

М. С. ФИНКЕЛЬШТЕЙН, М. Б. РОЗЕНГАУЗ

О НОВЫХ ОПТИМАЛЬНЫХ СТРАТЕГИЯХ ПРОФИЛАКТИЧЕСКОГО РЕМОНТА НАВИГАЦИОННО-ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ СО ШТРАФАМИ

Рассматривается классическая задача выбора оптимального времени, когда необходима замена системы или ее части, которая обобщается на случай, когда качество функционирования системы характеризуется соответствующей функцией штрафа. Эта постановка применяется к навигационно-информационным системам, в которых штраф определяется точностью соответствующих навигационных параметров. Предлагаются и обсуждаются три модели оптимизации. Приводятся простые примеры, иллюстрирующие полученные результаты.

Ключевые слова: навигационно-информационная система, профилактический ремонт, внеплановый ремонт, процесс восстановления, штраф

Введение

Ремонтное обслуживание технических систем обычно делится на две категории: внеплановый ремонт (ВР), который фактически является полным восстановлением и осуществляется при случайном отказе системы, и плановый ремонт (ПР) или профилактика, которая является заменой всей системы или ее части. В идеале ПР надо производить так часто, как это возможно, что приводит к существенным затратам. В связи с этим возникает задача определения оптимального времени ПР, минимизирующего общие затраты на эксплуатацию системы. Эта задача рассматривалась в многочисленных публикациях по надежности, начиная с классической работы [1]. Однако важное обобщение этой постановки задачи, когда наряду с увеличением интенсивности отказов система характеризуется возрастающей во времени функцией штрафа, до сих пор в литературе не рассматривалось.

Пусть T_f – наработка до отказа системы, представляющая собой случайную величину с заданной интегральной функцией распределения (ИФР) $F(t) = P[T_f \leq t]$ и конечным математическим ожиданием μ , т.е. $\mu \equiv E[T_f] < \infty$. Введем обозначения: $\bar{F}(t) = 1 - F(t)$ – функция надежности; $f(t)$ – плотность вероятности (ПВ); $\lambda(t)$ – интенсивность отказов.

Предположим для простоты, что длительность восстановления восстанавливаемых систем пренебрежительно мала по сравнению с соответствующим временем до отказа. Поэтому эти действия могут рассматриваться как мгновен-

Финкельштейн Максим Сергеевич. Доктор технических наук, профессор Факультета математической статистики Университета Свободного штата, 339 Блюмфонтейн 9300 (ЮАР), Университет ИТМО (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Розенгауз Михаил Борисович. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электрон» (С.-Петербург).

ные. Таким образом, после каждого отказа система мгновенно восстанавливается и процесс возобновляется.

Пусть восстанавливаемая система решает некие задачи относительно короткой продолжительности по сравнению с T_f . Из-за старения (деградации) качество выполнения этих задач ухудшается с течением времени, прошедшего с момента последнего восстановления, что приводит к увеличивающимся во времени штрафам. Введем функцию $C_p(t)$, определяющую значение штрафа за невыполнение задачи в момент времени t . Предположим, что максимальный штраф за невыполнение задачи определяется величиной C_M . Обозначим вероятность выполнения задачи по истечении времени t после последнего восстановления через $P_M(t)$. Вследствие деградации эта функция является убывающей. Очевидно, что $P_M(0) = 1$.

Тогда функция штрафа $C_p(t)$ может быть определена, как

$$C_p(t) = C_M(1 - P_M(t)). \quad (1)$$

Производная этой функции $c_p(t)$, которую будем называть «интенсивностью штрафа», будет играть важную роль в дальнейшем. Очевидно, что

$$C_p(t) = \int_0^t c_p(u) du. \quad (2)$$

Из сказанного следует, что функционирование системы может быть описано процессом восстановления с независимыми циклами, т.е. периодами между последовательными моментами восстановления, с общей интегральной функцией распределения $F(t)$. Средняя продолжительность цикла совпадет, таким образом, с μ и определяется как

$$\mu = \int_0^\infty xf(x)dx = \int_0^\infty \bar{F}(x)dx,$$

что может быть получено интегрированием по частям для положительных случайных величин [3].

