

В. Н. КОНЕШОВ, В. Б. НЕПОКЛОНОВ, Р. А. СЕРМЯГИН, Е. А. ЛИДОВСКАЯ

СОВРЕМЕННЫЕ ГЛОБАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ И ИХ ПОГРЕШНОСТИ

Рассмотрены и классифицированы методы получения априорных и апостериорных оценок точности глобальных моделей гравитационного поля Земли (ГПЗ), представленных в виде сферических гармоник геопотенциала, а также методы решения этой задачи с учетом последних достижений в области создания моделей ГПЗ. Определены основные требования к базе данных и программному обеспечению для оценки погрешностей моделей гравитационного поля.

Для описания внешнего гравитационного поля Земли (ГПЗ) широко используются глобальные модели ГПЗ в виде разложения геопотенциала по сферическим функциям [1]. На точность моделей ГПЗ влияют погрешности определения коэффициентов разложения (гармонические коэффициенты геопотенциала), которые в свою очередь обусловлены погрешностями исходной измерительной информации и методов ее обработки. Еще одним источником погрешности является ограничение степени учитываемых сферических гармоник геопотенциала некоторым предельным значением степени $n_{\max}$ (погрешность усечения).

Требования к моделям ГПЗ постоянно повышаются. Как следствие, не теряют актуальность вопросы оценки их точности. Модели рассматриваемого класса базируются на представлении потенциала силы тяжести в виде суммы нормального потенциала (потенциал общеземного эллипсоида (ОЗЭ)) и возмущающего (аномального) потенциала

$$T(\varphi, \lambda, r) = \frac{fM}{a} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi), \quad (1)$$

где a – большая полуось ОЗЭ; φ, λ, r – сферические геоцентрические координаты (широта, долгота, радиус-вектор) точки; fM – произведение гравитационной постоянной на массу Земли; $\bar{P}_{nm}$ – полностью нормированные функции Лежандра; $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ – полностью нормированные коэффициенты разложения [2].

О точности моделей вида (1) обычно судят по характеристикам определения наиболее распространенных трансформант возмущающего потенциала, в том числе высоты квазигеоида (ВКГ) ζ , аномалии силы тяжести (АСТ) Δg , составляющих уклонений отвесных линий (УОЛ) в меридиане и первом вертикале ξ, η :

Конешов Вячеслав Николаевич. Доктор технических наук, заместитель директора Института физики Земли им. О.Ю.Шмидта РАН (Москва).

Непоклонов Виктор Борисович. Доктор технических наук, проректор по научной работе Московского государственного университета геодезии и картографии.

Сермягин Роман Александрович. Начальник лаборатории Центрального научно-исследовательского института геодезии, аэросъемки и картографии (Москва).

Лидовская Екатерина Александровна. Аспирант Московского государственного университета геодезии и картографии.

$$\zeta = \frac{fM}{\gamma r} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda); \quad (2)$$

$$\Delta g = \frac{fM}{r^2} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n (n-1) \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda); \quad (3)$$

$$\xi = -\frac{fM}{\gamma r^2} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \frac{d\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)}{d\varphi} (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda); \quad (4)$$

$$\eta = -\frac{fM}{\gamma r^2 \cos \varphi} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n m \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) (\bar{S}_{nm} \cos m\lambda - \bar{C}_{nm} \sin m\lambda), \quad (5)$$

где γ – нормальное значение ускорения силы тяжести в расчетной точке, редуцированное на поверхность теллуриода.

Также в число этих трансформант входит высота геоида

$$N = \frac{fM}{\gamma_e r_e} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r_e}\right)^n \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda), \quad (6)$$

где r_e – радиус-вектор точки с координатами φ, λ на поверхности ОЗЭ; γ_e – нормальное ускорения силы тяжести в точке (φ, λ, r_e) [2].

Различие между высотой геоида и высотой квазигеоида может учитываться с использованием соотношения [3]

$$N - \zeta \approx \frac{\Delta g_B}{\gamma_0} h = \frac{\Delta g - \delta g_B}{\gamma_0} h, \quad (7)$$

где h – высота над уровнем моря; γ_0 – среднее значение нормального ускорения силы тяжести на ОЗЭ; Δg_B – простая аномалия Буге; $\delta g_B = 2\pi f \rho h$ – редукция Буге; ρ – плотность слоя Буге (стандартное значение $\rho = 2,67 \text{ г/см}^3$).

Оценки точности моделей ГПЗ делятся на две группы – априорные и апостериорные.

