

Н. В. МИХАЙЛОВ, Д. А. КОШАЕВ

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НАВИГАЦИИ ДЛЯ ГЕОСТАЦИОНАРНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ ЕГО ДИНАМИКИ И ЭПИЗОДИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ ОТ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВ

Предлагается решение задачи навигации геостационарного космического аппарата по измерениям навигационных спутников с применением нелинейных уравнений динамики, включающих такие возмущающие факторы, как несферичность гравитационного поля Земли, притяжение Луны и Солнца, прямое солнечное давление. Решение, в котором применяется итерационный фильтр Калмана на основе UD-разложения, ориентировано на бортовую реализацию в условиях ограниченных вычислительных ресурсов. Полученные с помощью фильтра Калмана оценки текущих координат и составляющих скорости учитываются при интегрировании нелинейных уравнений движения космического аппарата до следующего момента решения. С использованием имитатора сигналов и реального приемника GPS подтверждена эффективность предложенного решения с точки зрения точностных требований к бортовой аппаратуре спутниковой навигации космического базирования при неточном знании коэффициента светового давления.

Ключевые слова: геостационарный космический аппарат, UD-разложение, итерационный фильтр Калмана, спутниковая навигация

Введение

В настоящее время в связи с расширением парка космических аппаратов, и в первую очередь спутников связи, для которых важным аспектом является стоимость оборудования, особенно острой является проблема создания сравнительно недорогого, но эффективного и независимого от информационной поддержки с Земли навигационного обеспечения. Один из путей решения этой проблемы – использование приемников спутниковых радионавигационных систем (СРНС).

Михайлов Николай Викторович, Кандидат физико-математических наук, директор ООО «Р-Нав», Университет ИТМО (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Кошаев Дмитрий Анатольевич. Доктор технических наук, ведущий научный сотрудник ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Статья по докладу на XXI С.-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам.

Значительная часть коммерческих спутников расположена на геостационарной орбите. Их называют стационарными искусственными спутниками Земли (СИСЗ). Решение навигационной задачи СИСЗ по измерениям спутниковых радионавигационных систем имеет ряд особенностей по сравнению с решением аналогичной задачи для наземного и околоземного потребителя. С одной стороны, здесь, как на любом космическом аппарате, должен использоваться технологически сложный и дорогостоящий радиационно-стойкий коррелятор. Альтернативой является применение программного коррелятора, разработка которого обходится намного дешевле, но для его реализации приходится жертвовать значительной частью вычислительных ресурсов, ущемляя, в том числе, ресурсы для решения навигационной задачи. Тем не менее второй подход в настоящее время получает широкое распространение в коммерческих проектах. Рассматривая задачу навигации СИСЗ, будем иметь в виду именно его. Такой подход предполагает, что алгоритмическое обеспечение навигационной задачи должно опираться на экономичные с вычислительной точки зрения методы обработки информации.

В работах [1, 2, 24] было показано, что характеристики приема сигналов СРНС (такие, как отношение сигнал/шум, величина доплеровского сдвига и условия радиовидимости) у низкоорбитальных спутников близки к характеристикам для наземного потребителя. Для СИСЗ эти характеристики существенно отличаются от характеристик наземного потребителя, а для спутников на эллиптической орбите они представляют собой совокупность характеристик СИСЗ и низкоорбитального спутника. Таким образом, анализ особенностей навигации СИСЗ может использоваться и в интересах высокоорбитных аппаратов, что является общепринятой практикой (см., например, [3], стр. 189).

Другая особенность навигации СИСЗ, не проявляющаяся у низкоорбитных аппаратов, связана с их неблагоприятным положением относительно навигационных спутников (НС). Действительно, высота геостационарной орбиты составляет порядка 36 тыс. км, что значительно превосходит высоту орбиты НС – 20 тыс. км. Из-за этого СИСЗ может принимать сигналы НС, находящихся только по другую сторону Земли (антенна приемника должна быть направлена в надир). Зона видимости НС для СИСЗ ограничена двумя основными факторами: шириной диаграммы направленности излучающей антенны (рассчитанной на наземных потребителей) и затенением Земли (рис. 1).

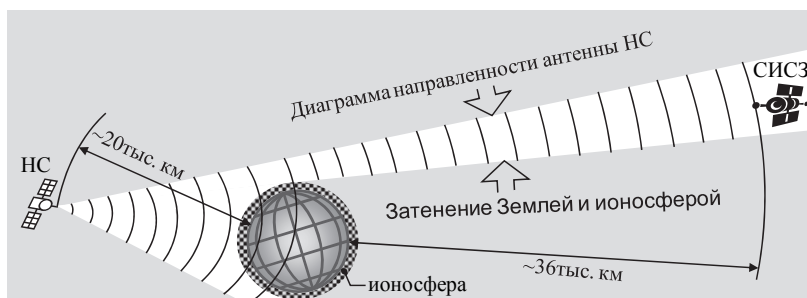


Рис. 1. Распространение сигналов от НС к СИСЗ

Следует также обратить внимание, что сигналы, проходящие вблизи поверхности Земли, деградируют под действием ионосферного слоя, причем в боль-

шей степени, чем для наземного потребителя. Так происходит из-за того, что сигналы от НС к СИСЗ проходя по касательной к поверхности Земли, преодолевают больший путь через ионосферу. Учет ионосферных ошибок в таких обстоятельствах затруднен. Для одночастотного потребителя, не имеющего возможности компенсировать ионосферную погрешность, может оказаться целесообразным не обрабатывать сигналы, проходящие слишком близко от Земли, где значительна концентрация электронов [11]. При этом доступными для решения навигационной задачи будут сигналы, не затененные Землей и ионосферой, что и показано на рис. 1.

В результате указанных ограничений зона видимости НС для геостационарного потребителя в полярных координатах представляет собой узкое кольцо. Ширина зоны видимости, т.е. диапазон углов восхождения видимых НС, составляет около 2° . Этот диапазон находится в районе 80° по шкале углов восхождения. Столь ограниченная зона видимости приводит к тому, что потребитель на СИСЗ располагает измерениями от очень малочисленного созвездия НС, которое почти никогда не бывает полным (4 или более НС). Но даже на тех коротких интервалах, когда для наблюдения доступны не менее 4 НС, их геометрический фактор очень велик (обычно несколько сот), что не позволяет получить независимое для данного момента навигационное решение с приемлемой точностью. Все-таки основная неприятность, с которой приходится сталкиваться при навигации СИСЗ, – это продолжительные (в несколько часов) интервалы, в течение которых вообще нет доступных НС.

