

УПРАВЛЕНИЕ МОБИЛЬНЫМ РОБОТОМ ПО ЗАДАННОЙ КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ ТРАЕКТОРИИ

Представлен подход к разработке системы управления движением мобильного робота по кусочно-гладкой траектории, задаваемой путевыми точками и совокупностью прямолинейных и круговых участков. Синтез управления осуществляется с помощью дифференциально-геометрического метода посредством нелинейного преобразования исходной динамической модели. Основные результаты представлены моделью пространственного движения и соответствующими нелинейными алгоритмами управления.

Введение

В статье рассматривается построение системы управления траекторным движением мобильного робота, обеспечивающей перемещение робота по траектории, заданной путевыми точками. Особую актуальность данная проблема приобрела в связи с развитием беспилотных устройств, для которых движение вдоль заданной траектории является одним из основных режимов работы.

Существуют два подхода к построению такого рода систем [1, 2]. Для первого подхода свойственна разработка следящей системы, управляемой некоторой эталонной моделью [3, 4]. Как правило, в такой системе траектория задается некоторой функцией, зависящей от времени, что на практике приводит к некоторым проблемам, связанным с отставанием или опережением движения объекта от заданной программы, вызванными параметрическими неопределенностями или внешними возмущениями. Для решения этой проблемы можно параметризовать траекторию движения не временем, а длиной пути и ввести в модель системы динамику движения этого параметра [3, 16, 17]. Данный метод достаточно легко реализует движение вдоль полиномиальных кривых, что позволяет лучше спланировать траекторию движения и обеспечить большую точность следования вдоль нее, но результирующий регулятор имеет достаточно громоздкий вид. Кроме того, в [3, 16] рассматривается только кинематическая модель без учета массоинерционных свойств объекта. В работе [17] описывается адаптивная версия алгоритма, предложенного в [16], и дополнительно введена в рассмотрение динамика вращательного движения объекта управления, а динамика поступательного движения не учитывается.

В качестве альтернативы существует подход, базирующийся на стабилизации инвариантных многообразий в пространстве состояний [2]. Проще говоря, для исходной системы выбирается преобразование, образующее в пространстве состояния некоторый аттрактор. Если рассматривать траекторные задачи, то в качестве аттрактора выбирается желаемая траектория, заданная в терминах выходных координат. Соответственно, задачей проектанта становится уже стаби-

Капитанюк Юрий Андреевич. Аспирант кафедры Национального исследовательского университета информационных технологий механики и оптики (НИУИТМО) (С.-Петербург).

Чепинский Сергей Алексеевич. Кандидат технических наук, доцент кафедры НИУИТМО.

лизация данного решения, что гораздо менее трудоемко, чем построение следающей системы в рамках первого подхода.

Как объект управления автономный робот является многоканальной нелинейной динамической системой. Задача, решаемая системой управления подвижного робота, заключается в создании управляющих воздействий, обеспечивающих наперед заданное перемещение центра масс в рабочем пространстве.

Используемый метод синтеза алгоритмов управления изначально был предложен И.В.Мирошником [5-10, 13, 14]. Он основан на втором подходе и предусматривает нелинейное преобразование модели робота к системе задачно-ориентированных координат, что дает возможность свести сложную многоканальную задачу управления к ряду простых задач компенсации линейных и угловых отклонений, а затем с помощью приемов нелинейной стабилизации найти адекватные законы управления [5, 15].

С использованием дифференциально-геометрических методов нелинейной теории управления [1, 5, 8-10, 13-14] предложена методика анализа таких систем и процедура синтеза алгоритмов управления, обеспечивающих решение траекторной задачи как задачи стабилизации относительно отдельных типовых участков, таких как прямая и окружность, из которых строится желаемая траектория движения, заданная с помощью путевых точек.

В данной работе рассматривалась именно процедура синтеза регуляторов, свободная в выборе метода планирования траектории. Главное требование – траектория должна состоять из прямых и окружностей. Естественно, что все физические ограничения на радиусы окружности должны учитываться на этапе планирования, исходя из маневренности объекта, скорости движения и доступного запаса ресурсов на управление.

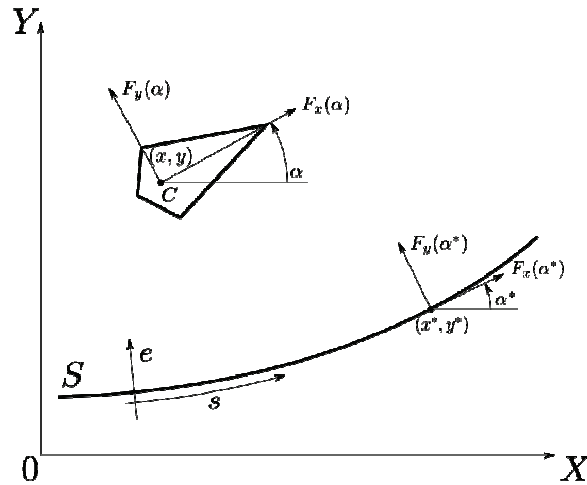
Модель движения подвижного робота и постановка задачи управления

Положение корпуса робота (рис. 1) как твердого тела на плоскости характеризуется вектором, задающим положение (x, y) его центра масс C в базовой системе координат XOY , и углом поворота α системы координат, связанной с центром масс C , относительно базовой системы координат [11].