В основе априорных оценок лежат статистические зависимости между погрешностями коэффициентов $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ и погрешностями выходных данных. Считая указанные выше источники погрешностей моделей ГПЗ статистически независимыми, априорные оценки получают по формуле

$$\sigma(n_{\max}) = \sqrt{\delta(n_{\max})^2 + \varepsilon(n_{\max})^2}, \quad (8)$$

где σ – средняя квадратичная погрешность (СКП) модели; δ и ε – средние квадратичные значения соответственно суммарного вклада погрешностей определения коэффициентов $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ и погрешности усечения.

Значения δ и ε оценивают путем формального перехода к СКП в выражениях (1)–(6) и соответствующих им выражениях для остаточного члена разложения, в которых суммирование по n выполняется от $n_{\max}$ до бесконечности. Обычно используют усредненные оценки по земному шару на геосфере радиуса R , равного среднему радиусу Земли. В аналитическом виде такие оценки приведены в табл. 1, где c_n^2 и δ_n^2 , так называемые степенные дисперсии коэффициентов $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ и их погрешностей (СКП) $\delta \bar{C}_{nm}, \delta \bar{S}_{nm}$ [2, 4]:

$$c_n^2 = \sum_{m=0}^n \left(\bar{C}_{nm}^2 + \bar{S}_{nm}^2 \right), \quad (9)$$

$$\delta_n^2 = \sum_{m=0}^n \left(\delta \bar{C}_{nm}^2 + \delta \bar{S}_{nm}^2 \right). \quad (10)$$

Т а б л и ц а 1
Аналитические оценки погрешностей глобальных моделей ГПЗ

Погрешность	Параметр		
	ζ, N	Δg	$\vartheta = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$
δ^2	$R^2 \sum_{n=2}^{n_{\max}} \delta_n^2$	$\gamma_0^2 \sum_{n=2}^{n_{\max}} (n-1)^2 \delta_n^2$	$\sum_{n=2}^{n_{\max}} n(n+1) \delta_n^2$
ε^2	$R^2 \sum_{n=n_{\max}+1}^{\infty} c_n^2$	$\gamma_0^2 \sum_{n=n_{\max}+1}^{\infty} (n-1)^2 c_n^2$	$\sum_{n=n_{\max}+1}^{\infty} n(n+1) c_n^2$

Погрешность усечения оценивают с помощью подходящей аналитической модели степенных дисперсий при $n \in [n_{\max} + 1, \infty]$. Обычно задаются степенные дисперсии АСТ Δg_n^2 и используется соотношение

$$c_n^2 = \Delta g_n^2 / \gamma_0^2 (n-1)^2. \quad (11)$$

Предложены различные модели степенных дисперсий АСТ (табл. 2) [2, 5–9].

Т а б л и ц а 2
Модели степенных дисперсий АСТ

№ п/п	Автор(ы)	Зависимость Δg_n^2 от n
1	Каула (1966)	$\frac{96(n-1)^2(2n+1)}{n^4}$
2	Пеллинен (1970)	$166n^{-1,12}$
3	Пеллинен (1992)	$\begin{cases} 34(n-1)^2 n^{-2,68} & n \leq 180 \\ 1559(n-1)^2 n^{-3,409} & n > 180 \end{cases}$
4	Чернинг, Рапп (1974)	$\frac{425,28s^{n+2}(n-1)}{(n-2)(n+24)}, s = 0,999617, n > 2$
5	Мориц (1976)	$(n-1) \left(\frac{3,405s_1^{n+2}}{n+1} + \frac{140,03s_2^{n+2}}{n^2-4} \right),$ $s_1 = 0,998006, s_2 = 0,914232, n > 2$
6	Джекели (1990)	$161(n-1)^2 n^{-2,898}$

Таблица 3

Зависимость погрешностей усечения ВКГ и АСТ от $n_{\max}$

Модель Δg_n^2	ε_{ζ} , м					$\varepsilon_{\Delta g}$, мГал				
	360	720	1440	1800	2160	360	720	1440	1800	2160
1	0,18	0,09	0,04	0,04	0,03	25,2	22,5	19,3	18,1	17,1
2	0,11	0,05	0,03	0,02	0,02	26,1	25,1	24,0	23,7	23,5
3	0,14	0,06	0,03	0,02	0,02	18,5	16,1	13,9	13,3	12,8
4	0,22	0,10	0,04	0,03	0,02	25,2	20,1	14,5	12,7	11,2
5	0,30	0,12	0,04	0,02	0,01	28,7	20,1	9,8	6,8	4,8
6	0,22	0,11	0,06	0,05	0,04	34,0	30,8	26,9	25,4	24,2
Среднее	0,20	0,09	0,04	0,03	0,02	26,3	22,4	18,1	16,7	15,6