Определим математическое ожидание штрафа на одном цикле восстановления

$$E[C_p] = \int_0^\infty \left(\int_0^x c_p(u) du \right) f(x) dx = \int_0^\infty \bar{F}(x) c_p(x) dx.$$

В целях удобства дальнейшего рассмотрения введем средний штраф в единицу времени $E[C_p]/\mu$.

При заданном $c_p(t)$ величина $E[C_p]$ также фиксированна. Однако для уменьшения затрат, можно провести соответствующий ремонт. Пусть, как и раньше, система полностью мгновенно восстанавливается при отказах при ВР, тогда как профилактика (ПР) производится по достижении системой времени работы T (возраста). Другими словами, мы осуществляем либо восстановление при отказе, либо ремонт при достижении возраста T , в зависимости от того, что наступает раньше. Такая постановка задачи может рассматриваться как нахождение оптимального T , минимизирующего $E[C_p]/\mu$. Рис. 1 иллюстрирует цикл процесса восстановления.

Средние (эксплуатационные) затраты $C_{oc}(T)$ для одного цикла в этом случае определяются штрафом $C_p(T)$, а также стоимостью восстановления (C_1) и профилактики (C_2).

Обозначим через τ календарное время эксплуатации и введем величину $N(\tau)$, определяющую количество циклов на интервале $[0, \tau)$. Когда $\tau \rightarrow \infty$, как следует из теории восстановления [7], ожидаемое количество циклов $E[N(\tau)]$ на интервале $[0, \tau)$, может быть асимптотически определено как

$$E[N(\tau)] \rightarrow \frac{\tau}{\mu_T}, \quad (3)$$

где μ_T – средняя длина цикла при искомом T ; $\mu_T = \int_0^T \bar{F}(x) dx$. Поэтому средние затраты в интервале $[0, \tau)$ стремятся к $C_{oc}(T)\tau/\mu_T$. Так как эта величина стремится к ∞ при $\tau \rightarrow \infty$, то целесообразно рассмотреть средние затраты в единицу времени $C(T) = C_{oc}(T)/\mu_T$, величина которых является стандартной характеристикой для задач оптимальной профилактики (см., например, [6]).

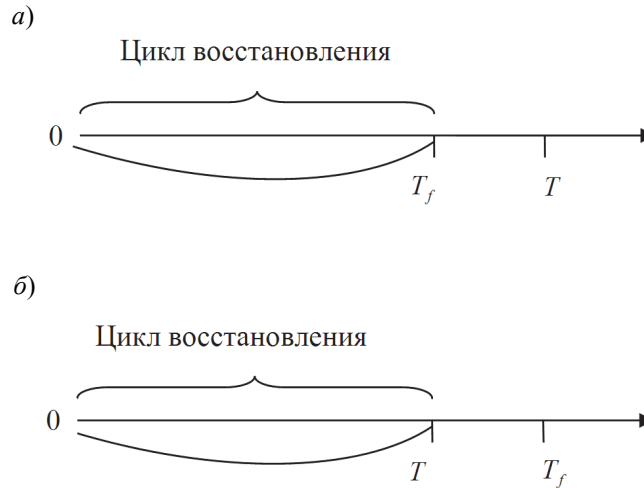


Рис.1. Цикл процесса восстановления: а – $T_f < T$, б – $T_f > T$

Предположим, что запрос на выполнение задачи происходит на каждом цикле восстановления. Тогда имеем следующую формулировку оптимальной задачи профилактики: определить T , минимизирующий средние затраты в единицу времени $C(T) = C_{oc}(T)/\mu_T$.

Теперь можно описать модель для навигационно-информационной системы с возрастающей со временем среднеквадратической погрешностью определения координат. В течение некоторого времени после начала функционирования эта погрешность мала, но затем она увеличивается, и поэтому должна быть выполнена коррекция. Для удобства предположим, что интенсивность штрафа в уравнении (2) является возрастающей функцией, которая также описывает процесс деградации навигационно-информационной системы (НИС).

