динамику. В ситуации, когда обращение модели системы идеально, функция преобразования Лапласа от входа к обращению к выходу системы равна  $F_{ideal}(s) = 1$ . Это означает, что динамика эталонной модели отображается на системной динамике, пока система следует динамике эталонной модели.

Когда мы имеем дело с реальной системой, динамика эталонной модели должна соответствовать следующим требованиям: быть хорошо известной, устойчивой, не быстрее динамики системы и обеспечивать обратной системе входные сигналы минимум до  $r$ -ой производной. Последний критерий позволяет разделить весь контур управления на контур каскадного управления, если систему можно «развязать» аналогичным образом. В соответствии с [3], каскадная система должна иметь наиболее быструю динамику во внутреннем контуре и наиболее медленную – во внешнем. Контур управления квадрокоптера с поворотными роторами требуется относительная степень  $r = 2$  для управления движением в северном и восточном направлениях. Для управления ориентацией и движением вниз требуется относительная степень  $r = 3$ .

### 2.3 Линейный контроллер ошибок и условия для внутренней динамики

Описанный контур управления требует наличия обратной связи для компенсации ошибок (error feedback), чтобы отслеживать эталонный сигнал. Поэтому выход  $y$ , который представляет вектор состояния  $\xi$ , сравнивается с эквивалентным состоянием эталонной модели. Результирующий сигнал ошибки подается на общий линейный контроллер, в результате чего псевдосигнал управления  $v_{lc}$  складывается с псевдосигналом управления из эталонной модели, чтобы получить основной псевдосигнал управления  $v = v_r + v_{lc}$ . Схема показана на рис. 3. Согласно уравнению (18), линейный контроллер учитывает только вектор состояния  $\xi$ , который является внешней частью общего вектора состояния  $z$ . Сигнал  $\xi$  сравнивается с соответствующими значениями  $\xi_r$  эталонной модели. Оставшаяся ненаблюдаемая часть  $\eta$  использована быть не может. Обе части вектора состояния  $z$  описывают нелинейные системы. Одно из требований применения метода НОД – устойчивость по Ляпунову внутренней динамики, описываемой вектором состояния  $\eta$  [3, 5, 6, 9]. Внешняя часть вектора  $\xi$  также определяет некоторую динамику, которой можно управлять с помощью общего линейного контроллера.

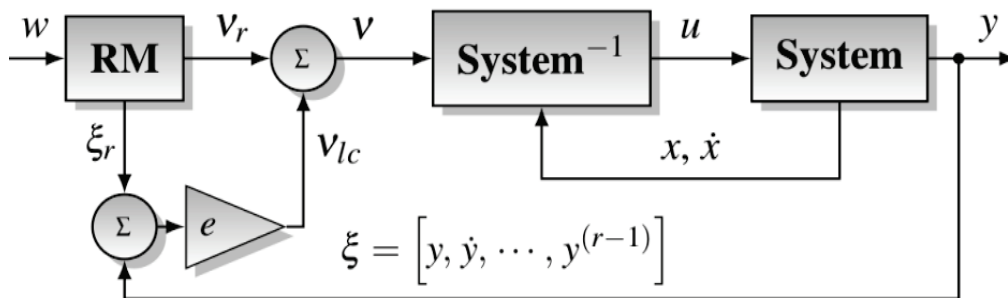


Рис. 3. Базовый контур управления с эталонной моделью и линейным контроллером ошибок: эталонная модель (RM), динамика модели обратной системы ( $System^{-1}$ ) и линейный контроллер ошибок (e).

Вход  $w$ , подаваемый на эталонную модель, является командным сигналом, сформированным системой наведения МЛА. Для квадрокоптера с поворотными роторами командными сигналами служат задаваемые ориентация и скорость.

### 3. Псевдоуправление методом хеджирования

Выше была представлена основная идея управления по методу НОД: обращение модели системы с целью формирования правильных входных сигналов для самой системы. В большинстве случаев управляемые системы содержат нелинейности, которые нельзя обратить или можно обратить ценой больших затрат, например, временные задержки и насыщение. Чтобы использовать НОД-управление при таких нелинейностях, применяется РСН.