На основании анализа формул (9)–(11) и табл. 1–3 можно отметить следующее:

- погрешности определения коэффициентов $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ и погрешность усечения меняются разнонаправленно: с увеличением $n_{\max}$ значение δ возрастает, а ε убывает, и наоборот. Для АСТ вне зависимости от $n_{\max}$, а также для ВКГ при относительно низких значениях $n_{\max}$ основной вклад в общую погрешность вносят погрешности усечения сферических гармоник; для ВКГ, получаемых с использованием ультравысокостепенных моделей, – погрешности определения коэффициентов $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$;
- зависимости, приведенные в табл. 2, сходны между собой по асимптотике. Тем не менее оценки $\varepsilon(n_{\max})$ при одном и том же значении $n_{\max}$ могут достаточно сильно различаться между собой, особенно для низких степеней. Поэтому в качестве окончательной оценки погрешности усечения, наиболее достоверной, возможно использование среднего значения по нескольким моделям (нижняя строка табл. 3);
- оценка погрешности усечения зависит от вида степенных дисперсий АСТ. Характеристики оцениваемой модели ГПЗ на нее не влияют. В отличие от этого вклад погрешностей определения коэффициентов $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ является индивидуальным для каждой конкретной реализации, даже при фиксированном значении $n_{\max}$, что подтверждается примерами ряда современных комбинированных моделей ГПЗ, в том числе новейших ультравысокостепенных моделей EIGEN-6C и EIGEN-6C2 (табл. 4). Судя по этим оценкам, с середины 2000-х годов точность определения гармонических коэффициентов геопотенциала была существенно повышена: по ВКГ в 4-5 раз, по АСТ в 2-3 раза. В значительной мере все это стало результатом использования новых методов космической геодезии в зарубежных проектах, в том числе траекторного слежения по линии «спутник-спутник» (проекты CHAMP и GRACE) и низкоорбитальной спутниковой гравитационной градиентометрии (проект GOCE).

Таблица 4

Влияние погрешностей гармонических коэффициентов геопотенциала на точность модельных значений ВКГ и АСТ

Модель ГПЗ	Страна	Год Выпуска	$n_{\max}$	δ	
				ВКГ, м	АСТ, мГал
EGM-96	США	1996	360	0,36	8,5
ПЗ-2002	Россия	2002	360	0,45	10,8
EIGEN-GLO4C	ФРГ, Франция	2006	360	0,15	4,4

ГАО-2008	Россия	2008	360	1,11	1,9
EIGEN-5C	ФРГ, Франция	2008	360	0,13	3,8
EGM-2008	США	2008	2160	0,08	4,2
GIF48	США	2011	360	0,08	2,4
EIGEN-6C	ФРГ, Франция	2011	1420	0,10	3,6
EIGEN-6C2	ФРГ, Франция	2012	1949	0,08	3,3

Основным достоинством априорных оценок является то, что они позволяют получить представление о точностных характеристиках модели ГПЗ в целом по земному шару достаточно оперативно и практически без привлечения дополнительной информации. Вместе с этим, как показывает практика, такие оценки могут быть не вполне адекватными (излишне оптимистичными), особенно когда требуется оценить точность модели в конкретном районе. Следовательно, окончательные выводы о точностных характеристиках моделей ГПЗ должны базироваться на комплексировании априорных и апостериорных оценок.

В основе апостериорных оценок лежит принцип сравнения выходных данных модели с независимыми (условно) контрольными данными. О точности модели судят по степени ее близости к этим контрольным данным. В качестве мер близости обычно используются следующие статистические характеристики расхождений: граничные значения ($\min, \max$), среднее арифметическое значение μ и стандартное отклонение s . В общем случае в стандартные формулы для оценки μ, s могут вводиться весовые множители, учитывающие неравномерность контрольных точек в смысле количества таких точек на единицу площади. В качестве характеристик близости могут использоваться гistogramмы расхождений модельных и контрольных значений параметров ГПЗ [1].