Пример, описанный уравнением (1), может быть интерпретирован для случая НИС следующим образом. Пусть навигационная информация требуется для

выполнения некоторой относительно короткой (по сравнению с продолжительностью цикла восстановления, см. рис.1) задачи. Тогда штраф за невыполнение этой задачи может быть определен, по аналогии с (1), как $C_p(t) = C_M(1 - P_M(\theta(t)))$, где $\theta(t)$ – накопленная навигационная ошибка на интервале $[0, t)$. В дальнейшем будем иметь в виду именно эту интерпретацию задачи оптимизации для НИС.

Изложение статьи организовано следующим образом. Рассматриваются три различные стратегии ПР применительно к НИС. Две из них могут быть использованы в технических системах общего назначения, например энергетических установках. Третья же стратегия является специфичной для НИС, так как в ней предполагается проведение коррекции навигационных параметров, как особого типа профилактического обслуживания.

2. Оптимальные стратегии ПР

Замена по возрасту. Рассмотрим задачу минимизации ожидаемых затрат в единицу времени $C(T)$ для бесконечного промежутка времени. Восстанавливаемая НИС заменяется через время T после последнего восстановления или при отказе, в зависимости от того, что наступило раньше. Во введении описаны величины C_1 и C_2 , определяющие стоимости ВР и ПР соответственно. Естественно предположить, что $C_1 > C_2$. Это предположение обосновывает возможность дальнейшей оптимизации. Отметим, что для некоторых систем $C_1 - C_2$ может быть достаточно большим. Если система функционирует без отказа или замены в течение времени t , то накопленный штраф определяется уравнением (2).

Требуется найти такое T , которое минимизировало бы $C(T)$ – средние затраты в единицу времени (интенсивность затрат) для бесконечного периода времени. Фактически, как было сказано во введении, это является обобщением классической задачи замены по возрасту, изложенной в [1] (см. также [5, 9] и ссылки в этих работах). Таким образом, в соответствии с (3), средние затраты в единицу времени для описываемой системы определяются как:

$$\begin{aligned} C(T) &= \frac{C_{oc}(T)}{\mu_T} = \frac{\bar{F}(T)(C_2 + C_p(t)) + \int_0^T (C_1 + C_p(u))f(u)du}{\mu_T}, \\ &= \frac{C_2\bar{F}(T) + C_1F(T)}{\mu_T} + \frac{\bar{F}(T)C_p(t) + \int_0^T C_p(u)f(u)du}{\mu_T}. \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначим первый член в правой части уравнения (4) через $C_{1,2}(T)$, а второй – через $R(T)$, т.е. $C(T) = C_{1,2}(T) + R(T)$.

Известно, что интенсивность отказа $\lambda(t) = f(t)/\bar{F}(t)$ [3]. Предположим, что она является возрастающей функцией. Заметим, что $C_{1,2}(0) = \lim_{T \rightarrow 0} C_{1,2}(T) = \infty$, $C_{1,2}(\infty) = \lim_{T \rightarrow \infty} C_{1,2}(T) = C_1/\mu$, и поэтому при $R(T) = 0$ функция $C(T)$ или уменьшается в интервале $[0, \infty)$ (в случае отсутствия ПР), или имеет единственный минимум T^* , такой, что $C(T^*) = (C_1 - C_2)\lambda(T^*)$ [1]. Таким образом, появи-

лась дополнительная функция $R(T) \neq 0$, которая может изменить форму $C(T)$. Используя правило Лопиталя, получаем $R(0) = c_p(0)$. С другой стороны,

$$R(\infty) = \lim_{T \rightarrow \infty} R(T) = \frac{\int_0^\infty C_p(u)f(u)du}{\mu} < \infty. \quad (5)$$

