

Я. И. БИНДЕР

**О ПОСТРОЕНИИ ГОРИЗОНТНОГО ТРЕХГРАННИКА
В ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ОРИЕНТАЦИИ,
ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ НАВИГАЦИОННОГО
СЧИСЛЕНИЯ**

**Ч. 1. ПРИНЦИП ГИРОСКОПИЧЕСКОГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ
С КОРРЕКТИРУЕМЫМ МАЯТНИКОМ.
СХЕМА РЕАЛИЗАЦИИ НА СВОБОДНОМ ГИРОСКОПЕ**

Статья посвящена построению географически ориентированного горизонтного трехгранника в целях определения координат места объекта методом навигационного счисления (НС). Показано, что для решения этой задачи в большинстве практически значимых случаев следует вместо инерциального использовать метод, названный автором ГОКМ (гироскопическое ориентирование с корректируемым маятником) и заключающийся в том, что ошибка счислимых координат, обусловленная построением плоскости горизонта по показаниям акселерометров, возмущенных путевыми ускорениями объекта, может быть безынерционно откорректирована по информации внешних измерителей скорости. Предложена схема практической реализации высокоточного НС с помощью трехгранника акселерометров и только одного бескарданного электростатического гироскопа, являющаяся одновременно и примером практической реализации, и прообразом класса одногироскопных систем ориентирования, предназначенных для поддержки навигационного счисления.

Ключевые слова: гироскопическое ориентирование, возмущаемость, навигационное счисление, кажущееся ускорение

Введение

Господствующий ныне подход к обработке информации инерциальных датчиков декларирует универсальность и оптимальность (по сути дела, императивность) применения основных принципов построения инерциальных навигационных систем (ИНС): двойного интегрирования показаний акселерометров и использования его результатов при расчете параметров ориентации инерциального трехгранника – для решения любых задач навигации и управления движением объекта. При этом обычно не принимается во внимание, что принципиальная схема ИНС изначально предложена в качестве автономного «...устройства для определения скорости и пути, пройденного объектом...» [1], и синтезирована как система автоматического управления, инвариантная к кон-

Биндер Яков Исаакович. Кандидат технических наук, главный конструктор по направлению–начальник НТЦ ТМС ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

кретному возмущающему воздействию – инерционному ускорению. Однако, как таковая, инерциальная навигация морских или земных (наземных, подземных) объектов, т.е. определение координат их места с помощью (преимущественно) ИНС востребована в крайне редких, хотя и чрезвычайно важных случаях, исключающих иные методы решения этой задачи. В подавляющем же большинстве применений в этих целях используют навигационное счисление на базе построенного теми же ИНС географического трёхгранника и/или определение места по данным космических аппаратов с той или иной степенью дискретности. На таких объектах обеспечено измерение абсолютной или относительной линейной скорости, что принципиально позволяет поставить задачу ее использования и для альтернативного «неинерциального» решения проблемы компенсации влияния погрешностей построения географического трёхгранника, обусловленных инерционными возмущениями, на точность счисляемых координат. Однако такой подход к обеспечению невозмущаемости в литературе, насколько известно автору, не рассматривался, на что было обращено внимание в работах [5, 6].

В статье делается попытка выхода за рамки «шулеровской» схемы преодоления возмущаемости, предлагается принцип гироскопического ориентирования с корректируемым маятником (ГОКМ), разрабатывается конкретная схема его практической реализации для осуществления высокоточного НС водоизмещающего морского объекта, анализируются пределы его применимости. Работа планируется автором, как первая из цикла, посвященного исследованию возможностей дальнейшего развития и применения предлагаемого подхода, в частности в целях построения систем автоматического управления движением.

Одноканальная схема («плоское маневрирование»)

Физический смысл предлагаемого наиболее естественно поясняется широко используемым при изложении основ инерциальной навигации примером простейшей системы с одноосными инерциальными чувствительными элементами (ЧЭ) – гироскопом (датчиком угловой скорости (ДУС)) и акселерометром (А), установленными на объекте (П), снабженном измерителем абсолютной или относительной скорости (Л), совершающем движение в вертикальной плоскости около линии горизонта (рис. 1). На практике подобная схема в известной мере адекватно отображает процессы съемки горизонтальных участков скважин и трубопроводов [10], однако при дальнейшем рассмотрении никаких ограничений на движение П вокруг центра масс объекта не накладывает.

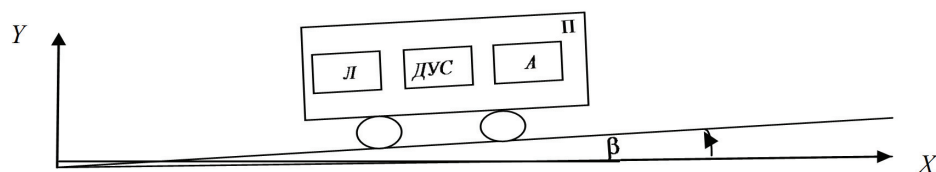


Рис. 1. Объект, совершающий плоское маневрирование в вертикальной плоскости

Алгоритм навигационного счисления (НС) применительно к рассматриваемой задаче имеет вид:

$$X - X_0 = \int_0^t V_{\text{л}} \cos \beta dt ; \quad (1)$$

$$Y - Y_0 = \int_0^t V_{\text{л}} \sin \beta dt , \quad (2)$$

а соответствующие уравнения ошибок счисления координат:

$$\Delta X = - \int_0^t V \Delta \beta \sin \beta dt + \int_0^t \Delta V_{\text{л}} \cos \beta dt ; \quad (3)$$

$$\Delta Y = \int_0^t V \Delta \beta \cos \beta dt + \int_0^t \Delta V_{\text{л}} \sin \beta dt , \quad (4)$$

где β – малый ($\sin \beta = \beta$, $\cos \beta = 1$) угол отклонения носителя от горизонта, $\Delta \beta$ – ошибка его определения; V – линейная скорость носителя по данным измерителя скорости, $\Delta V_{\text{л}}$ – его погрешность (при использовании относительного измерителя скорости – неучитываемая абсолютная скорость движения среды).