В данных обстоятельствах решение навигационной задачи невозможно обеспечить без дополнительной информации о параметрах движения потребителя. В качестве источника такой информации может служить инерциальная навигационная система (ИНС), вырабатывающая показания координат и скорости объекта на основе измерений кажущегося ускорения и угловой скорости, полученных акселерометрами и гироскопами. При запуске ИНС предполагается использование приближенных начальных условий по координатам, составляющим скорости и углам ориентации. Благодаря тому, что ошибки ИНС растут достаточно плавно, появляется возможность оценить их, накопив достаточное количество разномоментных измерений от спутниковых систем. Оценки ошибок ИНС вводятся в качестве поправок в ее показания либо учитываются во внутренних алгоритмах ИНС, обеспечивая получение уточненного навигационного решения. Использование ИНС является универсальным средством восполнить скудость информации, поступающей от внешних по отношению к потребителю источников. При этом динамика потребителя может варьироваться в широких пределах. Важно только соблюдать допустимый для чувствительных элементов диапазон перегрузок и угловых скоростей. Несмотря на отмеченные положительные качества ИНС их использование на борту коммерческих СИСЗ не всегда приемлемо. Действительно, из-за сильно прореженной диаграммы поступления измерений в рассматриваемой задаче эффективной может быть только ИНС высокого класса точности, приобретение которой выливается в соответствующие финансовые затраты. Необходимость выполнения требований на радиационную стойкость также приводит к существенному удорожанию необходимого инерциального обеспечения.

Наиболее перспективный способ обойтись без применения дорогостоящей аппаратуры на борту СИСЗ видится в использовании уравнений динамики его движения. Такой подход представляется вполне приемлемым благодаря сравни-

тельно малому уровню неопределенности возмущений, действующих на СИСЗ, и наличие в настоящее время детально проработанной модели движения космических тел. Для большинства практических применений достаточен учет влияния следующих возмущений [3–8]:

- составляющих силы гравитационного притяжения Земли, обусловленных наличием полярного сжатия и аномалий геопотенциала и представляемых обычно в виде ряда по сферическим функциям с удержанием гармоник до четвертого-восьмого порядка;
- гравитационного притяжения Солнца и Луны, как точечных масс;
- прямого светового давления.

Вопрос об использовании модели динамики движения объекта при обработке избыточной информации в общем и применительно к задачам позиционирования или определения параметров орбит геостационарных или высокоорбитальных спутников в частности прорабатывается на протяжении длительного ряда лет [3, 8–13, 21]. Наиболее перспективен на данный момент подход, предполагающий стохастическое описание уравнений движения спутника и ориентированный на применение фильтра Калмана. Нетривиальность такого подхода заключается в необходимости адаптировать процедуру калмановской фильтрации к специфичным нелинейным уравнениям динамики и измерений.

Настоящая статья посвящена развитию метода определения координат и скорости СИСЗ по измерениям СРНС, предложенного в [14], где не принималось в расчет прямое световое давление. Приводится решение, предусматривающее априорную неопределенность коэффициента светового давления. Представлены результаты экспериментального исследования для различных вариантов учета светового давления.

Постановка задачи

Пусть трехмерные векторы r^{CRS} и v^{CRS} координат и составляющих скорости СИСЗ в геоцентрической инерциальной системе CRS (Celestial Reference System) определяются дифференциальными уравнениями вида [13, 15]:

$$\dot{r}^{\text{CRS}} = v^{\text{CRS}}, \quad \dot{v}^{\text{CRS}} = -GM_{\oplus} r^{\text{CRS}} / |r^{\text{CRS}}|^3 + F(r^{\text{CRS}}, v^{\text{CRS}}, t). \quad (1)$$

Здесь $GM_{\oplus}$ – произведение гравитационной постоянной на массу Земли; $F(\cdot)$ – возмущающее ускорение, которое главным образом связано с несферичностью гравитационного поля Земли, притяжением Луны, Солнца, давлением прямых солнечных лучей; t – время. Структура и параметры $F(\cdot)$ на практике могут носить приближенный характер. В рассматриваемой же постановке неопределенность $F(\cdot)$ порождена только отсутствием точного значения постоянного коэффициента отражения СИСЗ, влияющего на величину светового давления. Представляется удобным ввести в рассмотрение параметр $\mathbb{C}$, равный увеличенному на единицу коэффициенту отражения, поскольку именно такая величина определяет возмущающее ускорение из-за действия солнечного давления. Считаем, что для начального момента t_0 имеются априорные значения координат и скорости СИСЗ – $\tilde{r}_0, \tilde{v}_0$ и известны ковариационные матрицы их ошибок P_{r_0}, P_{v_0} .

Кроме того, полагаем известными априорную оценку $\tilde{\mathbb{C}}_0$ параметра влияния

солнечного света и дисперсию ее ошибки $\sigma_{\mathbb{C}_0}^2$. В указанных условиях (1) представляют собой стохастические уравнения.

Отнесем координаты СИЗ к антенне приемника сигналов GPS, установленного на его борту, и предположим, что в дискретные моменты времени с помощью этого приемника вырабатываются измерения псевдодальностей и псевдоскоростей. Количество навигационных спутников (НС), используемых для получения измерений, со временем меняется и может быть вообще нулевым, что преимущественно и имеет место для СИЗ. Моменты поступления измерений нерегулярны, но они могут отличаться от регулярных моментов $t_k = t_0 + k\Delta t$, $k = 1, 2, \dots$ (где $\Delta t > 0$ – постоянный параметр) лишь на величину δt_k^{GPS} , которая по модулю не превышает известного порога $\delta t_{\text{max}}^{\text{GPS}} \ll \Delta t$.

Существующие измерения псевдодальностей и псевдоскоростей представим в форме:

$$\begin{aligned} Z_{\mathcal{D}_k}^j &= D_k^j(r(t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}), t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}) + \mathfrak{Y}_k^j + \delta t_k + \zeta_{\mathcal{D}_k}^j, \\ Z_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j &= \dot{D}_k^j(r(t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}), v(t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}), t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}) + \delta f_k + \zeta_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j, \end{aligned} \quad (2)$$

где $j = \overline{1, n_k}$ – порядковый номер НС в текущем «рабочем» созвездии; n_k – число наблюдаемых НС; $D_k^j(\cdot)$, $\dot{D}_k^j(\cdot)$ – известные функции, передающие зависимость дальностей и радиальных скоростей соответствующего НС от времени измерений и относящихся к этому времени векторов положения r и скорости v антенны бортового приемника в системе WGS-84; δt_k , δf_k – погрешности генератора приемника в выработке времени и частоты; $\zeta_{\mathcal{D}_k}^j$, $\zeta_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j$ – векторы белозумных ошибок измерений; $\mathfrak{Y}_k^j$ – вектор коррелированных во времени ошибок, для которых приемлема стохастическая аппроксимация в виде стационарных марковских процессов первого порядка. Полагаем, что белозумные $\zeta_{\mathcal{D}_k}^j$, $\zeta_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j$ и коррелированные $\mathfrak{Y}_k^j$ ошибки независимы друг от друга и подчиняются центрированному гауссовому распределению вероятности. Причем статистические характеристики этих составляющих – дисперсии для $\zeta_{\mathcal{D}_k}^j$, $\zeta_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j$, дисперсии и интервалы корреляции для $\mathfrak{Y}_k^j$ – одинаковы для всех НС.

Время t в приведенных формулировках свяжем с системным временем GPS.

Ставится задача: опираясь на модель (1), оценить значения r, v для регулярных моментов времени $t_k = t_0 + k\Delta t$, $k = 1, 2, \dots$ по измерениям $Z_{\mathcal{P}_l}^j$, $\mathcal{P} = \mathcal{D}, \dot{\mathcal{D}}$, $l = \overline{1, k}$, $j = \overline{1, n_k}$ вида (2). Помимо оценок требуется определить еще и среднеквадратические ошибки (СКО) оценивания компонент векторов r и v .