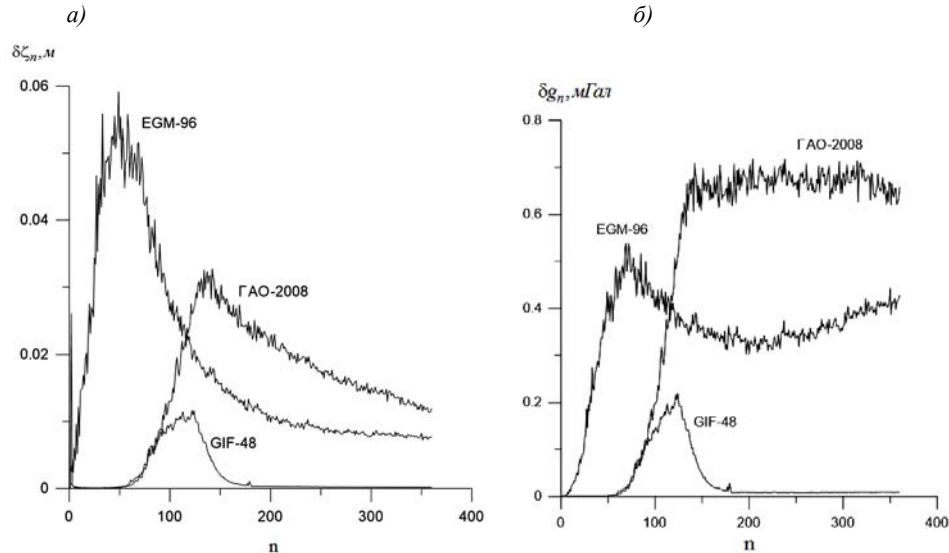
В зависимости от вида контрольных данных апостериорные оценки точности можно разделить на три группы. В первую группу входят оценки, являющиеся результатом сравнения исследуемой модели с некоторой аналогичной моделью, условно принимаемой за эталон. В настоящее время в качестве эталонной модели принято использовать модель EGM-2008 с $n_{\max}=2160$. При этом анализируются расхождения модельных значений ВКГ, АСТ и других трансформант возмущающего потенциала в одних и тех же точках, как правило, в узлах равномерной сетки меридианов и параллелей либо на всей земной поверхности, либо в каком-то определенном регионе земного шара. Так, в работе [1] получены региональные оценки для районов Арктики, проведено глобальное сравнение модели EGM-2008 с моделями по ВКГ и АСТ (табл. 4) на поверхности ОЗЭ. Полученные расхождения (табл. 5) могут рассматриваться как погрешности модельных значений ВКГ и АСТ относительно «эталонной» модели EGM-2008 с $n_{\max}=2160$.

Таблица 5

Статистические характеристики отклонений моделей ГПЗ
от «эталонной» модели EGM-2008 с $n_{\max}=2160$ по ВКГ и АСТ

Модель	$n_{\max}$	ВКГ, м				АСТ, мГал			
		min	max	μ	S	min	max	μ	s
EGM96	360	-10,43	11,98	0,00	0,72	-478,8	461,1	0,2	29,9
ПЗ-2002	360	-10,66	10,60	0,01	0,74	-480,0	437,8	0,2	29,7
EIGEN-GLO4C	360	-6,01	7,22	0,01	0,36	-492,1	430,1	0,3	28,9
ГАО-2008	360	-8,56	8,45	0,01	0,58	-491,3	400,8	0,3	32,8
EIGEN-5C	360	-6,31	7,04	0,00	0,33	-521,8	415,9	0,3	28,7
GIF-48	360	-3,91	4,13	-0,01	0,19	-465,9	388,1	0,2	27,4
EIGEN-6C	1420	-2,51	3,49	0,00	0,14	-334,1	315,0	0,2	24,0
EIGEN-6C2	1949	-2,45	3,64	0,00	0,13	-220,5	231,4	0,2	23,0

Следует отметить, что сравнение моделей может проводиться как во всем диапазоне значений n , так и фрагментарно, в определенной части этого диапазона. Кроме того, анализ расхождений моделей в пространственной области может быть дополнен анализом расхождений этих моделей в частотной области. В последнем случае о близости моделей на различных частотах можно судить, например, по степенным дисперсиям $\delta\zeta_n^2$ и δg_n^2 разностей модельных ВКГ ($\delta\zeta$) и АСТ (δg), выраженных через разности коэффициентов $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ первой и второй моделей. Использование этого метода представлено на примере моделей EGM-96, ГАО-2008 и GIF-48.



Зависимость спектра погрешностей модельных ВКГ (а) и АСТ (б) от исследуемой модели геопотенциала

Указанный метод позволяет выделить диапазон частот (значений n), в котором величины $\delta\zeta_n$ (δg_n), характеризующие спектр погрешности исследуемой модели относительно «эталонной» модели, т. е. разложение данной погрешности по степеням сферических гармоник, не превышают некоторого показателя, задающего уровень значимости.