Анализируя (3) и (4), легко показать, что сделанное выше предположение о малости угла β совершенно необязательно, однако, имея в виду проводимое ниже рассмотрение задачи НС для трехмерного маневрирования (водоизмещающего морского судна), вряд ли целесообразно отвлекаться от сути дела для получения частного результата. Таким образом, пренебрегая членами, содержащими произведения погрешностей $\Delta \beta$, $\Delta V_{\text{л}}$, запишем для поперечной Y и продольной X составляющих ошибки НС, соответственно:

$$\Delta Y = \int_0^t V \Delta \beta dt \quad \text{или} \quad \Delta Y = \int_{\Delta B_0}^{\Delta B} V d\Delta B , \quad \text{где} \quad \Delta B_{II} = \int_0^t \Delta \beta dt ; \quad (5)$$

$$\Delta X = \int_0^t \Delta V_{\text{л}} dt . \quad (6)$$

Физический смысл выделения интеграла от погрешности горизонтирования в качестве объекта анализа очевиден: именно ΔB , как следует из (5), формирует поперечную составляющую ошибки, имеющую не только самостоятельное значение для задач типа «mapping» магистральных трубопроводов, но и вносящую серьезный вклад в суммарную, так называемую «круговую» ошибку НС. Соизмеримость поперечной и продольной составляющих ошибки НС определяется соотношением между $\Delta \beta$ и $\frac{\Delta V_{\text{л}}}{V}$. Если последняя величина для современных одометров [10] лежит в диапазоне 0,1–0,5%, то влиянием $\Delta \beta$ (за исключением случаев предъявления специальных требований к поперечной составляющей погрешности съемки) можно пренебречь только при ее ограничении в пределах 1–5 угл. мин. Соответственно, здесь имеет смысл заметить, что и для морского НС количественные соотношения между допустимыми величинами при использовании абсолютного лага [8] будут иметь тот же вид с точностью до множителя $\text{tg} \phi$ перед значением восточной ошибки горизонтирования в выражении для погрешности выработки угла курса.

Далее, не приводя общеизвестные [2] структурные схемы и выкладки, в соответствии с рис. 1 получим следующую систему уравнений для ошибок ИНС в построении вертикали и выработке скорости:

$$\begin{cases} R\Delta\dot{\beta} = -\Delta V_n + R\Delta\dot{\rho}_* - K_1(\Delta V_n - \Delta V_L) \\ \Delta\dot{V}_n = \Delta\beta \cdot g - K_2v(\Delta V_n - \Delta V_L), \end{cases} \quad (7)$$

где V_n – линейная скорость носителя, ΔV_n – погрешность ее определения «инерциальным» методом; g – ускорение свободного падения; R – радиус сферической модели Земли; $v^2 = \frac{g}{R}$ – квадрат частоты Шулера; K_2 – коэффициент демпфирования канала вертикали; K_1 – коэффициент коррекции скорости ($K_1 \neq 0$ при жестком демпфировании); $\Delta\dot{\rho}_*$ – скорость дрейфа инерциального направления, моделируемого гироскопом.

Уравнения (7) с точностью до обозначений и учета некоторых специфических видов погрешностей совпадают с приведенными в [4] для выставки вертикали ИНС по внешнему источнику скорости. Следует отметить, что получившее большую популярность в последние годы [7, 14] применение реально располагаемых микромеханических гироскопов (ММГ) с дрейфами в десятки и сотни град/ч превращает демпфирование вертикали от любого источника скорости в процесс непрерывной выставки. Даже в случае использования гироскопов с СКО, равной 6 град/ч, и немалой нормированной СКО измерения скорости 0,0066 град/ч [7], соотношение приведенных погрешностей (~900) очень велико и определяет большое значение собственной частоты демпфированной системы [3] и, соответственно, коэффициента $K_1 \gg 1$.

Разрешая (7) относительно (6), получаем:

$$\Delta B_{II} = \frac{(1 + 2\xi \frac{\omega_0}{p})\Delta\dot{\rho}_*R + (K_1 - 2\xi \frac{\omega_0}{p})\Delta V_n}{(p^2 + 2\xi\omega_0p + \omega_0^2)R} \quad (8)$$

где p – оператор дифференцирования; $K_2v = 2\xi\omega_0$; $(1 + K_1)v^2 = \omega_0^2$; ω_0, ξ – собственная частота и относительный коэффициент демпфирования ИНС.

Рассмотрим теперь вместо инерциального простейший из возможных для данного состава ЧЭ алгоритм горизонтирования, который можно назвать «матниковым». В условиях рассматриваемой задачи он сводится к элементарному: полагаем, что кажущееся ускорение всецело определяется гравитационной компонентой, полностью игнорируя инерционную

$$\beta_M = \frac{w}{g} \text{ или } \beta_M = \beta + \frac{\dot{V}}{g} + \frac{\Delta w}{g}, \quad (9)$$

где w – кажущееся ускорение, измеряемое акселерометром; Δw – его погрешность, влияние которой анализируется позже.

По аналогии с рассмотренным выше обозначим: $\Delta\beta_M = \frac{\dot{V}}{g}$, а

$$\Delta B_M = \int_0^t \Delta\beta_M dt, \quad (10)$$

из (5) получим

$$\Delta Y_M = \frac{V^2 - V_0^2}{2g}. \quad (11)$$

Здесь можно было бы обратить внимание, во-первых, на сам факт ограниченности погрешности (11) в такой «безгироскопной» схеме, а во-вторых – отметить уровень, на котором она ограничена (5 м при скорости объекта 20 уз), и признать промежуточный результат для многих практических нужд более чем удовлетворительным. Однако в нашем случае наличие на борту измерителя скорости определено самой постановкой задачи и, таким образом, ΔY_M приобретает смысл методической ошибки, которая легко компенсируется по схеме, приведенной на рис. 2. Обозначив остаточные погрешности после введения соответствующих поправок ΔB_{KM} и ΔY_{KM} , получим:

$$\Delta Y_{KM} = \frac{V \cdot \Delta V_L}{g}, \quad \Delta B_{KM} = \frac{\Delta V_L}{g} \quad (12)$$