Структура решения

Сразу отметим, что отсутствие априорной информации об ошибках генератора приемника δt_k , δf_k приводит к неинформативности единовременных из-

мерений от одного НС ($n_k = 1$). Поэтому обработке подвергаются не исходные (2), а разностные единовременные измерения от двух и более НС, в которых δt_k , δf_k исключаются. Разностные измерения формируются путем вычитания из измерений для одного (опорного) НС того же типа измерений для остальных (вспомогательных) НС. В результате при наличии в рабочем созвездии n_k спутников образуется $m_k = n_k - 1$ разностных измерений псевдодальностей и столько же измерений псевдоскоростей.

Основу алгоритма решения рассматриваемой задачи составляет итерационный фильтр Калмана (ФК) [16, 17], модель для которого кратко поясняется ниже. Необходимость выполнения итераций обусловлена существенно нелинейной зависимостью измеряемых параметров – дальностей и радиальных скоростей – от координат и скоростей СИЗ при значительной неопределенности последних. Вектор состояния, оцениваемый фильтром, включает векторы ошибок координат Δr , скорости Δv , параметр $\mathbb{C}$ влияния солнечного света на движение СИЗ, а также вектор коррелированных ошибок $\Delta \vartheta$ разностных измерений псевдодальностей. При этом с помощью стандартных соотношений калмановской фильтрации обрабатываются измерения, в которых дальности и радиальные скорости представляются в виде, линеаризованном относительно оценок векторов r и v , полученных на предыдущей итерации или, если это первая итерация, то относительно оценок прогноза r , v . В ковариационных соотношениях ФК на этапе прогноза используются уравнения динамики СИЗ (1), линеаризованные в точке, соответствующей оценкам координат и скорости на предыдущем шаге.

Оценки прогноза координат и скорости на момент k вычисляются путем интегрирования нелинейных уравнений типа (1), где в качестве начальных условий берутся относящиеся к моменту $k-1$ значения r , v , скорректированные с учетом выработанных фильтром оценок для Δr , Δv , и используется оценка параметра $\mathbb{C}$, полученная на момент $k-1$. Такая процедура обработки измерений аналогична схеме коррекции с обратной связью, которая применяется в интегрированных навигационных системах [18], где полученные с помощью фильтра оценки ошибок навигационной системы используются далее при интегрировании уравнений ее идеальной работы. Таким образом, входящие в вектор состояния Δr , Δv – это ошибки прогноза координат и скорости по измерениям, полученным на предшествующих шагах решения. В отличие от варианта, в котором уравнения (1) интегрируются от априорных начальных значений $\tilde{r}_0, \tilde{v}_0$, а ФК соответственно оценивает ошибки, порожденные неточностью этих значений, выбранный метод позволяет иметь дело с существенно меньшими ошибками координат и скорости. Малость ошибок позволяет более корректно выполнить линеаризацию, необходимую для применения ФК.

Еще одной особенностью используемого алгоритма является применение модификации ФК на основе UD -разложения [23]. В этой модификации вместо ковариационной матрицы ошибок оценок P вычисляются верхнетреугольная матрица U с единицами на диагонали и диагональная матрица D , такие что $P = UDU^T$. По сравнению с классическим вариантом ФК UD -модификация более устойчива к вычислительным ошибкам, что особенно актуально для рассматриваемой задачи, где приходится сталкиваться с плохой обусловленностью кова-

риационной матрицы P из-за редкого поступления измерений, а также малого количества и неблагоприятной геометрии расположения доступных для наблюдения НС.

Принципиальная схема решения задачи представлена на рис. 2.

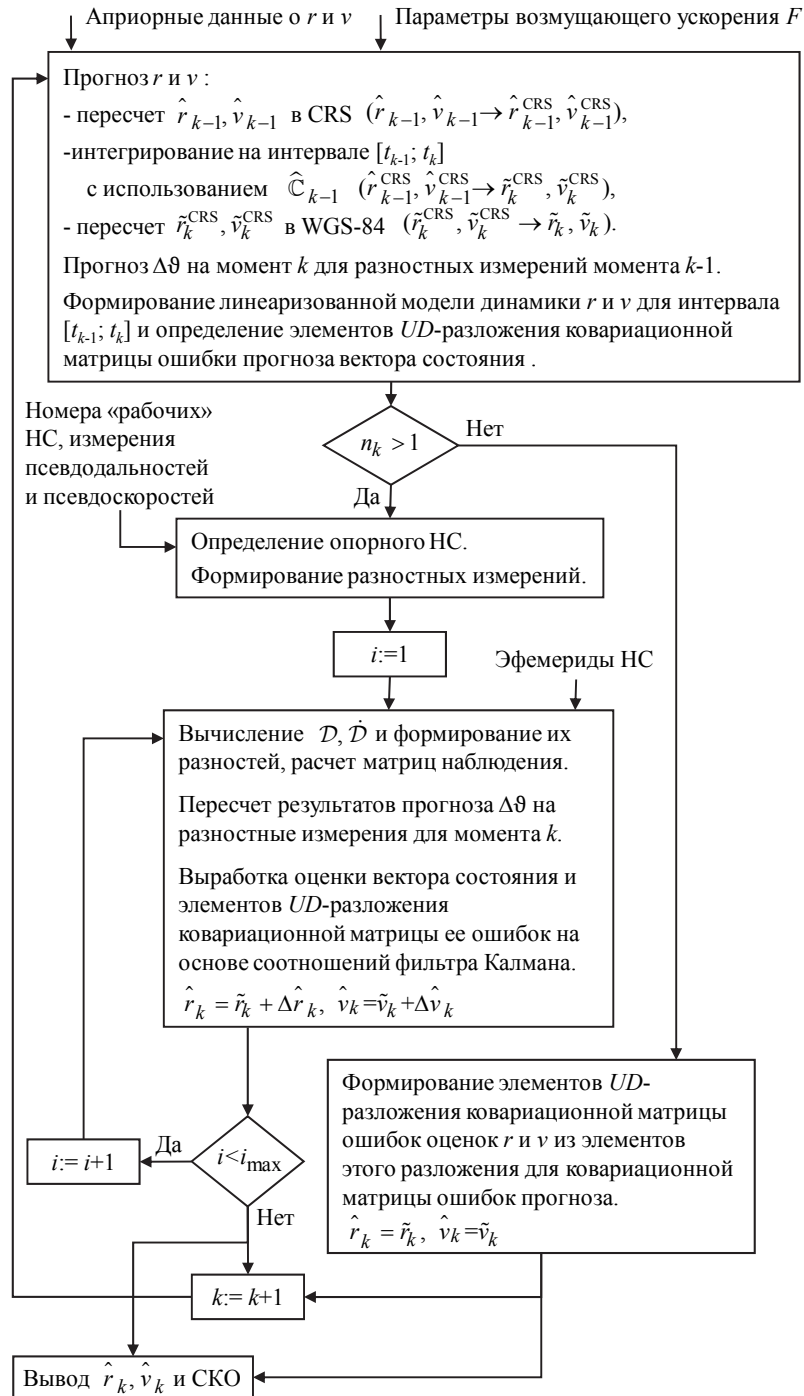


Рис. 2. Принципиальная схема решения задачи навигации СИСЗ

Указанный в верхнем блоке пересчет векторов координат и скорости СИСЗ из WGS-84 в CRS и обратный пересчет производятся согласно руководящим документам IERS – International Earth Rotation Service (см. например, [15]). Эти преобразования требуют формирования промежуточных результатов во вращающейся с Землей системе TRS – Terrestrial Reference System.