Ключевая идея РСН, описанная в [3, 5, 6], заключается в том, чтобы разделить динамику системы: динамика основной системы моделируется и инвертируется в соответствии с предыдущими разделами, в то время как динамика актуатора, которая включает в себя необратимые нелинейности, отделяется от динамики системы. Такое разделение может быть сделано в любой нелинейной системе, в том числе и в квадрокоптере. В этом случае обратимая модель системы – это система с множественными массами, обладающие инерцией, аналогичной корпусу квадрокоптера. Необратимые нелинейности – насыщение или временная задержка – являются частью динамики актуатора, которая тоже присутствует в реальности. Чтобы управлять системой по методу НОД, необходимо моделировать динамику актуатора или измерять его выход. Бывший входной сигнал системы  $u$  теперь разделяется на входной сигнал управления  $u_c$ , оцененный входной сигнал  $\hat{u}$  и реальный входной сигнал  $u$ . Оцененный или измеренный входной сигнал  $\hat{u}$  подается в модель системы. Эта модель системы аналогична обратной модели системы, которая формирует входной командный сигнал  $u_c$ . В отличие от динамики обратной системы, динамика модели прямой системы комбинируется с нелинейной динамикой актуатора. Поэтому она отражает отклик реалистичной системы, а не совершенной или идеальной. Пользуясь такой моделью системы, можно получить оценку выхода  $\hat{y}$ . Это необходимо, т.к. необходимо учитывать оценку выходного сигнала динамики актуатора  $\hat{u}$ , который подается в модель системы. Важно обеспечить наличие соответствующих сигналов, которые можно сравнить с входным сигналом  $v$  динамики модели обратной системы. В силу знания модели системы выходной сигнал  $\hat{y}$  может выводиться несколько раз до получения  $r$ -той производной. Эта производная сравнима с псевдосигналом управления  $v$ , что приводит к появлению псевдосигнала хеджирования  $v_h$ . Этот сигнал подается в эталонную модель, чтобы оказывать влияние на динамику эталонной модели таким образом, чтобы задаваемая динамика соответствовала динамике системы:

$$\vec{v}_h = \vec{v} - \hat{\vec{v}}. \quad (26)$$

Так динамика актуатора исключается из контура управления, а управление оставшейся частью системы осуществляется по методу НОД. Также, относительная степень  $r$  не увеличивается, но модель системы более не обращается полностью. РСН, таким образом, удерживает внутреннюю ошибку закона управления на низком уровне, т.к. эталонная модель обеспечивает только команды по динамике, которые могут быть выполнены системой. Архитектура контура управления, включая РСН, показана на рис. 4. В эталонной модели сигнал хеджирования  $\hat{\vec{v}}$  используется для влияния на соответствующий вывод входного сигнала, что приводит к псевдосигналу управления  $v$ .

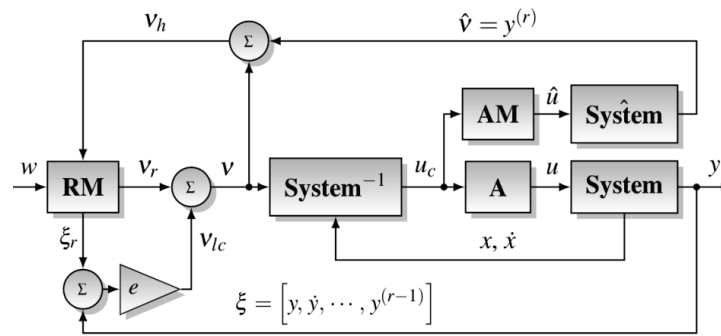


Рис. 4. Контур управления с рис. 3, расширенный по РСН: динамика актуатора (A), модель актуатора (AM) и модель прямой системы (System).

## Результаты

Результаты моделирования демонстрируют, что базовую стратегию управления можно использовать для управления квадрокоптером с поворотными роторами. Дальнейшие результаты доказывают повышение качества работы системы за счет применения РСН. Используемая модель системы представлена вектором состояния  $[\vec{p}_{ned}, \vec{v}_{ned}, \Phi, \Theta, \Psi, \vec{\omega}]$ , где  $[\Phi, \Theta, \Psi]$  определяет ориентацию, выраженную углами Эйлера,  $\vec{p}_{ned}$  - координаты  $-\vec{v}_{ned}$  скорость,  $\vec{\omega}$  - угловая скорость. Входной вектор  $\vec{u}$  определяется в соответствии с 3.2.1  $\vec{u} = [\omega_{r,1...4}, \sigma_{1...4}]$ , а выходной вектор  $\vec{y}$  равен  $\vec{y} = [\vec{p}_{ned}, \vec{v}_{ned}, \Phi, \Theta, \Psi]$ .