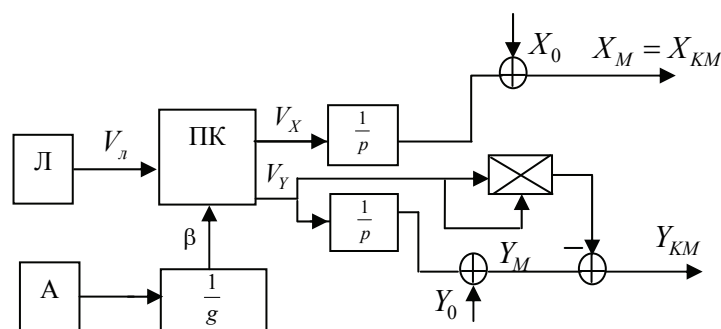


Рис. 2. Компенсация влияния инерционного ускорения в одноканальной схеме

Таким образом, при скорости объекта 5 м/с (10 уз) и погрешности ее измерения 0,5 м/с (1 уз) анализируемая составляющая ошибки НС при любом времени работы не превысит 0,25 м, а для таких задач, как, например, позиционирование дефектов при внутритрубной диагностике (ВТД), решение которых обеспечено точным измерением абсолютной скорости, будет определяться уровнем шума соответствующего измерителя, сводящим ΔY_{KM} к единицам сантиметров. Совершенно очевидно, что анализируемой компонентой ошибки НС можно пренебречь вообще, а тем более по сравнению с влиянием, например, той же погрешности Δw . Так, при использовании акселерометров весьма высокой точности ($10^{-4} g$) вносимая ими ошибка НС в условиях рассматриваемого численного примера превысит значение, вычисляемое в соответствии с (12), уже через 500 с движения (примерно таким же по отношению к погрешности типа сдвига нуля акселерометра будет влияние на НС ИНС с жестким демпфированием). Поэтому на вопрос, обеспечивает ли «маятниковый» алгоритм решение задачи НС, ответ следует однозначно положительный (пока, естественно, для «плоской» модели движения). В то же время не менее важен и следующий вопрос – «инерциальная» вертикаль для НС принципиально грубее «маятниковой» или различия не существенны для практики? Опыт реальных разработок ИНС подсказывает, что ошибки, характерные при использовании данных их блоков ориентации для НС, несопоставимы с исчезающе малыми величинами, свойствен-

ными предлагаемой схеме. Чтобы подтвердить такой интуитивный вывод, по возможности не прибегая к выкладкам, трудоемкость которых не оправдывается очевидностью ожидаемых результатов, рассмотрим результат сравнения ΔB_{KM} и ΔB_{II} в символическом изображении (12) и (8)

$$Z_{ИКМ} = \frac{\Delta \dot{\rho}_* + 2\xi\omega_0(\Delta \rho_* - \frac{\Delta V_{Л}}{pR})}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2} - \frac{\Delta V_{Л}}{g} \cdot \frac{p^2 + 2\xi\omega_0 p + v^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}. \quad (13)$$

Первое слагаемое в последнем выражении, очевидно, отражает структуру погрешности по ΔB_{II} , превалирующей в низкочастотном диапазоне и обеспечивающей основной вклад в накопление погрешности НС по данным демпфированной ИНС. Во втором слагаемом низкочастотная составляющая погрешности, обусловленная $\Delta V_{Л}$, практически обнулена ($v^2 \ll \omega_0^2$), что вполне соответствует представлению об идентичности ее влияния на ΔB_{II} и ΔB_{KM} . Можно при этом показать, что общие выводы о предпочтительности использования ГОКМ при построении ИНС на более точных (вплоть до прецизионных ($\omega_0 \approx v$)) гироскопах меняются мало. В высокочастотной ($\omega > \omega_0$) части спектра структура невязки с практически единичной передаточной функцией определяется уже ошибкой ГОКМ (12), исчисляемой вышеупомянутыми единицами сантиметров и не имеющей какого-либо практического значения.

Прежде чем перейти к рассмотрению общего (трехмерного) случая маневрирования объекта, будет уместным по результатам сравнительного анализа точности одноканального НС при использовании ИНС и безынерционного («безгироскопного») измерения углов ориентации объекта с помощью акселерометров и последующей компенсации в значении счислимой координаты интеграла от инерционного ускорения по информации того же измерителя скорости сформулировать предварительный вывод о нецелесообразности использования алгоритмов ИНС для решения этой задачи.

Трехмерное маневрирование

Анализ НС при трехмерном маневрировании объекта, хотя и базируется на некоем общем подходе, соответствующем вышеизложенному, в значительной степени определяется конкретной схемой реализации бесплатформенных инерциальных измерительных модулей (БИИМ) прежде всего количеством и типом (позиционные, ДУС) гироскопических ЧЭ. Отказ от рассмотрения кардановых гироскопов связан, разумеется, не с какими-то ограничениями, свойственными им по отношению к предмету анализа (скорее, наоборот, в этом случае все выглядело бы гораздо проще, но в отличие от представленного здесь результат не казался бы исчерпывающим и оставлял бы вопросы), а только с отсутствием практического смысла их реализации при имеющейся постановке задачи.

Формат и объем публикации не позволяют здесь рассмотреть все классы БИИМ, допускающие корректное и при этом эффективное в технико-экономическом аспекте решение задачи НС. По предварительной оценке, они заслуживают проведения самостоятельного анализа, результаты которого планируется опубликовать в последующих статьях, посвященных исследуемому типу систем ориентации, моделирующих географически ориентированный го-

ризонтный трехгранник. Кстати, что вполне соотносится с изложенным в первом разделе материалом – не обязательно гироскопических: погрешность магнитного курса $\Delta K^M = \Delta K_{\phi}^M + \frac{H_B}{H_{\Gamma}} \gamma$ (где $\Delta K_{\phi}^M, H_B, H_{\Gamma}$ – девиация компаса,

вертикальная и горизонтальная составляющие вектора напряженности магнитного поля Земли соответственно; γ – погрешность горизонтирования в плоскости первого вертикала) включает аддитивную погрешность $\frac{H_B}{H_{\Gamma}} \gamma$, влияние ко-

торой на погрешность НС может быть откорректировано аналогично рассмотренному в первом разделе. Еще более близкую параллель излагаемого далее можно провести с использованием линий положения в астронавигации, но вернемся к гироскопам.

Выбор в качестве «пилотного» объекта анализа БИИМ, построенного на одном позиционном (свободном) гироскопе (СГ), вектор кинетического момента которого, в частности, может иметь ориентацию, близкую к оси вращения Земли (СГ с полярной ориентацией), обусловлен следующими причинами:

– такой вариант, будучи обоснован аналитически, позволяет дать довольно простую и прозрачную для понимания физическую трактовку, базирующуюся на известном решении задачи угловой ориентации по наблюдению за двумя векторами [13], например оси Мира и кажущегося ускорения, для коррекции влияния инерционной компоненты которого затем используется информация о скорости объекта;

– вышесказанное имеет особое значение для всей этой проблематики, поскольку она предлагается и обсуждается впервые;

– в последнее время в экспертном сообществе на уровне ОКР проявился интерес к практическому воплощению этой схемы, но в то же время возникли сомнения в возможностях ее реализации.

Рассмотрим решение задачи НС водоизмещающего морского объекта с помощью бесплатформенного ГОКМ, включающего три линейных акселерометра (w_{x0}, w_{y0}, w_{z0}), привязанных, как и корпус единственного СГ, непосредственно к палубе (рис. 3). Вектор кинетического момента ротора СГ \vec{H} рассогласован относительно оси Мира на конечные углы ρ и τ в геоцентрической (рис. 4) системе координат (СК).