Как отмечалось, ФК в ходе нескольких итераций (i – номер итерации) по разностным измерениям оценивает вектор состояния $X_k = (\Delta r_k^T, \Delta v_k^T, \mathbb{C}, \Delta \vartheta_k^T)^T$, где Δr_k , Δv_k – ошибки оценок прогноза $\tilde{r}_k$, $\tilde{v}_k$. Оценки $\hat{r}_k$, $\hat{v}_k$, полученные с помощью ФК, после каждой итерации используются для уточнения $\tilde{r}_k$, $\tilde{v}_k$ и последующей линеаризации измеряемых дальностей $\mathcal{D}$ и радиальных скоростей $\dot{\mathcal{D}}$. В результате на последней итерации формируются финальные оценки $\hat{r}_k$, $\hat{v}_k$ и соответствующие значения СКО.

Если измерения отсутствуют, то оценкам $\hat{r}_k$, $\hat{v}_k$ и составляющим UD -разложения ковариационной матрицы их ошибок присваиваются значения, полученные на этапе прогноза.

Поясним также, что определение опорного НС, измерения которого участвуют в образовании всех разностных измерений, представляет собой отдельную подзадачу. Если бы помехи измерений носили исключительно белозумный характер либо в вектор состояния включались бы коррелированные помехи для исходных (не разностных) измерений, то в качестве опорного мог бы выступать любой НС. Результат был бы одинаковым. Однако наличие в векторе состояния разностей коррелированных ошибок $\Delta \vartheta$ требует внимания к выбору опорного НС. Этот выбор должен обеспечивать преимущество текущих разностных измерений по отношению к предшествующим, т.е. текущие разностные измерения должны сдерживать максимальное число независимых комбинаций из предшествующих разностных измерений. Благодаря правильному выбору опорного НС результаты для $\Delta \vartheta_{k-1}$ можно в полной мере учесть при оценивании $\Delta \vartheta_k$.

Поэтапное описание решения можно найти в [14, 24]. Ниже раскрываются только некоторые ключевые операции.

Вычисление возмущающего ускорения от прямого светового давления

Вычисление возмущающего ускорения F в CRS требуется при интегрировании уравнения (1). Составляющая F , связанная с действием прямого солнечного света, определяется как

$$F_{\odot} = -\kappa \nu \frac{s}{\mu} \mathbb{C} au^2 \frac{r_{\odot}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}}}{|r_{\odot}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}}|^3} [13, 15],$$

где $\kappa = 4,5605 \cdot 10^{-6}$ н/м² – поток импульса, действующего на СИСЗ, s – площадь поперечного сечения СИСЗ в м², μ – масса СИЗС в килограммах, au – астрономическая единица в метрах, $r_{\odot}^{\text{CRS}}$ – вектор координат Солнца в CRS, $\nu = A_{\bullet} / A_{\odot}$ – так называемая функция тени, $A_{\bullet}$ – площадь видимой на СИСЗ затененной части солнечного диска, $A_{\odot}$ – полная площадь видимого Солнца.

$$\alpha_{\oplus} = \arcsin(R_{\oplus}/|r^{\text{CRS}}|), \quad \alpha_{\text{Д}} = \arcsin(R_{\text{Д}}/|r_{\text{Д}}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}}|), \quad \alpha_{\odot} = \arcsin(R_{\odot}/|r_{\odot}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}}|),$$

$$\beta_{\oplus} = \arccos\left(-\frac{(r^{\text{CRS}})^T (r_{\odot}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}})}{|r^{\text{CRS}}| |r_{\odot}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}}|}\right), \quad \beta_{\text{Д}} = \arccos\left(\frac{(r_{\text{Д}}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}})^T (r_{\odot}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}})}{|r_{\text{Д}}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}}| |r_{\odot}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}}|}\right).$$

Здесь $R_{\oplus}$, $R_{\text{Д}}$, $R_{\odot}$ экваториальные радиусы Земли, Луны и Солнца. Введем также обозначения для площадей незатененных Солнца и Луны при наблюдении с СИСЗ $A_{\odot} = \pi\alpha_{\odot}^2$, $A_{\text{Д}} = \pi\alpha_{\text{Д}}^2$.

Процедура расчета функции тени включает проверку ряда условий, поэтому ее удобнее представить в виде схемы, как на рис. 4. Данная процедура вытекает из геометрических построений. Так, условия возникновения солнечного затмения на СИСЗ вытекают из рис. 3. В случае частичного затмения Землей или Луной возможны два варианта, которые приводят к различным формулам для определения незатененной площади солнечного диска $A_{\odot}$. Эти варианты представлены на рис. 5, где раскрывается смысл вспомогательных геометрических параметров γ_i , ϕ_i , A_i , $i = 1, 2$, δ , используемых при определении функции тени v .

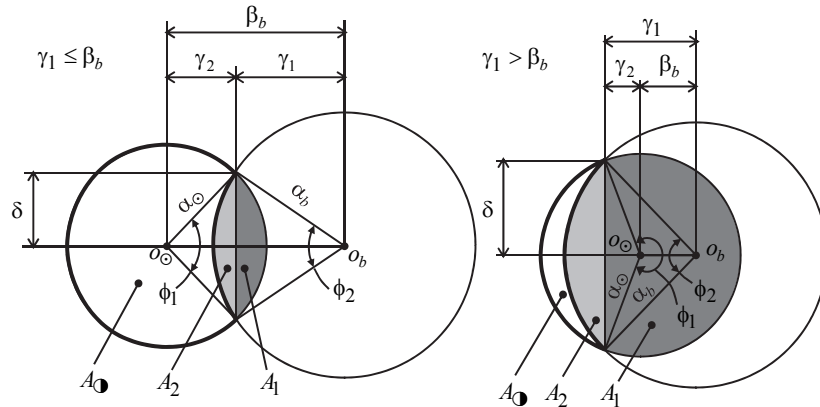


Рис. 5. Варианты частичного солнечного затмения со вспомогательными параметрами для расчета функции тени

Значение v позволяет окончательно определить возмущающее ускорение $F_{\odot}$, вызванное давлением солнечного света.