Среда моделирования и модель квадрокоптера основаны на реализованной аппаратной конфигурации. Поэтому модели двигателей вращения и исполнительный электродвигатель были идентифицированы и смоделированы. В контуре управления используется упрощенная модель системы, чтобы снизить нагрузку на встроенный компьютер в реальном квадрокоптере. Полученная среда моделирования позволяет проводить испытания контроллера и самой конфигурации, для обеспечения безопасности полета.

### 1. Результаты для базового алгоритма управления

На рис. 5 приведены результаты, демонстрирующие возможность применения базового алгоритма для управления ориентацией объекта. Колебания возникают из-за связанности работы системы: при изменении ориентации также меняется и скорость объекта, как показано на рис. 6, где задаются изменения скорости и высоты. Отклик системы достаточно устойчив, кроме нескольких точек в начале, которые возникают вследствие неустановившегося процесса инициализации. Реакции системы по всем параметрам (ориентация, скорость в горизонтальной плоскости и высота) демпфированы и замедлены. В момент начала (см. график) квадрокоптер стоит на земле, и происходит включение его систем. Этот процесс представлен в среде моделирования, чтобы максимально приблизить результаты к реальной работе системы. При инициализации происходит включение аппаратуры получения данных о местоположении. После инициализации спутникового приемника включается инерциальный измерительный блок, а значит, вся инерциальная навигационная система и фильтр Калмана. На этом этапе

оцениваются значения смещений нулей гироскопов и акселерометров, чтобы обеспечить навигационное решение с минимальным дрейфом.

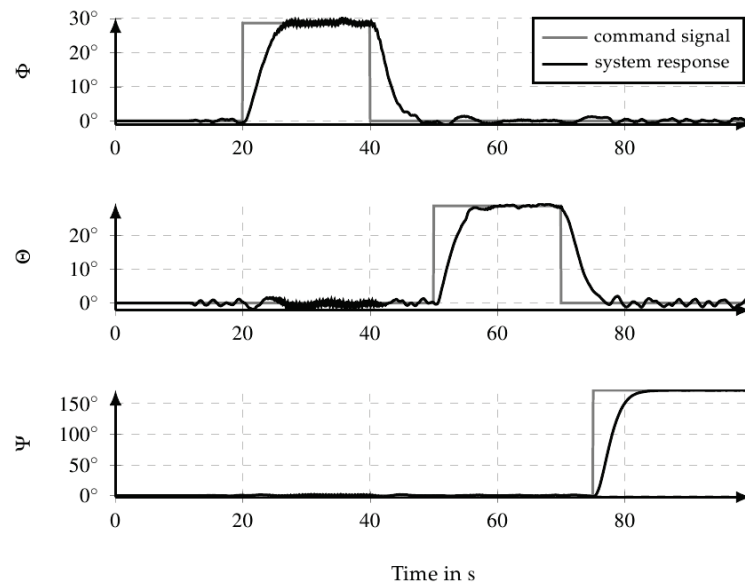


Рис. 5. Результаты моделирования базового алгоритма управления: управление параметрами ориентации. Система обрабатывает командный сигнал, но скорость движения достаточно низка.