Во вторую группу входят апостериорные оценки, получаемые орбитальным методом с использованием эфемерид ИСЗ, рассчитанных по исследуемой модели. Точность модели оценивается по остаточным невязкам траекторных измерений, а также для спутников с альтиметрами по остаточным невязкам измеренных высот морской поверхности в точках пересечения высотомерных трасс. В качестве траекторных измерений могут использоваться данные высокоточных лазерных и радиотехнических (DORIS, PRARE) наблюдений с наземных пунктов, а также данные высокоточного определения орбиты спутника с использованием космических навигационных систем. Использование орбитального метода иллюстрируется оценками точности моделей ГПЗ по лазерным наблюдениям космических аппаратов, представленных в табл. 6 [10–12]. Оценки такого рода дают представление о точностных характеристиках моделей ГПЗ, выраженных в отклонениях расчетных параметров орбиты спутника от измеренных, в данном случае с использованием высокоточных лазерных наблюдений. Достоинство орбитального метода – его глобальность, недостаток – относительно

слабая чувствительность орбит ИСЗ к локальным гравитационным аномалиям, а также необходимость исключения негравитационных возмущений орбитального движения [13].

Таблица 6

Стандартные отклонения расчетных дальностей спутника от измеренных значений, усредненные по орбитальным дугам

Спутник	Высота орбиты, км	EGM-96	EIGEN-GLO4	EGM-2008	EIGEN-5
Envisat	800	0,087	0,058	нет данных	нет данных
Jason-1	1340	0,042	0,041	нет данных	нет данных
Lageos-1	5900	0,015	0,046	0,015	0,014
Ajisai	1480	0,056	0,014	0,053	0,047
Starlette	810	0,050	0,031	0,046	0,031
Stella	810	0,091	0,026	0,029	0,026
ERS-2	800	нет данных	нет данных	нет данных	0,043

В третью группу входят апостериорные оценки, являющиеся результатом сравнения исследуемой модели с контрольными значениями ВКГ, АСТ, составляющих УОЛ и других трансформант возмущающего потенциала, полученными с использованием различных инструментальных методов изучения ГПЗ, в том числе гравиметрического метода, спутниковой альтиметрии, спутникового нивелирования, астрономо-геодезического метода.

В современных отечественных и зарубежных публикациях имеются многочисленные примеры реализации оценок такого рода для различных моделей ГПЗ. Так, расхождения модельных АСТ с результатами наземных гравиметрических съемок в различных районах земного шара приведены в табл. 7 [14].

Таблица 7

Статистические характеристики расхождений модельных и гравиметрических АСТ по регионам земного шара

Модель	$n_{\max}$	Регион	Кол-во пунктов	Расхождения, мГал			
				Min	Max	μ	S
EGM-96	360	Австралия	1117054	-194,7	219,9	-0,3	12,1
		Арктика	56878	-193,3	195,9	-1,0	18,0
		Антарктика	57140	-355,5	279,9	4,3	22,1
		Канада	14177	-124,9	114,2	-0,1	13,4
		Скандинавия	66904	-47,4	76,7	-0,4	8,9
EIGEN-GLO4C	360	Австралия	1117054	-192,1	218,3	0,3	12,1
		Арктика	56878	-191,5	193,4	-1,2	15,9
		Антарктика	57140	-356,4	282,2	4,4	23,2
		Канада	14177	-124,1	105,9	-0,1	13,6
		Скандинавия	66904	-50,9	83,9	-1,1	8,5
EGM-2008	2160	Австралия	1117054	-200,2	238,7	-0,3	5,4
		Арктика	56878	-193,6	103,5	-1,0	10,9
		Антарктика	57140	-349,9	268,3	4,3	18,6
		Канада	14177	-100,7	85,7	-0,9	8,2
		Скандинавия	66904	-47,8	49,4	-0,8	3,6

В данной статье получены новые оценки погрешностей моделей ГПЗ, основанные на сравнении модельных АСТ с данными аэрогравиметрической съемки в Арктике (2011–2012 гг. ИФЗ РАН) с использованием отечественных аэрогравиметрических комплексов. В ходе полетов было проложено 40 галсов общей протяженностью свыше 4430 км. Получен каталог, содержащий свыше 23000

гравиметрических пунктов. Точность и детальность измерений на галсах соответствовала требованиям, предъявляемым к гравиметрической съемке масштаба 1:200000. Статистические характеристики расхождений модельных и измеренных значений АСТ представлены в табл. 8. Судя по результатам, приведенным в табл. 7 и 8, апостериорные оценки точности современных моделей ГПЗ хорошо согласуются с приведенными выше априорными оценками в отношении позитивного влияния на точность таких факторов, как уточнение гармонических коэффициентов геопотенциала и повышение разрешающей способности моделей по длинам волн геоида. Аналогичный вывод может быть сделан на основании результатов сравнения глобальных моделей ГПЗ с данными спутниковой альтиметрии, включая высоты морской поверхности (геоида) и аномалии силы тяжести.