Знак производной $R'(T)$ определяется функцией

$$c_p(T)\mu_T - (\bar{F}(T)C_p(T) + \int_0^T C_p(u)f(u)du), \quad (6)$$

которая является положительной, так как $(\bar{F}(T)C_p(T) + \int_0^T C_p(u)f(u)du)$ является средним штрафом за время цикла восстановления, тогда как выражение $c_p(T)\mu_T$ может быть интерпретировано как средний штраф за время цикла восстановления при $c_p(t)$, равной максимальному значению на этом интервале, т.е. $c_p(T)$. Следовательно, функция стоимости $R(T)$ является возрастающей от 0 до $R(\infty)$. Из уравнения (4) получим

$$C(0) = \lim_{T \rightarrow 0} C(T) = \infty, \\ C(\infty) = \lim_{T \rightarrow \infty} C(T) = \frac{C_1}{\mu} + R(\infty) > \frac{C_1}{\mu}.$$

Таким образом, существует по крайней мере одно ограниченное или неограниченное оптимальное T^{**} , которое минимизирует $C(T)$ в уравнении (4). Второй случай реализуется, когда функция $C(t)$ является убывающей на интервале $(0, \infty)$. Вспомним, что T^* минимизирует первый член $C_{1,2}(T)$, и предположим, что $T^* < \infty$. Тогда

$$C'(T^*) = C'_{1,2}(T^*) + R'(T^*) = R'(T^*) > 0.$$

Это означает, что если существует конечное T^{**} , то $T^{**} < T^*$. Чтобы определить T^{**} , надо рассмотреть уравнение $C'(T) = 0$, которое после алгебраического упрощения может быть преобразовано к виду

$$(\lambda(T)\mu_T - F(T)) + \frac{c_p(T)\mu_T + (\bar{F}(T)C_p(T) + \int_0^T C_p(u)f(u)du)}{C_1 - C_2} = \frac{C_2}{C_1 - C_2}. \quad (7)$$

Левая часть уравнения (7), обозначим ее $H(T)$, является возрастающей функцией, когда для всех $T \geq 0$

$$(C_1 - C_2)\lambda'(T) + c'_p(T) > 0, \quad (8)$$

что выполняется, так как было задано, что интенсивность отказов и интенсивность функции штрафа являются возрастающими функциями. Для того чтобы $H(T)$ пересекла прямую $y = C_2 / (C_1 - C_2)$, должно выполняться условие

$$\lambda(\infty) + \frac{c_p(\infty)}{C_1 - C_2} > \frac{C_1}{(C_1 - C_2)\mu}. \quad (9)$$

При $c_p(\infty) = 0$ неравенство (9) сводится к хорошо известному условию [1]. Противоположный знак этого неравенства означает, что $T^{**} = \infty$. Таким обра-

зом, если, например, $\lambda(\infty) = \infty$, что выполняется для многих распределений продолжительности работы при соответствующих параметрах этих распределений (распределение Вейбулла, гамма-распределение, обратное гауссовское распределение), это неравенство также будет выполняться.

Неравенства (8) и (9) показывают, что в отличие от классического случая может появиться оптимальное значение и без условия $\lambda'(T) > 0$, так как здесь имеется дополнительный источник деградации, выражающийся в увеличении $c_p(T)$. Например, когда интенсивность отказов постоянна, т.е. $\lambda(T) = \lambda$, очевидно, что нет необходимости замены по сроку при рассмотрении классической постановки задачи без функции штрафа. Однако так как неравенство (9) выполняется в рассматриваемом случае, то существует конечное оптимальное T^{**} , если

$$\lambda > \frac{C_1 + \mu c_p(\infty)}{\mu(C_1 - C_2)}.$$

Легко показать, используя уравнения (4) и (7), что при конечном T^{**} минимальное значение затрат в единицу времени составляет

$$C(T^{**}) = \lambda(T^{**})(C_1 - C_2) - c_p(T^{**}). \quad (10)$$

Оно сводится к классическому случаю при $c_p(t) \equiv 0$, т.е. $C(T^*) = \lambda(T^*)(C_1 - C_2)$.