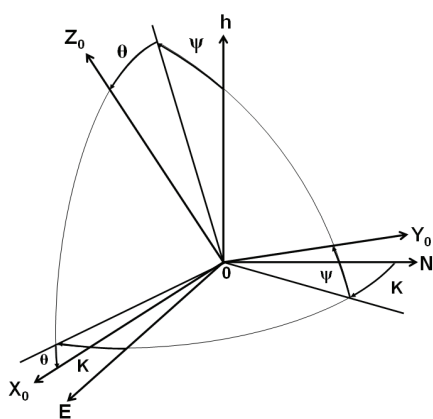


Рис. 3. Взаимная ориентация горизонтной и связанной с объектом систем координат

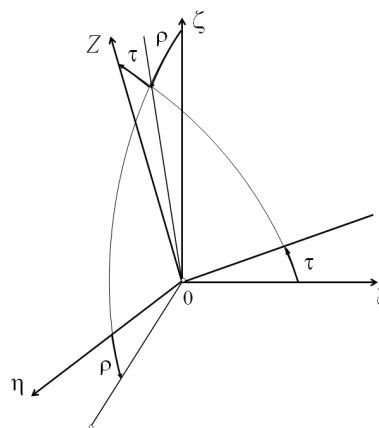


Рис. 4. Ориентация вектора кинетического момента СГ (0Z) в инерциальной системе координат

На рисунках также введены следующие параметры: $0X_0Y_0Z_0$ – связанная с объектом; ось $0Y_0$ совпадает с продольной осью корабля; ось $0Z_0$ перпендикулярна палубе; K, ψ, θ – углы курса, килевой и бортовой качки соответственно, определяющие ориентацию объекта относительно географической СК $0ENh$; ось $0N$ совпадает с полуденной линией; $0h$ направлена по вертикали места; $0\xi\zeta\eta$ – геоцентрическая СК, вращающаяся вместе с Землей и объектом, развернутая относительно географической вокруг оси $0E$, совпадающей с осью 0ξ , на угол φ широты места; ось 0ζ совпадает с осью Мира; $0XYZ$ – СК, связанная с СГ; ось $0Z$ совпадает с вектором \vec{H} , ось $0Y$ развернута на угол q относительно продольной оси корабля $0Y_0$. Конкретная ориентация корпуса СГ в палубных осях непринципиальна и определяется тремя, связанными условием нормировки, направляющими косинусами вектора \vec{H} , списываемыми относительно корпуса (h_{x0}, h_{y0}, h_{z0}) ; V_N, V_E – северная и восточная составляющие линейной скорости объекта относительно земной поверхности; V_{JN}, V_{JE} те же составляющие, определяемые абсолютным или относительным (в последнем случае с учетом информации о скорости течения и угле сноса) лагом (наличие на объекте измерителя скорости подразумевается исходной постановкой задачи).

Алгоритмы НС для рассматриваемого случая имеют следующий вид [8]:

$$\varphi - \varphi(0) = \int_0^t \frac{V_{y0}^n \cos K - V_{x0}^n \sin K}{R} dt; \quad (14)$$

$$\lambda - \lambda(0) = \int_0^t \frac{V_{y0}^n \sin K + V_{x0}^n \cos K}{R \cos \varphi} dt, \quad (15)$$

где V_{y0}^n и V_{x0}^n – продольная и поперечная составляющие вектора скорости, измеряемого лагом.

Варьируя (14), (15), получаем для ошибок НС по широте и с известными допущениями по отществу W следующие выражения:

$$\Delta\varphi = \int_0^t \frac{\Delta V_{JN} - \Delta K V_{JE}}{R} dt; \quad (16)$$

$$\Delta W = \int_0^t \frac{\Delta V_{JE} + \Delta K V_{JN}}{R} dt, \quad (17)$$

где $\Delta V_{JN} = \Delta V_{y0}^n \cos K - \Delta V_{x0}^n \sin K$, $\Delta V_{JE} = \Delta V_{y0}^n \sin K + \Delta V_{x0}^n \cos K$.

Соотношения, связывающие направляющие косинусы $h_{i0} (i = x, y, z)$ с углами, определяющими положение гироскопа и объекта, имеют следующий вид:

$$h_{x0} = -\sin \tau (\cos K \cos \theta + \sin K \sin \psi \sin \theta) + \cos \tau [(-\sin K \cos \theta + \cos K \sin \psi \sin \theta) \cos(\varphi + \rho) - \cos \psi \sin \theta \sin(\varphi + \rho)]; \quad (18)$$

$$h_{y0} = -\sin \tau \sin K \cos \psi + \cos \tau [\cos K \cos \psi \cos(\varphi + \rho) + \sin \psi \sin(\varphi + \rho)]; \quad (19)$$

$$h_{z0} = -\sin \tau (\cos K \sin \theta - \sin K \sin \psi \cos \theta) + \cos \tau [(-\sin K \sin \theta + \cos K \sin \psi \cos \theta) \cos(\varphi + \rho) + \cos \psi \cos \theta \sin(\varphi + \rho)]; \quad (20)$$

Из (18)–(20) получим следующие выражения с выделением переменных, относящихся к построению положения плоскости горизонта:

$$C_1 = h_{x0} \cos \theta + h_{z0} \sin \theta = -\sin \tau \cos K - \cos \tau \sin K \cos(\varphi + \rho); \quad (21)$$

$$C_2 = (h_{x0} \sin \theta - h_{z0} \cos \theta) \sin \psi + h_{y0} \cos \psi = -\sin \tau \sin K + \cos \tau \cos K \cos(\varphi + \rho), \quad (22)$$

а также дополнительное соотношение

$$C_3 = (h_{x0} \sin \theta - h_{z0} \cos \theta) \cos \psi - h_{y0} \sin \psi = -\cos \tau \sin(\varphi + \rho). \quad (23)$$

Очевидно, что (21) и (22) определяют однозначный алгоритм курсоуказания при любых значениях K и ρ, τ , известных из решения уравнений собственного движения СГ с ранее выработанными (уточненными) коэффициентами модели ухода (КМУ) и текущей широтой, способ и точность определения которой на данном этапе не обсуждаются. Значения h_{i0} для может быть единственно пригодного сегодня для такой схемы бескарданного электростатического гироскопа (БЭСГ) списываются оптической системой съема непосредственно с его ротора [9]. Таким образом, предложив метод аналитического горизонтирования, т.е. выработки текущих значений θ, ψ , будем иметь исчерпывающую информацию для формирования C_1, C_2 . В этих целях получим проекции кажущегося ускорения на корабельные оси, измеряемые акселерометрами:

$$w_{x0} = \dot{V}_E (\cos K \cos \theta + \sin K \sin \psi \sin \theta) + \dot{V}_N (-\sin K \cos \theta + \cos K \sin \psi \sin \theta) - (\dot{V}_h + g) \cos \psi \sin \theta; \quad (24)$$

$$w_{y0} = \dot{V}_E \sin K \cos \psi + \dot{V}_N \cos K \cos \psi + (\dot{V}_h + g) \sin \psi; \quad (25)$$

$$w_{z0} = \dot{V}_E (\cos K \sin \theta - \sin K \sin \psi \cos \theta) - \dot{V}_N (\sin K \sin \theta + \cos K \sin \psi \cos \theta) + (\dot{V}_h + g) \cos \theta \cos \psi. \quad (26)$$