Таблица 8

**Статистические характеристики расхождений модельных АСТ
с данными аэрогравиметрической съемки ИФЗ РАН в Арктике**

Модель	$n_{\max}$	Расхождения, мГал	
		μ	S
EGM2008	2160	-2,58	2,01
EIGEN-6C	1420	-3,04	2,25
ПЗ-2002	360	-4,06	4,67

Одна из основных функций современных моделей ГПЗ состоит в обеспечении распространения системы высот с использованием спутниковых технологий, поэтому особое значение придается тестированию моделей ГПЗ по высотам геоида (квазигеоида), полученным с помощью метода высокоточного спутникового нивелирования. Обычно ограничиваются оценками точности исследуемых моделей по абсолютным высотам в отдельно взятых геодезических пунктах (табл. 9). Для получения более полной информации о точностных характеристиках целесообразно тестировать модели не только по абсолютным, но и по относительным высотам, т. е. по разностям ВКГ (высот геоида) в двух пунктах, сгруппированным, например, от 0 до 50 км, от 50 до 100 км и т. п. [15].

Таблица 9

**Статистические характеристики расхождений модельных и нивелирных ВКГ
на зарубежных территориях**

Модель ($n_{\max}$)	Регион	Кол-во пунктов	Расхождения, м			
			min	max	μ	S
EGM-96(360)	Турция	313	-2,19	0,82	-0,81	0,46
	Греция	1542	-1,06	1,58	-0,45	0,42
	Австралия	1013	-2,44	3,54	0,02	0,50
	Польша	360	-0,54	0,57	-0,04	0,19
	Алжир	71	-0,90	0,78	-0,03	0,34
	ЮАР	79	-0,95	0,68	-0,24	0,35
	Южн. Америка	1190	-3,30	3,70	0,24	0,80
	Гренландия	78	-0,52	2,62	0,71	0,52
EIGEN-GLO4C(360)	Белоруссия	196	-0,52	0,47	0,01	0,22
	Греция	1542	-1,17	1,77	-0,28	0,45
	Алжир	71	-0,63	0,64	-0,02	0,33
	Южн. Америка	1190	-2,90	3,10	0,22	0,70
EIGEN-5C(360)	Китай	652	-2,26	1,80	-0,25	0,43
	Турция	313	-3,33	0,75	-0,87	0,66
	Польша	360	-0,22	0,52	0,10	0,11

EGM-2008(2160)	Турция	313	-0,29	0,71	0,29	0,16
	Греция	1542	-0,44	0,54	-0,38	0,14
	Южн. Корея	500	-0,54	1,17	0,10	0,18
	Польша	360	0,04	0,26	0,12	0,04
	Чехия	1024	-0,52	-0,33	-0,42	0,04
	Италия	977	-0,33	0,34	0,00	0,10
	Алжир	71	-0,67	0,61	-0,08	0,21
	ЮАР	79	-0,84	0,02	-0,42	0,24
	Южн. Америка	1190	-3,30	3,40	0,22	0,68
	Гренландия	78	-0,43	1,60	-0,19	0,40
	Канада	2579	-0,92	0,09	-0,38	0,13
	Китай	652	1,89	1,64	-0,12	0,26
	Белоруссия	196	-0,16	0,11	0,05	0,05

Следует отметить, что в опубликованных результатах сравнения модельных и нивелирных ВКГ практически нет данных по России. Для того чтобы восполнить этот пробел, в рамках данного исследования с участием ЦНИИГАиК получены оценки такого рода по 518 нивелирным пунктам, расположенным на всей территории страны. При этом в состав исследуемых моделей ГПЗ были включены все модели, указанные в табл. 4. Статистические характеристики расхождений модельных и нивелирных ВКГ приведены в табл. 10. Следует отметить, что модель GIF-48 до 360-й степени практически не уступает по точностным характеристикам ультравысокостепенным моделям.