При заданных стоимостях ВР и ПР и известном распределении продолжительности работы НИС $F(x)$ оптимальное T^{**} и соответствующая функция стоимости могут быть получены численно из уравнений (4) и (7).

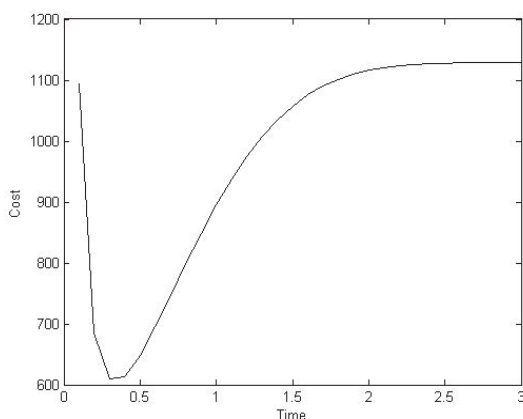


Рис 2. Функция $C(t)$ для замены по возрасту

Пр и м е р 1. На рис. 2 показан вид $C(t)$ при $C_1 = 1000$, $C_2 = 100$ (например, в долларах США) и $F(t) = 1 - \exp\{-t^2\}$ (распределение Вейбулла), $C_p(t) = kt^2$ (линейно возрастающая интенсивность штрафа, где $k = 1$ цена/время²). Соответствующий минимум четко выражен. При уменьшении разности $C_1 - C_2$ кривизна соответствующей формы также будет меньше.

Заметим, что результаты этого раздела получены без предположения о том, что интенсивность штрафа в уравнении (2) является возрастающей функцией, которая также описывает процесс деградации НИС.

Периодическая коррекция навигационных параметров. Предположим теперь, что отказы и мгновенные восстановления нашей НИС происходят, как и раньше, в соответствии с процессом восстановления без ПР по возрасту. Однако с периодом T_c производится коррекция навигационных параметров. Каждая коррекция «воздействует» на аргумент функции штрафа $c_p(t)$, приводя его к начальному значению при $t = 0$. Таким образом, очевидно, что накопленный штраф будет равен 0 после каждой коррекции, т.е. $C_p(0) = 0$. Обозначим стои-

мость каждой коррекции через C_r . Таким образом, может быть сформулирована задача нахождения оптимального по стоимости T_c^* . Как и раньше, эта величина должна минимизировать средние затраты в единицу времени $C(T_c)$ (см. уравнения (4) и (11)). Используя подобные рассуждения и вспоминая, что $E[T_f] \equiv \mu$, соответствующее выражение можно записать так:

$$C(T_c) = \frac{C_1 + E[T_f / T_c][C_r + C_p(T_c)]}{\mu} = \frac{C_1}{\mu} + \left(\frac{C_r}{T_c} + \frac{C_p(T_c)}{T_c} \right), \quad (11)$$

где, как и раньше, C_1 – стоимость ВР (стоимость замены плюс стоимость последствий случайного отказа). Можно видеть, что числитель в первой строке уравнения (11) определяет средние затраты на цикле восстановления в данном случае.

Таким образом, достаточно минимизировать функцию

$$\psi(T_c) = \frac{C_r}{T_c} + \frac{C_p(T_c)}{T_c}. \quad (12)$$

Предположим, что интенсивность штрафа $c_p(T_c)$ является возрастающей функцией времени. Первый член в правой части уравнения (12) уменьшается от ∞ до 0 на интервале $(0, \infty)$, в то время как второй член возрастает на интервале T_c . В самом деле, знак производной определяется знаком функции $c_p(T_c)T_c - \int_0^T c_p(u)du$, которая, очевидно, положительна, так как $c_p(T_c)$ является возрастающей функцией на интервале $[0, \infty)$. Более того, $C_p(T_c)/T_c$ увеличивается до $c_p(\infty)$, которая, например, равняется ∞ для любой увеличивающейся степенной функции. Это можно легко доказать, применяя правило Лопиталья. Поэтому существование конечного оптимального T_c^* полностью обосновано. Чтобы получить его значение, надо приравнять к 0 производную от $\psi(T_c)$, что в конечном счете сводится к решению уравнения