В соответствии с ранее изложенным подходом к ГОКМ на этапе расчета K из (21) и (22) вычисляем углы качки непосредственно по показаниям акселерометров, игнорируя наличие в сигналах кажущегося ускорения инерционных составляющих, т.е. формулы расчета для водоизмещающего судна имеют простейший вид:

$$\psi = \arcsin\left(\frac{w_{y0}}{g}\right); \quad (27)$$

$$\theta = -\arcsin\left(\frac{w_{x0}}{g \cos \psi}\right), \quad (28)$$

приводя алгоритмическую схему расчета K в обеспечении НС к законченному виду. Заметим при этом, что и для более сложных случаев углового движения объекта (например, винтовом при проведении внутритрубной диагностики [10]) соотношений (24)–(26) вполне достаточно, чтобы однозначно получить θ, ψ .

Далее, варьируя правые части (21) (22):

$$\Delta C_1 = -\Delta\tau [\cos \tau \cos K - \sin \tau \sin K \cos(\varphi + \rho)] + \Delta K [\sin \tau \sin K - \cos \tau \cos K \cos(\varphi + \rho)] + (\Delta\varphi + \Delta\rho) \cos \tau \sin K \sin(\varphi + \rho); \quad (29)$$

$$\Delta C_2 = -\Delta\tau [\cos \tau \sin K + \sin \tau \cos K \cos(\varphi + \rho)] - \Delta K [\sin \tau \cos K + \cos \tau \sin K \cos(\varphi + \rho)] - (\Delta\varphi + \Delta\rho) \cos \tau \cos K \sin(\varphi + \rho), \quad (30)$$

получаем

$$\Delta C_1 \cos K + \Delta C_2 \sin K = -\cos \tau [\Delta\tau + \Delta K \cos(\varphi + \rho)]. \quad (31)$$

Раскрывая левую часть (31) с учетом варьирования левых частей выражений (21) (22) и удерживая члены, обусловленные погрешностями горизонтирования (влияние погрешностей списывания углового положения ротора СГ на выходные ошибки ГОКМ и на БИНС практически одинаково), будем иметь:

$$\Delta\tau + \Delta K \cos(\varphi + \rho) = \Delta\theta [\sin \psi \cos(\varphi + \rho) - \cos \psi \cos K \sin(\varphi + \rho)] + \Delta\psi \sin K \sin(\varphi + \rho)$$

или

$$\Delta K = -\frac{\Delta\tau}{\cos(\varphi + \rho)} - \operatorname{tg}(\varphi + \rho)(\Delta\theta \cos \psi \cos K - \Delta\psi \sin K) + \Delta\theta \sin \psi. \quad (32)$$

Выражение (32), насколько известно автору, получено впервые. Оно напоминает одно из кинематических «соотношений для погрешностей в выработке параметров ориентации» ИНС [6], однако при этом принципиально отличается от них. Дело в том, что (32) носит общий характер, не связанный в обязательном порядке с полярной или какой-то иной ориентацией гироскопа; ρ и τ – это его реальные угловые координаты; $\Delta\rho$ и $\Delta\tau$ их погрешности. В «обобщенной модели ИНС» [4] положение виртуальной оси Мира (без которой этой «обобщенной модели» просто не существует) характеризуется погрешностями ее моделирования $\Delta\rho_*$ и $\Delta\tau_*$. В универсальности первого члена формулы (32) по отношению к свойствам СГ, определяемым его ориентацией, легко убедиться, анализируя характер его поведения для наиболее распространенных вариантов – полярного и экваториального гироскопов. В первом случае мы имеем дело со свойственным большинству типов ИНС «компасным» эффектом, проявляющимся в ограничении величины погрешности курсоуказания на всем интервале времени работы и ее росте по закону $\sec \varphi$ по мере приближения к полюсу. В варианте экваториальной ориентации СГ последний при компенсации в его видимом движении по информации внешнего источника изменения долготы объекта приобретает свойства гироазимута (ГА), предпочтительного к использованию в целом ряде случаев, в частности при необходимости выработки квазикурса в высоких широтах. Обратим здесь внимание на «одногироскопную» реализацию ГК и ГА и вернемся к проблеме построения плоскости горизонта.

Для установления аналитических зависимостей для погрешностей построения вертикали следует проварьировать выражения (24)–(26), имея в виду алгоритмы (27),(28). Тогда:

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{-(\cos \theta \cdot \Delta w_{x0} + \sin \theta \cdot \Delta w_{z0})}{g \cos \psi} = \frac{-\dot{V}_E \cos K + \dot{V}_N \sin K}{g \cos \psi}, \\ \Delta\psi &= \frac{\Delta w_{y0}}{g \cos \psi} = \frac{\dot{V}_E \sin K + \dot{V}_N \cos K}{g}. \end{aligned} \quad (33)$$

Подставляя (33) в (32), окончательно получаем:

$$\Delta K = -\frac{\Delta\tau}{\cos(\varphi + \rho)} + \operatorname{tg}(\varphi + \rho) \frac{\dot{V}_E}{g} + \operatorname{tg} \psi \frac{(-\dot{V}_E \cos K + \dot{V}_N \sin K)}{g}. \quad (34)$$

Теперь обратимся к выражениям для ошибок НС (16), (17), подставив туда (34), не рассматривая члены с $\Delta V_{x0}^{\mathcal{L}}, \Delta V_{y0}^{\mathcal{L}}$ по аналогии с «плоской» моделью:

$$\Delta\varphi = -\int_0^t \frac{\Delta K V_{\mathcal{L}E}}{R} dt = \frac{1}{R} \left[\int_0^t \frac{\Delta\tau}{\cos(\varphi + \rho)} V_{\mathcal{L}E} dt - \int_0^t \operatorname{tg}(\varphi + \rho) \frac{\dot{V}_E}{g} V_{\mathcal{L}E} dt - \int_0^t \operatorname{tg} \psi \frac{(-\dot{V}_E \cos K + \dot{V}_N \sin K)}{g} V_{\mathcal{L}E} dt \right]; \quad (35)$$

$$\Delta W = \int_0^t \frac{\Delta K V_{JIN}}{R} dt = \frac{1}{R} \left[\int_0^t -\frac{\Delta \tau}{\cos(\varphi + \rho)} V_{JIN} dt + \int_0^t \operatorname{tg}(\varphi + \rho) \frac{\dot{V}_E}{g} V_{JIN} dt + \int_0^t \operatorname{tg} \psi \frac{(-\dot{V}_E \cos K + \dot{V}_N \sin K)}{g} V_{JIN} dt \right]. \quad (36)$$