командный сигнал /отклик системы

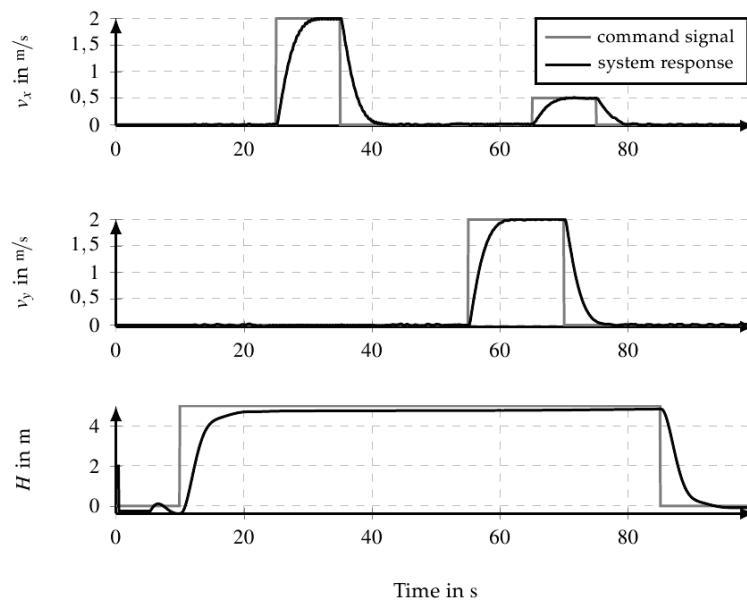


Рис. 6. Результаты моделирования базового алгоритма управления: управление параметрами скорости и высоты. Результаты и выводы практически соответствуют ситуации управления ориентацией: контроллер работает медленно, но устойчиво. Командный сигнал – это входной сигнал эталонной модели  $w = [v_x, v_y, H]$ .

Колебания в графиках и небольшие возмущения при нулевых углах ориентации вызваны механической установкой системы. Угол наклона  $\sigma$  имеет свободный ход, т.е. может меняться примерно на 1 градус. В среде моделирования он моделируется, значение угла  $\sigma$  выбирается в зависимости от расчета результирующего момента.

На рис. 5 и 6 продемонстрировано развязанное управление по ориентации и скорости.

## 2. Результаты для псевдоуправления методом хеджирования

Влияние РСН продемонстрировано результатами испытаний (рис. 7). Командный сигнал показан прерывистой линией, отклик системы при использовании базового алгоритма управления – серой линией, реакция системы при использовании РСН – черной. Применение РСН значительно ускоряет отклик системы.

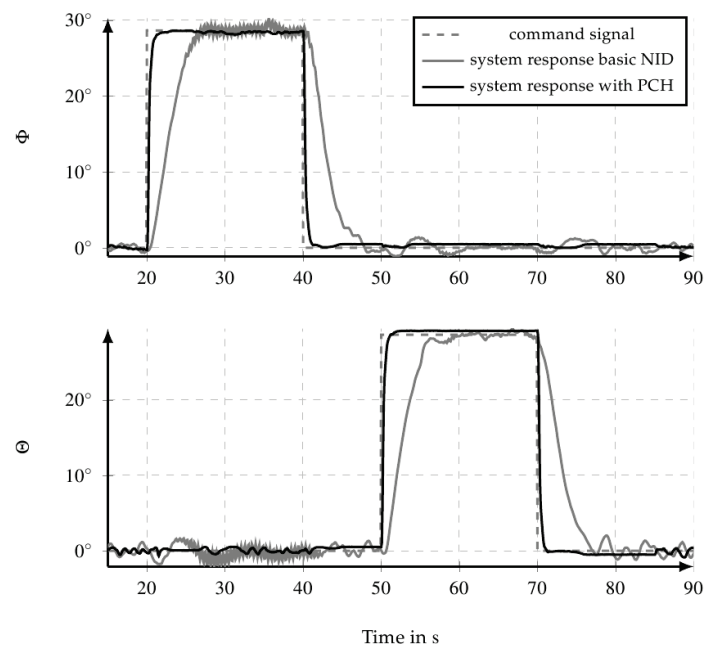


Рис. 7. Результаты моделирования: изменения крена и тангажа при использовании РСН в контуре управления. Улучшение качества работы системы проявляется в более быстром, но устойчивом отклике системы на скачок командного сигнала. Командный сигнал  $w = [\Phi, \Theta]$  подается из системы наведения в эталонную модель.

## Выводы

Квадрокоптеры с поворотными роторами – это новый подход к их построению. Предложен алгоритм управления, который основан на ранее существующем методе и адаптирован для управления данным типом квадрокоптеров. Главная проблема – управление такой перерегулированной системой – была успешно решена. Метод расширения базового алгоритма управления за счет применения псевдоуправления методом хеджирования

(Pseudo control hedging) обеспечивает улучшение работы, что продемонстрировано результатами моделирования.