$$\zeta(T_c) \equiv c_p(T_c)T_c - \int_0^{T_c} c_p(u)du = C_r. \quad (13)$$

Отметим, что $\zeta(0) = 0$ и что $\zeta'(T_c)$ положительна, и поэтому $\zeta(T_c)$ является возрастающей на интервале $[0, \infty)$. Чтобы найти оптимальное решение уравнения (13) T_c^* , функция $\zeta(T_c)$ должна быть возрастающей, достигая значения C_r . Это весьма нестрого условие, которое выполняется, например, для любой возрастающей степенной функции. Таким образом, когда это условие выполняется, функция $\psi(T_c)$ и, следовательно, средние затраты, определенные уравнением (11), уменьшаются на интервале $[0, T_c^*)$ и возрастают на интервале $[T_c^*, \infty)$. Учитывая уравнения (11), (12) и (13), получаем очень простое выражение для минимальных средних затрат

$$C(T_c^*) = \frac{C_1}{\mu} + c_p(T_c^*). \quad (14)$$

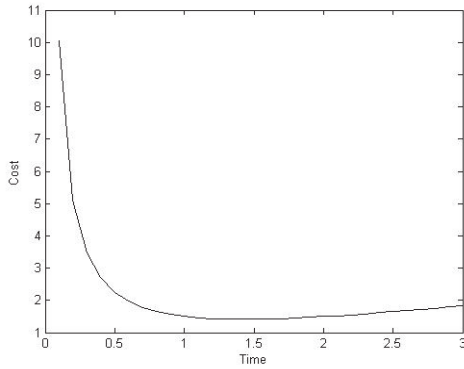


Рис. 3. Функция $\psi(t)$ для периодических коррекций

Пример 2. На рис. 3 показан вид функции $\psi(t)$ при $C_r = 1$ и $C_p(t) = kt^2/2$.

Периодическая замена. Так же как и при стратегии замены по возрасту, приведенные выше рассуждения, использующие функцию $c_p(t)$, могут быть применены к стратегиям периодической замены. Предположим, что периодические замены всей системы осуществляются в моменты времени $t = T, 2T, 3T, \dots$, тогда как все отказы, которые происходят в промежутках, являются минимально восстанавливаемыми. Под ми-

нимальным восстановлением понимается восстановление, которое не изменяет функцию $c_p(t)$. Таким образом, такое восстановление является минимальным с точки зрения как стохастической, так и с предлагаемой нами параметрической [2, 4].

Так как цикл восстановления в этом случае равен T , то для описываемой постановки может быть легко выведено выражение для средних затрат в единицу времени

$$C(T) = \frac{C_1 M(T) + C_2 + C_p(T)}{T}, \quad (15)$$

где $M(T) = \int_0^T \lambda(u) du$ – среднее количество минимальных восстановлений на интервале $[0, T)$ и, как и прежде, C_2 – стоимость замены, а C_1 теперь – стоимость минимального восстановления: $C_1 < C_2$. Мы ищем оптимальное T^{**} , которое минимизировало бы функцию стоимости $C(T)$. Из уравнения (15) следует, что $\lim_{T \rightarrow 0} C(T) = +\infty$, тогда как, используя правило Лопиталя:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} C(T) = \lim_{T \rightarrow \infty} (C_1 \lambda(T) + c_p(T)).$$

Таким образом, в зависимости от значений параметров (например, когда $\lim_{T \rightarrow \infty} \lambda(T) = \infty$) минимум может существовать. Более того, анализируя производную $C(T)$, можно показать, что при функции

$$\Phi(T) = \left(\lambda(T) + \frac{c_p(T)}{C_1} \right) T - M(T) + \frac{C_p(T)}{C_1} \quad (16)$$

такой, что $\Phi(\infty) > C_2 / C_1$, существует единственное оптимальное решение T^{**} и $C(T)$ является убывающей на интервале $[0, T^{**})$ и возрастающей на интервале (T^{**}, ∞) . Подобно уравнению (10), оптимальный размер затрат в единицу времени при T^{**} определяется как

$$C(T^{**}) = C_1 \lambda(T^{**}) + Q(T^{**}).$$

Заключение

В статье рассмотрена классическая задача замены функционирующей системы по возрасту в случае, когда она характеризуется соответствующей детерминированной функцией штрафа. Эта постановка задачи применена к навигационно-информационным системам, штраф которых определяется невыполнением задачи вследствие накопленной навигационной ошибки.