В выражениях (35), (36) будем исследовать вторые слагаемые. Первые, связанные с неопределенностью дрейфа СГ и его ориентацией, определяют для данного БИИМ нижний предел погрешности курсоуказания при любом его алгоритме (БИНС или ГОКМ), а последними, отличающимися по порядку от вторых из-за наличия множителя $\operatorname{tg} \psi$ для навигации водоизмещающих судов ($\operatorname{tg} \psi \approx \psi$), принято пренебрегать. В нашем случае можно было бы показать, что в этом нет необходимости, так как эти составляющие ошибок НС могут быть компенсированы. Однако трудоемкость такого анализа и соответствующее отвлечение внимания вряд ли оправданы. Поэтому согласимся с малостью угла ψ и рассмотрим задачу компенсации основных компонент (35), (36), для чего обратимся к схеме на рис. 5.

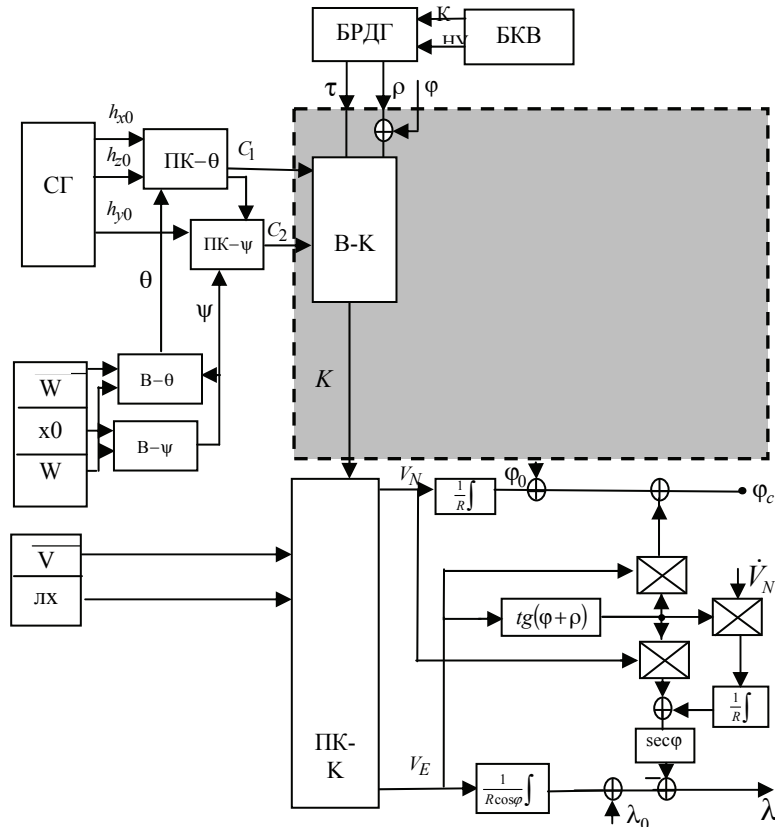


Рис. 5. Схема ГОКМ при трехмерном маневрировании объекта

На схеме введены следующие обозначения: СГ – свободный гироскоп; БРДГ – блок расчетного движения гироскопа; БКВ – блок калибровки и выставки; ПК-θ, ПК-ψ, ПК-К – блоки синусно-косинусных преобразователей по соответствующим углам; В-θ, В-ψ, В-К – вычисления углов согласно формулам (28), (27) и (21), (22) соответственно. Не умаляя общности, схема соответствует нулевым начальным условиям по скорости объекта. Происхождение широты φ , поступающей на сумматор (под блоком БРДГ), и северной составляющей инер-

ционного ускорения \dot{V}_N на входе умножителя в цепи формирования λ (в левой нижней части схемы рис. 5) на данном этапе не уточняется.

Рассматриваемую схему следует сопроводить следующими комментариями.

1. Легко убедиться (во всяком случае, для вышеупомянутых полярной и экваториальной ориентаций СГ), что частотный спектр изменения $\text{tg}(\varphi + \rho)$ во вторых слагаемых (35) и (36) ограничен значением $|\dot{\varphi} + \dot{\rho}|$ и множитель может быть вынесен за знак \int ;

2. После этого поправка, компенсирующая соответствующую составляющую погрешности НС в $\Delta\varphi$, приобретает вид: $\text{tg}(\varphi + \rho) \cdot \frac{V_{JE}^2 - V_{0E}^2}{2g}$ (см. рис. 5), а остаточная погрешность: $\Delta\varphi_{KM} = \text{tg}(\varphi + \rho) \cdot \frac{V_E \cdot \Delta V_{JE}}{2g}$, что вполне согласуется с

(11) и (12) для ранее рассмотренного случая «плоского» маневрирования;

3. Для ΔW подынтегральное выражение во втором слагаемом (36) можно представить в виде

$$\int_0^t V_N dV_E = V_N V_E \Big|_0^t - \int_0^t V_E dV_N. \quad (37)$$

Алгоритм формирования поправки первого слагаемого в правой части (37) очевиден. Далее, представляя в интеграле правой части $dV_N = \dot{V}_N dt$, получаем соответствующую ветвь схемы на рис. 5.

Выработка поправки к последнему интегралу либо, что то же самое, к левой части (37) (для этой пока неопределенной ветви структурной схемы ГОКМ на рис. 5 оставлено затененное поле) при произвольной ориентации СГ подразумевает некие предположения о характере движения объекта (типа $K = \text{const}$ или $V_{\text{л}} = \text{const}$) и оценку влияния этих приближений в зависимости от реальных режимов маневрирования, описываемых определенными моделями.

В следующем разделе проводится точный синтез алгоритмов ГОКМ на базе аналитического решения задачи, значение которой выходит за рамки рассматриваемой темы.

Автономный «северный» канал ИНС на базе СГ с полярной ориентацией

Обращаясь к этой ориентации, как к наиболее интересной для многих случаев практического использования, будем иметь в виду, что до сих пор суждение об изолированности «северного» канала ИНС [11] было принято относить к его ошибкам. Покажем здесь (либо, если автор не осведомлен о более ранних публикациях по этой проблеме, подтвердим), что наличия одного СГ с полярной ориентацией вполне достаточно для синтеза алгоритма идеальной работы «северного» канала ИНС, т.е. выработки V_N, φ и \dot{V}_N . Это решение имеет самостоятельное значение для целого ряда специальных задач навигации и съемки. В рамках же данной работы у нас появляется последняя переменная, необходимая для «замыкания» схемы (см. рис. 5), которая выработана на основе данных

прецизионного СГ, и решение задачи НС для одногироскопной схемы можно будет считать законченным.