Формирование матриц линеаризованной непрерывной модели динамики вектора состояния

Модель вектора состояния имеет вид $\dot{X} = AX + Bw$ и формируется для интервала $[t_{k-1}; t_k]$. Здесь под w понимается вектор белых шумов с единичной матрицей интенсивностей. Эта модель используется в ковариационных соотношениях ФК. Сами же оценки координат и скорости, как уже отмечалось, определяются на основе нелинейных уравнений (1) с применением оценки параметра $\mathbb{C}$ на момент $k-1$. В части ошибок координат и скорости линеаризованная мо-

дель динамики выводится из уравнений (1) путем вариации переменных r и v . В части остальных компонент вектора состояния ($\mathbb{C}$ и $\Delta\mathfrak{g}$) модель динамики исходно линейная: $\dot{\mathbb{C}} = 0$, а компоненты $\Delta\mathfrak{g}$ представляются в виде марковских стационарных процессов 1-го порядка.

Размерность вектора состояния X , а следовательно, и размерность матриц A , B , зависят от числа компонент вектора $\Delta\mathfrak{g}_{k-1}$, т.е. $m_{k-1} = n_{k-1} - 1$. Сами эти матрицы определяются как

$$A = \begin{pmatrix} \bar{A}^{\text{WGS}} & \text{O} \\ \text{O} & A_{\mathfrak{g}} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \text{O} \\ B_{\mathfrak{g}} \end{pmatrix},$$

где

$$\bar{A}^{\text{WGS}} = (G_{\text{CRS}}^{\text{WGS}})^{-1} (-\dot{G}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} + \bar{A}^{\text{CRS}} G_{\text{CRS}}^{\text{WGS}}),$$

$$G_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} = \begin{pmatrix} C_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} & \text{O} & \text{O} \\ \bar{C}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} & C_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} & \text{O} \\ \text{O} & \text{O} & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{A}^{\text{CRS}} = \begin{pmatrix} \text{O} & E & \text{O} \\ GM_{\oplus} \frac{3r^{\text{CRS}}(r^{\text{CRS}})^T - |r^{\text{CRS}}|^2 E}{|r^{\text{CRS}}|^5} + \frac{dF}{dr^{\text{CRS}}} & \text{O} & -\kappa v \frac{s}{\mu} au^2 \frac{r_{\odot}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}}}{|r_{\odot}^{\text{CRS}} - r^{\text{CRS}}|^3} \\ \text{O} & \text{O} & 0 \end{pmatrix},$$

$C_{\text{CRS}}^{\text{WGS}}$ – матрица преобразования из CRS в WGS-84, $A_{\mathfrak{g}}$, $B_{\mathfrak{g}}$ – матрицы, описывающие свойства разностей $\Delta\mathfrak{g}$ коррелированных помех псевдодальностей.

Матрица наблюдения определяется путем дифференцирования по r и v дальностей и радиальных скоростей НС относительно СИСЗ. При этом используются значения производных в точке, соответствующей оценкам r и v на предыдущей итерации или оценкам прогноза r , v (для первой итерации).

Результаты тестирования метода определения координат СИСЗ

В целях апробации разработанного алгоритма были проведены эксперименты с использованием реализаций кодовых и доплеровских одночастотных измерений, полученных для СИСЗ с помощью имитатора сигналов GPS и одночастотного приемника DualStar фирмы MStarSemiconductor. Решения выполнялись с дискретностью $\Delta t = 1$ с в камеральном режиме по измерениям, записанным на двухсуточном интервале с частотой 1 Гц. При формировании траектории СИСЗ, для которой производилась имитация измерений, учитывались три возмущающих фактора: несферичность гравитационного поля Земли, притяжение Луны и Солнца, давление прямого солнечного света. В измерениях не учитывались ионосферные и эфемеридные ошибки. В то же время «рабочими» считались только те НС, для которых выполнены три условия:

- отношение «сигн/шум» не ниже 32 дБГц;
- угол между линиями НС – СИСЗ и Н – центр Земли составляет не более $20,2^\circ$, что несколько меньше полуширины основного лепестка диаграммы направленности антенн у НС GPSBlockIIA для частоты L_1 [9] и у НС более новых типов – BlockIIR, BlockIIR(M), BlockIIF [19, 20];
- сигналы, направленные на СИСЗ, не проходят через слой ионосферы высотой до 1000 км.

Последнее условие связано с тем, что сигналы, проходящие вблизи поверхности Земли, деградируют под действием ионосферного слоя, причем в большей степени, чем для наземного потребителя. Так происходит из-за того, что сигналы от НС к СИСЗ, проходя по касательной к поверхности Земли, преодолевают больший путь через ионосферу. Учет ионосферных ошибок в таких обстоятельствах затруднен. Для одночастотного потребителя, не имеющего возможности компенсировать ионосферную погрешность, отказ от обработки сигналов, проходящих через зону значительной концентрации электронов [11], представляется оправданным.

Для того чтобы наглядно представить навигационную обстановку, складывающуюся на геостационарной орбите для проводимых экспериментов, на рис. 6 приведен график, на котором в сферических координатах показаны траектории видимых с СИСЗ «рабочих» НС, отображенных согласно трем указанным выше условиям, в течение суток. Здесь по дуге отложен азимут направления на НС, а в радиальном направлении – угол его восхождения относительно плоскости, проходящей через СИСЗ перпендикулярно направлению на центр Земли. Направление для угла восхождения в 90° здесь соответствует надиру. Из графика видно, что доступные для использования НС находятся в достаточно узком кольце, опоясывающем Землю (на графике это незатененная область). Отсюда очевидно, что геометрия расположения НС по отношению к СИСЗ является весьма неблагоприятной в силу скученности НС. Отметим также малое число одновременно наблюдаемых НС и кратковременность интервалов, на которых они доступны. На рис. 7 показана диаграмма суммарной продолжительности наблюдения за разным числом НС (от 2 до 5) на суточном интервале. Напомним, что измерения от единственного наблюдаемого НС не принимались в расчет – в обработку поступали разностные единовременные измерения от двух и более НС. Обращаем внимание, что полное или избыточ-

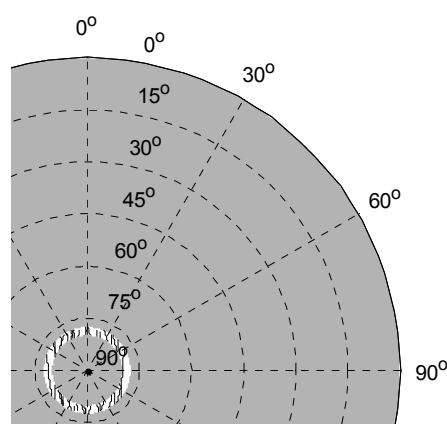


Рис. 6. Траектории НС GPS, наблюдаемых с СИСЗ на 24ч интервале.

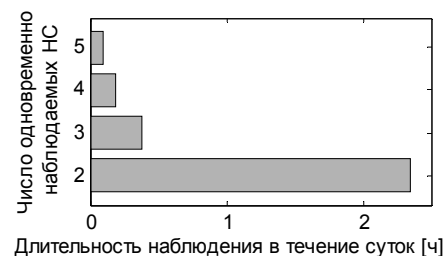


Рис. 7. Суммарное время наблюдения с СИСЗ за различными по числу НС созвездиями GPS на 24-часовом интервале

ное созвездие (4 или 5 НС) в общей сложности появляется лишь на 17 мин в течение суток с PDOP>200.