Т а б л и ц а 10

Статистические характеристики расхождений модельных и нивелирных ВКГ на территории России

Модель	$n_{\max}$	Расхождения, м			
		min	max	μ	s
EGM-96	360	-2,77	2,33	0,15	0,56
ПЗ-2002	360	-3,10	2,28	0,19	0,58
EIGEN-GLO4C	360	-2,66	2,31	0,18	0,49
ГАО-2008	360	-2,44	3,01	0,16	0,65
EIGEN-5C	360	-2,10	2,33	0,18	0,46
EGM-2008	2160	-1,52	1,76	0,14	0,43
GIF-48	360	-1,73	2,58	0,15	0,44
EIGEN-6C	1420	-1,45	1,59	0,15	0,42
EIGEN-6C2	1949	-1,38	1,58	0,15	0,42

Данные, приведенные в табл. 7–10, говорят о достижениях в области уточнения глобальных моделей ГПЗ с начала этого столетия. Наибольший прогресс достигнут в области повышения точности определения ВКГ, что в значительной мере связано с успехами в уточнении низкочастотной части спектра ГПЗ. С созданием модели EGM-2008 погрешность определения ВКГ во многих крупных регионах земного шара находится в дециметровом диапазоне. Как показали результаты тестирования новейших моделей, созданных с использованием спутниковой градиентометрии, имеются резервы для дальнейшего повышения точности определения ВКГ, в частности на территории России.

Практическое применение описанных выше методов оценки погрешностей глобальных моделей ГПЗ в виде сферических гармоник геопотенциала связано с использованием современной геоинформационной технологии, включающей в

себя соответствующее информационное обеспечение и комплекс вычислительных программ, содержащие следующие разделы:

- исследуемые глобальные модели ГПЗ в виде сферических гармоник геопотенциала, в том числе модели, используемые в качестве эталонной информации;
- глобальные данные о рельефе земной поверхности, например в форме коэффициентов разложения высот (глубин) по сферическим функциям (модель DTM2006 (США) с $n_{\max}=2160$), а также в форме детального массива высот в узлах равномерной сетки меридианов и параллелей (GTOPO30, ETOPO2 и др.). Эти данные необходимы для корректного учета высот определяемых точек при выполнении расчетов по формулам (2)–(5) и (7);
- исходные данные для вычисления апостериорных оценок точности на основе орбитального метода, в том числе параметры моделей движения, начальные условия орбитальных дуг, параметры орбит геодезических спутников, полученные по результатам высокоточных траекторных измерений, а также координаты наземных пунктов наблюдений;
- исходные данные для вычисления апостериорных оценок точности на основе сравнения модельных параметров ГПЗ (ВКГ, АСТ, составляющих УОЛ и др.) с теми же параметрами, полученными измерительным путем. При этом в качестве контрольных данных могут использоваться:
 - глобальные и региональные каталоги средних значений АСТ по стандартным географическим трапециям с размерами от $30\times 30'$ до $5\times 5'$ ($5\times 7,5'$) и мельче;
 - альтиметрические высоты геоида и УОЛ в Мировом океане (по высотомерным трассам или на равномерной сетке меридианов и параллелей), а также альтиметрические АСТ;
 - гравиметрические АСТ в районах суши и Мирового океана, полученные на основе данных маршрутных или площадных съемок с использованием наземных, морских и воздушных носителей, в том числе по гравиметрическим картам, а также гравиметрические высоты квазигеоида (геоида) и составляющие УОЛ;
 - высоты квазигеоида (геоида), полученные методом спутникового нивелирования, то есть как разности геодезических и нормальных (ортометрических) высот, а также составляющие УОЛ, полученные астрономо-геодезическим методом.

Перечисленные контрольные данные должны иметь достаточно высокую точность и максимально возможную полноту в смысле информационного покрытия различных районов земного шара. Комплекс вычислительных программ должен обеспечивать решение типовых расчетных задач, связанных с оценкой погрешностей глобальных моделей ГПЗ. Естественно, эти задачи должны решаться с использованием описанной выше базы данных.

Выводы

1. При современных высоких требованиях к моделям ГПЗ их точностные характеристики должны оцениваться с особой тщательностью, что предполагает комплексное использование всех описанных в данной работе методов оценки точности. Реализация этих методов обеспечивается соответствующей геоинформационной технологией, основными элементами которой являются база данных и комплекс программ, отвечающие определенным требованиям.

2. Априорные оценки точности целесообразно использовать при предварительном анализе точностных характеристик моделей ГПЗ. Погрешность усечения может оцениваться на основе комплексирования различных зависимостей для степенных дисперсий АСТ, указанных в табл. 2.