Простейший путь синтеза «северного» канала на единственном СГ подсказывает предложенный на заре развития теории ИНС Э. И. Сливом для так называемых ИНС аналитического типа [12] вариант интегрирования координат точки на ее поверхности в геоцентрической ИСК, не принимающей участия в суточном вращении. В нашем случае, совместив одну из осей (0ζ) такой ИСК с осью Мира (см. рис. 4) и спроецировав на это направление показания трех акселерометров, можно подать этот сигнал на «шулеровский фильтр» с передаточной функцией $\frac{1}{R(p^2 + v^2)}$ и получить для сферической Земли значение

$$\sin \varphi = \frac{\zeta}{R}, \text{ а также } \dot{\varphi} = \frac{\dot{\zeta}}{R \cos \varphi} \text{ и т.д.}$$

Заметим, что приведенные формулы не являются алгоритмом, пригодным для практики, причем не столько из-за необходимости учета несферичности Земли (что достаточно тривиально), сколько из-за конечных ρ и τ . Это не более чем направление поиска методики синтеза реального алгоритма идеальной работы. Более близким к рассматриваемому контексту является развитие подхода с использованием угла между двумя векторами [15], один из которых близок к оси Мира, другой совпадает с кажущимся ускорением. В соответствии с этим подходом соотношения (21)–(23) для совместной выработки значений курса и широты, которую далее уместно будет именовать ГШКМ (гирошироткомпас с маятниковой коррекцией), дополняются следующим выражением:

$$\varphi_{KM} = -\rho + \operatorname{arctg}\left(\frac{-C_3}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2 - \sin^2 \tau}}\right). \quad (38)$$

Далее, варьируя (23), получаем

$$(\Delta\varphi_{KM} + \Delta\rho) \cos \tau \cos(\varphi_{KM} + \rho) = \Delta\tau \sin \tau \sin(\varphi_{KM} + \rho) - \Delta C_3. \quad (39)$$

Раскрывая ΔC_3 (см. (23)) и удерживая члены, обусловленные только погрешностями горизонтирования (см. комментарии при получении (32)), будем иметь

$$\Delta\varphi_{KM} = -\Delta\rho + \Delta\tau \operatorname{tg} \tau \operatorname{tg}(\varphi_{KM} + \rho) + \operatorname{tg} \tau \frac{(\Delta\theta \cos \psi \cos K - \Delta\psi \sin K)}{\cos(\varphi_{KM} + \rho)} + \Delta\theta \cos \psi \sin K + \Delta\psi \cos K. \quad (40)$$

Так же, как и в (32), формула (40) схожа с одним из «кинематических соотношений...», принципиально от них отличается и также, насколько известно автору, ранее не публиковалась. Этими замечаниями по поводу применимости формулы (40) при произвольной ориентации СГ, хотелось бы ограничиться.

С учетом (33) окончательно получаем

$$\Delta\varphi_{KM} = -\Delta\rho + \Delta\tau \operatorname{tg} \tau \operatorname{tg}(\varphi_{KM} + \rho) - \operatorname{tg} \tau \frac{\dot{V}_E}{g \cos(\varphi_{KM} + \rho)} + \frac{\dot{V}_N}{g} \quad (41)$$

Имея в виду, что с точностью до компенсации «вредных» ускорений, $\dot{V}_N = -R \cdot \dot{\varphi}$, а также, что слагаемыми с $\operatorname{tg} \tau$ с учетом «полярности» ориентации можно пренебречь, запишем: $\varphi_{KM} = \varphi + \frac{\dot{\varphi}}{v^2} - \Delta\rho$.

Далее, вводя демпфирование с компенсацией от лага (см. например, [2]), в операторной форме окончательно имеем

$$\varphi_{И} = \frac{\varphi_{КМ} \cdot v^2 H(p)}{[p^2 + v^2 H(p)]} - \frac{V_{ЛН} [H(p)v^2 - p]}{R [p^2 + v^2 H(p)]}. \quad (42)$$

Теперь можно «достроить переменную составляющую» структурной схемы, оставленную затененной на рис. 5.

На рис. 6 следующие обозначения: блок ГШК, реализующий выработку наряду с курсом в соответствии с (21),(22), и значения шириты согласно (38); ключ, формирующий выходной сигнал ГШКМ по широте в зависимости от соотношения погрешностей выработки ее инерциального и счислимого значений; $H(p)$ – передаточная функция цепи демпфирования.

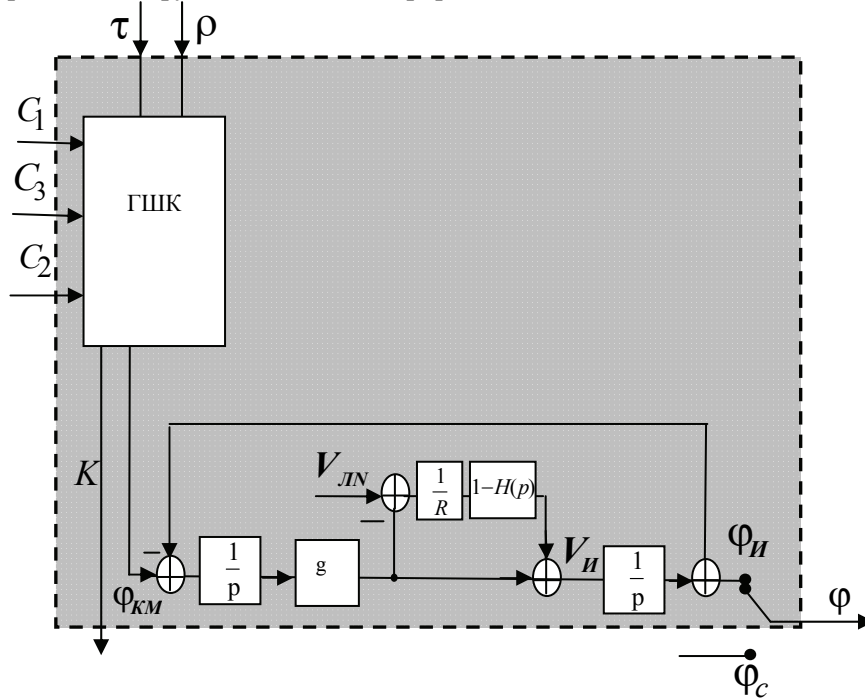


Рис. 6 «Северный» канал ИНС на одном СГ

Подводя итог изложенному в данном разделе, отметим, что в случае корректного построения БИНС с помощью СГ и триады MEMS-гуго, «гироскопические» составляющие ошибок «северного» канала вертикали, как и в описанном выше случае ГОКМ, определяются дрейфами СГ, в то время как «восточного» канала – MEMS-гуго. Таким образом, сравнительный анализ трехосных схем становится идентичным проведённому в первом разделе для одноосных, хотя и безотносительно к типу гироскопов, но с численными оценками, характерными для MEMS-гуго. И наконец, очевидно, что если справедлив сделанный в первом разделе общий вывод о нецелесообразности «гироскопического» построения горизонта, то при попытках использования MEMS-гуго (реальные точности которых в доступном сегменте рынка разделяют с СГ пять десятичных порядков) категоричность этого вывода резко возрастает. С другой стороны, можно констатировать необходимость и достаточность использования в этих целях ГОКМ, построенного на одном таком СГ.