Предложенная модель показывает, что дополнительный источник деградации в виде увеличивающегося штрафа $c_p(t)$ уменьшает оптимальное время замены по сравнению с классическим случаем без штрафа. Более того, оптимальное время замены может существовать и быть конечным и тогда, когда время жизни системы описывается, например, экспоненциальным распределением.

Рассмотренная постановка задачи может быть также распространена на случай стохастической функции штрафа $\{C_{p,T_c}, T_c \geq 0\}$. Это обобщение не представляет трудности, поскольку для получения соответствующих стоимостных характеристик требуется только математическое ожидание этой функции. Например, уравнение (11) будет таким:

$$C(T_c) = \frac{C_1}{\mu} + \left(\frac{C_r}{T_c} + \frac{E[C_{p,T_c}]}{T_c} \right),$$

где

$$E[C_{p,T_c}] = \int_0^{T_c} E[c_{p,u}] du.$$

Предлагаемый подход может быть также распространен на случай, когда вместе с коррекцией осуществляется и профилактическое техническое обслуживание по возрасту (ПР). Тогда уравнения (4) и (11) должны быть объединены соответствующим образом и может быть сформулирована двумерная модель оптимизации, минимизирующая соответствующие затраты в единицу времени $C(T, T_c)$. Однако эта задача более сложная, чем одномерная, и ее рассмотрение планируется в дальнейших исследованиях.

Общий подход, предложенный в этой статье, может быть применен к различным техническим системам, которые описываются ухудшающимися во времени выходными характеристиками, например, к энергетическим установкам (см., например, [8]). В то же время рассмотрена и специфика НИС: периодические коррекции навигационных параметров, что является характерным свойством этих систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Barlow, R.E., and Hunter, L.C.** (1960) Optimum preventive maintenance policies. *Operations Research* 8(1), 90-100.
2. **Finkelstein, M. (2008).** *Failure Rate Modelling for Reliability and Risk*, Springer, London.
3. **Финкельштейн, М.С.** (1999) Модели случайных точечных процессов в задачах анализа надежности и безопасности. – СПб.: ГИЦ РФ- ЦНИИ «Электроприбор».
4. **Finkelstein, M., and Cha, J.H.** (2013). *Stochastic Modelling for Reliability. Shocks, Burn-in and Heterogeneous Populations*. Springer. London.
5. **Nakagawa, T.** (2008) *Advanced Reliability Models and Maintenance Policies*, Springer, London.
6. **Nakagawa, T.** (2011). *Stochastic Processes with Applications to Reliability Theory*, Springer, London.

7. **Ross, S.M.** (1996). Stochastic Processes, 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc., USA.
8. **Schu, L., Chen, L., Jin, J., Yu, J., Sun, F., and Wu, C.** (2005). Functional reliability simulation for a power-station's steam turbine. Applied Energy, 80, 61-66.
9. **Wang H.Z., Pham, H.** (2006) Reliability and optimal maintenance, Springer, London.

Abstract. We consider a classical optimal age replacement problem and generalize it to the case when an operating system is characterized by the corresponding deterministic penalty function. We apply this setting to navigation-information systems where the penalty is defined by the quality of its performance, namely, by the accuracy of the corresponding navigational characteristics. Three optimization models are considered and discussed. Some simple examples illustrating the obtained results are given.

Key words: Navigation-information system, preventive maintenance, corrective maintenance, renewal reward process, penalty

Материал поступил 30.05.2014