3. Апостериорные оценки точности обеспечивают получение более объективного и детализированного представления о точностных характеристиках моделей ГПЗ. При этом в качестве «эталоны» при оценке моделей средней разрешающей способности может использоваться не только модель EGM-2008 с $n_{\max} = 2160$, но и новые высокостепенные модели EIGEN-6C и EIGEN-6C2.

4. В качестве контрольных данных при апостериорной оценке точности моделей ГПЗ целесообразно использовать данные, которые для тестируемой модели могут считаться независимыми, в том числе нивелирные ВКГ, астрономо-геодезические УОЛ, а также детальные гравиметрические АСТ, включая данные аэрогравиметрических съемок.

5. Оценки (табл. 6–10) показывают, что на протяжении последних 15 лет точность моделей ГПЗ неуклонно возрастала, при этом модели, созданные в последние годы, обеспечивают повышение точности определения ВКГ и АСТ по сравнению с аналогичными ранними моделями от нескольких десятков процентов до нескольких раз, в зависимости от региона.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Конешов, В. Н.** Об использовании современных моделей геопотенциала для исследования уклонений отвесных линий в Арктике / В.Н.Конешов, В.Б.Непоклонов, И.А.Столяров // Гирокопия и навигация. - 2012. - № 2. - С. 44-55.
2. **Мориз, Г.** Современная физическая геодезия. Пер. с англ. М.: Недра, 1983. - 392 с.
3. **Sjöberg, L.E.** On the quasigeoid to geoid separation //Manuscr. Geod. - 1995. - 20. - P. 182-192.
4. **Непоклонов, В.Б.** Компьютерные модели аномального гравитационного поля Земли // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. - 1998. - № 6. - С. 104-106.
5. **Каула, У.** Спутниковая геодезия. Теоретические основы. - М., Мир. 1970. - 172 с.
6. **Pellinen, L. P.** Estimation and application of degree variances of gravity //Studia Geophysica et Geodaetica. - 1970. - Vol. 14. - Issue 2. - P. 168-173
7. **Пеллинен, Л.П.** Вычисление сглаженных аномалий силы тяжести по альтиметрическим и гравиметрическим данным / Сб. научных трудов ЦНИИГАиК. Физическая геодезия. - М.: ЦНИИГАиК, 1992. - С. 3-39.
8. **Moritz, H.** Covariance functions in least-squares collocation. Report No. 240, Department of Geodetic Science, The Ohio State University. 1976. - 45 с.
9. **Jekeli, C, Yanh H. J., Kwon J. H.** Evaluation of EGM08—globally and locally in South Korea /Newton's Bull. -2009. - 4. - P. 38-49.
10. **Cheng, M., Ries J.C., Chambers D.P.** Evaluations of the EGM-2008 gravity model //BGI Newton's Bulletin. - 2009.- N 4. - P. 18-23.
11. **Gruber, Th., Viesser P.N.A.M., Ackermann Ch., Hosse M.** Validation of GOCE gravity field models by means of orbit residuals and geoid comparisons // Journal of Geodesy.- 2011. - 85. - P.845-860.

12. **Forste, Ch. et al.** The GFZ/GRGS satellite and combined Gravity Field Models EIGEN-GL04S1 and EIGEN-GL04C // Journal of Geodesy. - 2008. - 82. - P. 331-346.
13. **Gruber, Th.** Validation concepts for gravity field models from satellite missions. In: Lacoste H (ed) Proceedings of the 2nd international GOCE user workshop "GOCE, The Geoid and Oceanography". - ESA SP-569, 2004.
14. **Arabelos, D. N., Tscherning C. C.** A comparison of recent Earth gravitational models with emphasis on their contribution in refining the gravity and geoid at continental or regional scale // J. Geod. - 2010. - 84. - P. 643-660.
15. **Непоклонов, В.Б.** Вопросы разработки и применения систем компьютерного моделирования для глобальных исследований гравитационного поля Земли / В.Б.Непоклонов, А.Н.Зуева, Д.И.Плешаков // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. - 2007. - № 2. - С. 79-97.

Abstract. The analysis methods and techniques of estimation accuracy of global models of the gravitational field of the Earth in the form of geopotential spherical harmonics presented. The various methods of obtaining a priori and a posteriori estimates of accuracy examined and classified. Using different methods is illustrated by numerical examples for the nine models, including models created in recent years, with new methods of space geodesy. The main requirements to the database and software to evaluate the errors of gravity field models.

Keywords: Earth gravity field, model, spherical harmonics, quasigeoid height, gravity anomaly, the models errors assessment

Материал поступил 07.03.13