Показано, что квадрокоптер с предложенным алгоритмом управления, способен маневрировать в ситуациях, где требуется развязанное управление по ориентации и скорости, и при этом гарантируется безопасность полета. В статье представлены новые возможности применения квадрокоптеров в сложных ситуациях, связанных с поддержкой работы аварийно-спасательных служб.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **K. Alexis, G. Nikolakopoulos, and A. Tzes.** Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies. *Control Theory Applications, IET*, 6(12):1812–1827, Aug 2012.
2. **S. Bouabdallah and R. Siegwart.** Full control of a quadrotor. In *Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on*, pp. 153–158, Oct 2007.
3. **F. Holzapfel.** Nichtlineare adaptive Regelung eines unbemannten Fluggerätes. PhD thesis, Technische Universität München, 2004.
4. **A. Isidori.** *Nonlinear Control Systems*. Springer Verlag, Third edition, 1995.
5. **E. N. Johnson.** Limited Authority Adaptive Flight Control. PhD thesis, Georgia Institute of Technology, 2000.
6. **N. Kim.** Improved Methods in Neural Network-based Adaptive Output Feedback Control, with Applications to Flight Control. PhD thesis, Georgia Institute of Technology, 2003.
7. **J. E. Gentle.** Matrix transformations and factorizations. In *Matrix Algebra, Springer Texts in Statistics*, pp. 173–200. Springer New York, 2007.
8. **I. Kolar, P. W. Michor, and J. Slovák.** *Natural operations in differential geometry*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1993.
9. **T. Kruiger.** Zur Anwendung neuronaler Netzwerke in adaptiven Flugregelungssystemen. Dissertation, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2012.
10. **O. Meister, R. Moenikes, J. Wendel, N. Frietsch, C. Schlaile, and G. F. Trommer.** Development of a Gps/Ins/Mag navigation system and waypoint navigator for a VTOL UAV. vol. 6561, pp. 65611D–65611D–10, 2007.
11. **M. Mohd Basri, A. Husain, and K. Danapalasingam.** Enhanced backstepping controller design with application to autonomous quadrotor unmanned aerial vehicle. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, pp. 1–27, 2014.
12. **A. Nagaty, S. Saeedi, C. Thibault, M. Seto, and H. Li.** Control and navigation framework for quadrotor helicopters. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 70(1-4):1–12, 2013.
13. **A. Nemati and M. Kumar.** Modeling and control of a single axis tilting quadcopter. 2014 American Control Conference, pp. 3077–3082, June 2014.
14. **M. Orsag and S. Bogdan.** Hybrid control of quadrotor. In *Control and Automation, 2009. MED '09. 17th Mediterranean Conference on*, pp. 1239–1244, June 2009.
15. **M. Ryll, H. H. Büthoff, and P. R. Giodano.** Modeling and control of a quadrotor uav with tilting propellers // In *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on*, pp. 4606 – 4613. IEEE, May 2012.
16. **M. Ryll, H. H. Büthoff, and P. R. Giodano.** First flight tests for a quadrotor uav with tilting propellers // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2013.

**Scholz G.** (Institute of Systems Optimization (ITE), Karlsruhe; Institute of Technology (KIT), Germany), **Trommer G. F.** (Institute of Systems Optimization; Institute of Technology; ITMO University, St. Petersburg, Russia)  
Model Based Control of a Quadrotor with Tilttable Rotors // *Giroskopiya i Navigatsiya*. 2015. № 4 (91). P. 131-146.

**Abstract.** Micro Aerial Vehicles (MAV) with vertical takeoff and landing capabilities such as quadrotors are often used as sensor platforms. The carried equipment like cameras or LASER range finders has to be aligned to some point of interest. In this article a modified type of a quadrotor will be presented: a quadrotor with tilttable rotors

which in contrast to common quadrotors is able to perform independent velocity and attitude movements. This ability makes additional aligning equipment to move the payload redundant. After a system description, the used control algorithm based on Nonlinear Inverse Dynamics (NID) is explained. In this article an extension of this approach is presented. The pseudo control hedging method removes the influence of the actuator dynamics from the control loop. The extension and its integration into the control algorithm are explained and the influence on the quality of control is demonstrated by simulation results.

**Key words:** quadrotor, tiltable rotor, micro aerial vehicle

Материал поступил 20.02.15