При проведении эксперимента в алгоритм решения закладывались следующие характеристики ошибок измерений: среднеквадратические значения белозумных помех псевдодальности $\sigma_D=2$ м и псевдоскорости $\sigma_{\dot{D}}=0,02$ м/с, среднеквадратическое значение коррелированных помех псевдодальности $\sigma_g=1,5$ м и их интервал корреляции $\tau_g=10$ мин. Эти характеристики основаны на результатах статистического анализа ошибок измерений используемого приемника.

Полученные в ходе решения оценки координат и составляющих скорости вычитались из эталонных значений, которые использовались при имитации сигналов GPS. Таким образом, формировались ошибки всех шести параметров: три компоненты вектора координат r и три компоненты составляющих скорости v . Они выводились в сопровождении утроенных значений СКО, рассчитываемых по ковариационным соотношениям ФК.

Как уже отмечалось, длительность решения составляла 48 ч. При этом СИСЗ располагался примерно на оси Y в системе координат WGS-84. Истинные значения координат и скорости были квазистационарными, т. е. аппарат на интервале решения не был полностью неподвижен относительно Земли. Так, на суточном интервале его смещение относительно первоначального положения по осям X , Y и Z достигало уровня 30, 10 и 2 км соответственно. Для определения границ сходимости алгоритма проводились решения для различных значений начальной неопределенности в координатах и скорости. Не претендуя на точное определение границ неопределенности, при которой обеспечиваются сходимость и приемлемая точность решения, приведем положительные результаты использования рассмотренного алгоритма при СКО начальных координат $\sigma_{r_0}=10$ км и скоростей $\sigma_{v_0}=10$ м/с. При моделировании траектории СИСЗ возмущение от светового давления рассчитывалось исходя из коэффициента светового давления $C=1,4$ и отношения площади сечения СИСЗ к его массе в $0,01$ м²/кг, что соответствует реальному спутнику связи. Неопределенность априорного знания C задавалась СКО $\sigma_{C_0}=0,1$. Обработка измерений выполнялась с применением двух итераций ФК. Получены результаты решений для 20 вариантов ошибок начальных условий и коэффициента отражения, сгенерированных случайным образом по гауссовскому закону для данных σ_{r_0} , σ_{v_0} и σ_{C_0} . Временная диаграмма числа используемых НС показана на рис. 8.

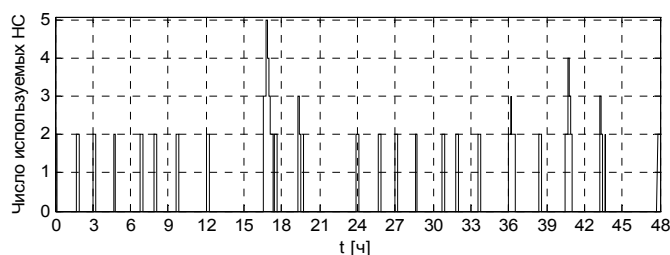


Рис. 8. Диаграмма наблюдаемых НС на интервале решения

На последующих рисунках сплошными линиями показаны реализации ошибок оценок параметров СИСЗ, а пунктирными линиями – утроенные значения расчетных СКО, вырабатываемых в ковариационном канале фильтра Калмана [22]. Сопоставляя графики ошибок с диаграммой наблюдаемых НС на рис. 8, нетрудно убедиться, что уточнение параметров СИСЗ связано с кратковременным появлением в зоне видимости новых НС.

Рис. 9 демонстрирует начальные 0-4- и 4-12-часовые интервалы, где особенно резко происходит уточнение, несмотря на то, что здесь эпизодически используются только два НС в течение интервалов, продолжительность которых составляет в среднем 15-20 мин при 1-2-часовых перерывах в поступлении измерений. К концу 12-часового интервала точность позиционирования составляет десятки метров. Дальнейшее уточнение, как видно из рис. 10, а, происходит медленнее. При этом зависимость текущих ошибок от их начальных значений ослабевает – все реализации ошибок стягиваются в плотный пучок. По прошествии 30 ч можно говорить о стабилизации точности: предельная ошибка по координатам приближенно оценивается 20 м, а по скорости – 1 мм/с. На рис. 10, б показаны ошибки оценки коэффициента светового давления $\mathbb{C}$ так-же в сопровождении утроенных

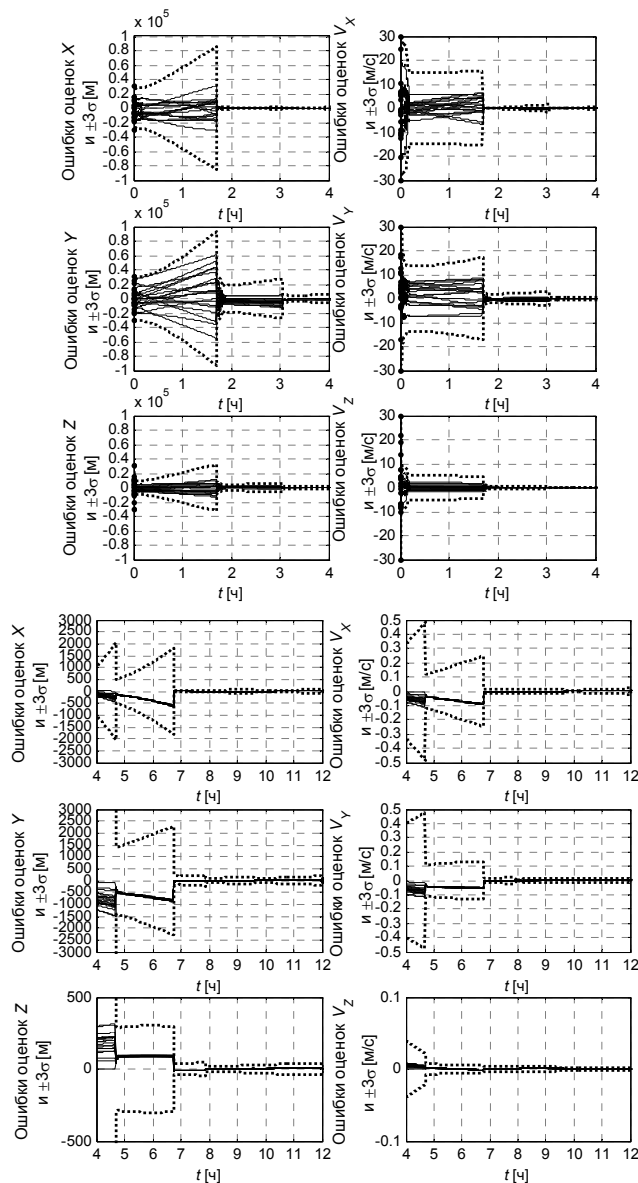
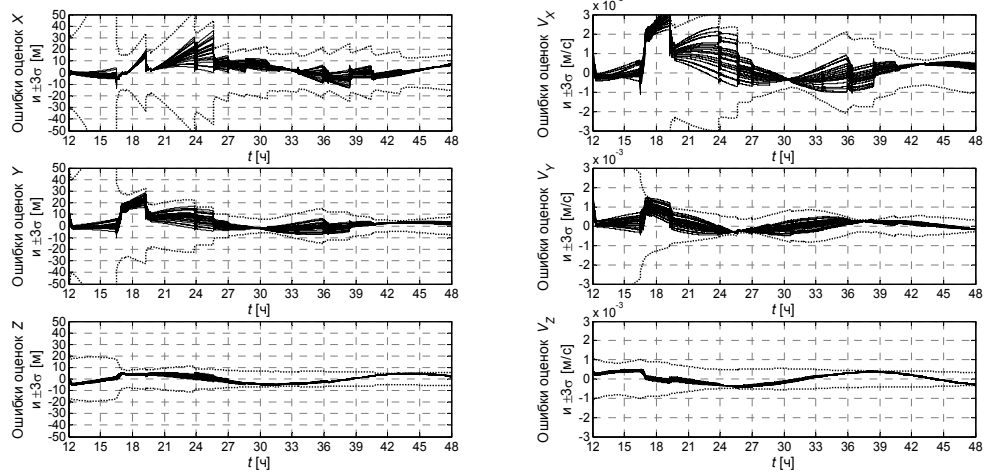