Заключение

В работе предложен новый метод построения невозмущенного инерционными ускорениями географически ориентированного горизонтного трехгранника для поддержки навигационного счисления, названный автором гироскопическим ориентированием с корректируемым маятником (ГОКМ) и являющийся альтернативой методу ИНС. ГОКМ характеризуется следующими признаками:

– гироскоп(ы) «принимает участие» только в построении плоскости меридиана;

– только по показаниям акселерометров строится плоскость «маятникового» горизонта, перпендикулярная вектору кажущегося ускорения и «возмущённая» инерционными ускорениями;

– в осях образованного таким образом базиса интегрируются проекции вектора скорости объекта, полученные по данным внешнего («неинерциального») измерителя скорости, и определяются счислимые координаты первого приближения;

– в полученных значениях счислимых координат ошибки горизонтирования, обусловленные инерционными возмущениями, порождают аддитивные погрешности в виде квадратичных форм, образующихся по известному закону от составляющих скорости объекта, значения которых также известны;

– окончательные результаты НС вырабатываются безынерционной коррекцией счислимых координат первого приближения поправками, вычисленными в соответствии с изложенным выше.

В статье получены следующие результаты:

1. Показано, что общим свойством ГОКМ является замещение в ошибках счислимых координат гироскопических составляющих погрешностей горизонтирования составляющими, обусловленными инструментальными и методическими ошибками измерения скорости объекта.

2. Проведён сравнительный анализ точности ИНС и ГОКМ и показано, что во всех практически значимых случаях использование ГОКМ уменьшает суммарную ошибку НС.

3. Разработаны структурные схемы и алгоритмы идеальной работы для бесплатформенного ИИМ, включающего триаду акселерометров и только один БЭСГ и предназначенного для практического использования на объектах класса водоизмещающих судов, подводных аппаратов и снарядов внутритрубной диагностики.

Отдельным результатом, выходящим за рамки тематики ГОКМ, следует признать доказательство возможности построения на базе только одного БЭСГ с полярной ориентацией СГ (а также триады акселерометров) автономного «северного» канала ИНС, ошибки которого определяются только погрешностями входящих инерциальных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.с. 184465 СССР. Навигационный прибор для регистрации пройденного пути и скорости // Л.М.Кофман, Е.Б.Левенталь (СССР) / Заявка 26.12.1932, 120951/40-23.
2. **Ч. Броксмейер.** Системы инерциальной навигации.- Л.: Судостроение, 1967.
3. **Челпанов И.Б., Несенюк Л.П., Брагинский М.В.** Расчет характеристик навигационных приборов.- Л.: Судостроение, 1978.

4. **Анучин О.Н., Емельянец Г.И.** Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов.- С.-Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. - 390 с.
5. **Биндер Я.И., Падерина Т.В., Лысенко А.С., Федорович А.Н.** Об использовании различных схем гироскопических систем для непрерывной съемки скважин произвольной ориентации. Проблемы и решения // Гироскопия и навигация.- 2010.- № 4. –С. 53-72.
6. **Биндер Я. И.** О целесообразности использования в навигационном счислении курса, вырабатываемого ИНС // Труды VII Российской науч.-технич. конф. «Навигация, гидрография и океанография: приоритеты развития и инновации морской деятельности» (НГО - 2011).- СПб., 2011.- С. 162-168.
7. **Лочехин А.В.** Интегрированная система с инерциальным модулем на электростатическом гироскопе и микромеханических датчиках: дис. ... канд. технич. наук.- С.-Петербург, 2010.
8. **Емельянец Г.И.** Основы навигации. Конспект лекций. ЦНИИ «Электроприбор».- С.-Петербург, 2003.
9. **Дюгуров С.М., Ландау Б.Е., Романенко С.Г.** Модели случайных погрешностей системы съема информации с бескарданного ЭСГ // Гироскопия и навигация. -2003.- № 1.
10. **Канайкин В.А.** Развитие теории и разработки высокоэффективных методов, средств и технологии внутритрубной дефектоскопии магистральных газопроводов для обеспечения их безаварийной эксплуатации / Автореф. дисс. на соискание докт. технич. н.- М., 2010.
11. **В. З. Гусинский, В. М. Лесючевский, Ю. А. Литманович.** Выставка и калибровка инерциальной навигационной системы с многомерной моделью погрешностей инерциальных измерителей, материалы IV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам, 1997.- С.- 27-41.
12. **Слив Э.И.** Прикладная теория инерциальной навигации.- Л.: Судостроение, 1972.
13. **Binder Ia. I., Paderina T.V., Litmanovich Y.A.** Advanced borehole attitude determination without measuring axial angular rate component, Proceedings of PLANS-2006, San-Diego, California, U.S.A. April 25-27 2006.
14. **Мишин А. Ю., Кирюшин Е. Ю., Обухов А. И., Гурлов Д. В.** Малогабаритная комплексная навигационная система на микромеханических датчиках // Электронный журнал «Труды МАИ».- Вып. 70.- 2012.
15. **Литманович Ю. А.** Об одном подходе к использованию избыточной информации в задачах определения угловой ориентации по наблюдению за двумя векторами // Гироскопия и навигация. -2012.- № 3.- С. 99-110.

Abstract. The paper considers the construction of geographically oriented horizon trihedral used to determine the object position by navigation dead-reckoning. In most cases, GOCP (gyroscopic orientation with corrected pendulum) method proposed by the author is more preferable than the inertial method. In GOCP method, the error in dead-reckoned coordinates caused by the construction of horizon plane using the readings of accelerometers disturbed by inertial accelerations can be inertialessly corrected using external velocity aiding. High-precision dead-reckoning is implemented using an accelerometer triad and one gimballess electrostatic gyro. This design serves both as an example of practical implementation and as a prototype of a class of single-gyro orientation systems used to aid navigation dead-reckoning.

Key words: gyroscopic orientation, disturbability, navigation dead-reckoning, specific force

Материал поступил 29.07.14