Рис. 9. Результаты оценивания координат и скорости СИСЗ на интервалах 0-4ч и 4-12ч от начала решения с уточнением коэффициента светового давления. Сплошные линии - реализации ошибок оценок параметров СИСЗ. Пунктирные линии - утроенные значения расчетных СКО

СКО. Интересно, что в течение первых суток коэффициент $\mathbb{C}$ практически не уточняется, но к концу двухсуточного интервала его ошибка сокращается до

0,01-0,02. Это объясняется тем, что на первых сутках ошибки координат и скоростей СИСЗ, порожденные неопределенностью начальных условий, еще слишком велики, чтобы заметить в них влияние неточного знания $\mathbb{C}$. Важно отметить соответствие рассчитанных в алгоритме значений СКО реальным ошибкам оцениваемых параметров на протяжении всего решения, т.е. можно говорить об адекватной оценке точности.

а)



б)

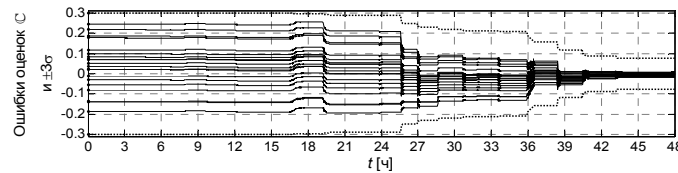


Рис. 10. Результаты оценивания координат и скорости СИСЗ на интервале 12-48 ч от начала решения с уточнением коэффициента светового давления (а) и результаты оценивания коэффициента светового давления (б)

Представляет интерес сопоставить рассмотренное выше решение, в котором коэффициент $\mathbb{C}$ оценивается наряду с координатами и скоростями СИСЗ, с упрощенными вариантами, когда $\mathbb{C}$ не входит в вектор состояния и не оценивается. При этом решения выполнялись для той же траектории движения СИСЗ и реализации измерений, тех же реализаций ошибок начальных условий СИСЗ и коэффициента $\mathbb{C}$, что и в первоначальном варианте.

Установлено, что без какого-либо учета влияния светового давления на интервале решения 12-48 ч ошибки по координатам достигают 250 м, а по скоростям – 0,015 м/с, что говорит о проигрыше этого варианта на порядок по сравнению с полноценным решением, где используется априорное значение $\mathbb{C}$ и

происходит его последовательное уточнение. Более того, здесь не приходится говорить о получении сколько-нибудь достоверной характеристики точности – расчетные значения СКО существенно меньше реального уровня ошибок.

На рис. 11 показаны результаты для случая использования априорного значения $\mathbb{C}$, имеющего, как и в первом варианте, СКО 0,1, но без его уточнения по ходу решения. Этот результат намного ближе к первоначальному варианту, чем второй. Однако и здесь уровень ошибок оказывается заметно – в 2-3 раза – выше того, что получается, если ввести коэффициент $\mathbb{C}$ в число оцениваемых параметров. Кроме того, тут заметная рассогласованность между расчетными значениями СКО и действительным уровнем ошибок оценок.

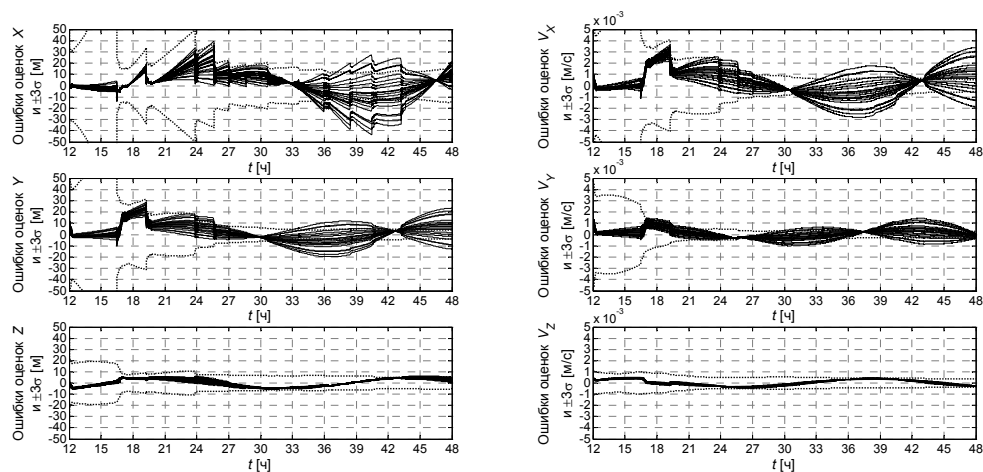


Рис. 11. Результаты оценивания координат и скорости СИЗ с априорным значением коэффициента светового давления без его уточнения

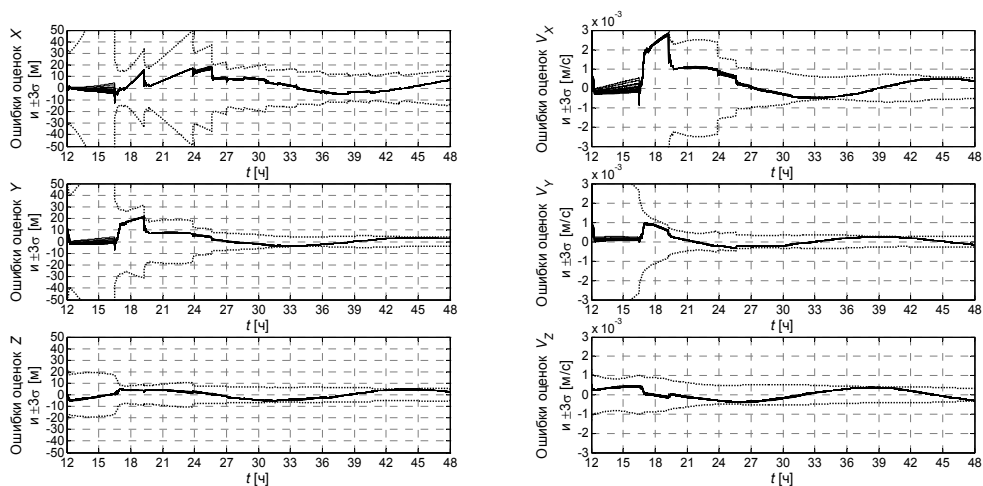


Рис. 12. Результаты оценивания координат и скорости СИЗ с точным значением коэффициента светового давления

Наконец, рис. 12 демонстрирует решение в идеальном с точки зрения информации о $\mathbb{C}$ случае, когда этот коэффициент известен абсолютно точно. Здесь к исходу двухсуточного интервала предельные ошибки по координатам снижаются до уровня 10 м, а по скоростям – до 0,5 мм/с, что не принципиально отличается от точности, которая достигается при оценивании коэффициента $\mathbb{C}$ за то же время.

Заключение

Результаты эксперимента, проведенного с использованием имитатора сигналов GPS и реального приемника, говорят о способности предложенного решения удовлетворять точностным требованиям к бортовой аппаратуре спутниковой навигации космического базирования. При этом решение не накладывает повышенных требований к вычислительным ресурсам. В то же время следует иметь в виду, что для реальных СИСЗ потребуется некоторая доработка метода решения – учет дополнительных возмущений в уравнениях динамики СИСЗ, уточнение модели влияния солнечного света на движение СИСЗ. При описании дополнительных возмущений нужно принять во внимание неточность знания их параметров, ошибки которых должны быть включены в вектор состояния. Помимо этого, в вектор состояния могут быть введены изменяющиеся стохастические составляющие возмущений. Важно подчеркнуть, что рассмотренный алгоритм открыт для уточнения используемых в нем моделей динамики СИСЗ и измерений. Алгоритм может быть применен и для работы с измерениями ГЛОНАСС.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Михайлов, Н.В.** Автономная навигация космических кораблей с использованием GPS / Н.В. Михайлов, В.Ф. Михайлов, М.В. Васильев // *Гирскопия и навигация*. - №1. - 2008. - С. 3-21.
2. **Михайлов, Н.В., Чистяков, В.В.** Приемники спутниковой навигации космического базирования: Архитектура и первичная обработка сигналов. - Воронеж: Научная книга, 2014. - 135 с.
3. **Махненко, Ю.Ю.** Экономически эффективные технологии навигации геостационарных спутников. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук.: М., 2008.
4. **Чернявский, Г. М., Бартенев, В. А.** Орбиты спутников связи. - М.: Связь, 1978.
5. **Бартенев, В.А., Малышев, В.А. Чернявский, Г.М.** Управление орбитой стационарного спутника. - М.: Машиностроение, 1984.
6. **Лебедев, А.А., Бартенев, В.А., Решетнев, М.Ф.** Управление и навигация ИСЗ на околокруговых орбитах. - М.: Машиностроение, 1988.
7. **Montenbruck, O., Gill E.** Satellite Orbits, Models, Methods and Applications, Springer Berlin Heidelberg. New York. 2000.
8. **Махненко, Ю. Ю.** Выбор модели движения для навигации геостационарного спутника // [Электронный журнал «Исследовано в России»] URL: <http://www.sci-journal.ru/articles/2008/092.pdf>
9. **Global Positioning System: Theory and Applications**, Parkinson, B.W., Spliker Jr, J. J., Eds., vol. I, II, 1996.
10. **Coulson, P. Srinivasan, B. J.** New Techniques for Orbit Determination of Geosynchronous, Geosynchronous-Transfer, and Other High-Altitude Earth Orbiters. BEACON eSpace at Jet Propulsion Laboratory. 1997. <http://hdl.handle.net/2014/22478>
11. **Васильев, М.В., Михайлов, Н.В., Михайлов, В.Ф.,** Автономное определение параметров орбиты искусственных спутников земли с использованием спутниковых радионавигационных систем // *Гирскопия и навигация*. - №4. - 2010. - С. 41-52.
12. **Ислентев, И.Е., Гречкосеев, А.К., Кокорин, В.И.** Описание изобретения к патенту RU 2325667 C1, МПК, G01S 5/12 (2006.01). Способ определения вектора состояния космического аппарата по сигналам космических навигационных систем / Патентообладатель ФГУП «На-

- учно-производственное объединение прикладной механики им. акад. М.Ф. Решетнева». Опубликовано 27.05.2008. Бюл. №15.
13. **Tapley, B.D., Schutz, B.E., Born, G.H.** Statistical Orbit Determination. Elsevier Academic Press, 2004.
 14. **Михайлов, Н.В., Михайлов, В.Ф.** Метод определения координат и скорости геостационарного космического аппарата по измерениям спутниковых навигационных систем // Успехи современной радиоэлектроники. - 2013. - С. 113-121.
 15. **Ху, G.**, Orbits. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
 16. **Дмитриев, С.П.** Высоточная морская навигация. СПб.: Судостроение, 1991. - 224 с.
 17. **Степанов, О.А.** Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. - 3-е изд. - СПб: ГИЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. - 368 с. 368 с.
 18. **Ривкин, С.С., Ивановский, Р.И., Костров, А.В.** Статистическая оптимизация навигационных систем. - Л.: Судостроение, 1976.
 19. **Bauer, F.H. et al.** The GPS Space Service Volume // Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006). PP. 2503-2514. Sept. 26-29, 2006.
 20. **Miller, J.J., Moreau, M. C.** Enabling a Fully Interoperable GNSS Space Service Volume. Presentations from 7th Meeting of the International Committee on Global Navigation Satellite Systems (ICG-7), Beijing, China, November 2012. <http://www.gps.gov/multimedia/presentations/2012/11/ICG/miller.pdf>.
 21. **Dmitriev, S.P., Stepanov, O.A., Pelevin, A.E.** Motion Control And Non-Invariant Algorithms Using The Vehicle Dynamics For Inertial-Satellite Integrated Navigation. Proceeding of 7-th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. Russia 29-31 May, 2000 Russia, St.Petersburg.
 22. **Степанов, О.А.** Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 2. Введение в теорию фильтрации. – СПб.: ГИЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2012. – 368 с. 416 С.
 23. **Brown, R.G., Hwang, P.Y.C.** Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering, 2nd ed., Wiley, New York, 1992.
 24. **Михайлов, Н.В.** Автономная навигация космических аппаратов при помощи спутниковых радионавигационных систем. - СПб.: Политехника, 2014. - 362 с.

Abstract. The paper offers solution to a problem of geostationary spacecraft navigation through navigation satellite signal measurements using nonlinear dynamic equations, which include such perturbing factors as non-sphericity of the gravitational field of the Earth, gravitational attraction of the Moon and the Sun, and direct solar radiation pressure. This solution uses the iterative Kalman filter based on UD-decomposition and is focused on the on-board implementation with limited computing resources. The estimates of current coordinates and velocity components obtained with the Kalman filter are taken into account when integrating nonlinear equations of a spacecraft motion up to the next solution time moment. In terms of accuracy requirements for the spaceborne satellite navigation receiver including the undetermined solar radiation pressure coefficient, the efficiency of the proposed solution was confirmed using the signal simulator and a GPS receiver.

Key words: autonomous spacecraft navigation, satellite radionavigation systems, stochastic filtering