Динамическая модель движения робота как твердого тела может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} \dot{v}_x = v_y \omega + \frac{1}{m} F_x, \\ \dot{v}_y = -v_x \omega + \frac{1}{m} F_y, \\ \dot{\omega} = \frac{1}{J} M, \end{cases} \quad (1)$$

где v_x – продольная скорость движения робота в связанной с центром масс C системе координат, v_y – поперечная скорость движения робота, ω – угловая скорость робота, m – масса робота, J – момент инерции корпуса робота, F_x – продольная управляющая сила, F_y – поперечная управляющая сила, M – управляющий момент.

Рис. 1. Автономный робот, траектория S и задачно-ориентированные координаты (s, e)

Линейные скорости в связной с центром масс и абсолютной системах координат описываются соотношением

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = T^T(\alpha) \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $T(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ – матрица поворота, соответствующая базису с началом координат в точке C .

Линейные ускорения в абсолютной системе координат имеют вид

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} T^T(\alpha) \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Необходимо заметить, что в данной работе мы пренебрегаем действием каких-либо сил сопротивления. Кроме того, такая постановка задачи ограничивает возможность применения данного метода для наземных роботов, именуемых в иностранной литературе «omnidirectional» (всенаправленный), для которых возможно независимое управление линейными силами и моментом. Однако для многих морских и воздушных роботов нет таких принципиальных ограничений, так что данный выбор модели остается весьма актуальным. В первом приближении не имеет значения, какого типа робот рассматривается, так как в простейшем случае его модель будет представлять твердое тело на плоскости.

Отличия начинаются при рассмотрении сил сопротивления среды, таких как квадратичное трение, являющееся следствием гидродинамических или аэродинамических эффектов, но все эти эффекты могут быть скомпенсированы, если достаточно хорошо исследована модель.

Так сложилось, что большинство работ по данной тематике используют кинематические модели, вырабатывающие желаемые скорости для регуляторов нижнего уровня. В таких ситуациях спецификой окружающей среды также пренебрегают.

Что касается практики, то до сих пор почти во всех авторулевых и автопилотах, реализующих движение вдоль траектории, используется управление

только по курсу, без учета продольной и поперечной динамики. Это позволяет считать наш подход достаточно универсальным.

Желаемая траектория робота представляет собой гладкий отрезок кривой S (см. рис. 1), неявное описание которого имеет вид

$$\varphi(x, y) = 0, \quad (4)$$

а соответствующая локальная координата s (длина траектории) определяется выражением

$$s = \psi(x, y). \quad (5)$$

Необходимо отметить, что описание кривой как гладкого геометрического объекта не единственное, так что и выбор функций (4) и (5) не однозначен.

Основное ограничение на выбор функций $\varphi(x, y)$ и $\psi(x, y)$ представлено условием регулярности [7], которое предусматривает, что матрица Якоби

$$\phi(x, y) = \begin{bmatrix} \partial\psi/\partial x & \partial\psi/\partial y \\ \partial\varphi/\partial x & \partial\varphi/\partial y \end{bmatrix} \quad (6)$$

не вырождена для любых (x, y) , принадлежащих кривой S , т. е.

$$\det \phi(y) \neq 0.$$

Для регулярных геометрических объектов существует так называемое нормализованное описание [7], для которого матрица Якоби $\phi(x, y)$ при $(x, y) \in S$ является ортогональной, и можно записать

$$\phi(x, y) = T(\alpha^*(s)) = \begin{bmatrix} \cos \alpha^*(s) & \sin \alpha^*(s) \\ -\sin \alpha^*(s) & \cos \alpha^*(s) \end{bmatrix} \in SO(2),$$

где $T(\alpha^*(s))$ – матрица поворота, соответствующая подвижному базису (реперу) Френе [7]; $\alpha^*(s)$ – угол наклона касательной к траектории, определяющий текущую ориентацию базиса Френе, зависящий от длины траектории s .

Как показано в [7], матрица Френе удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\dot{T}^*(\alpha^*) = \dot{s}\xi(s)ET^*(\alpha^*), \quad (7)$$

где $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ и $\xi(s)$ – кривизна траектории.

Из уравнения (7) также следует, что

$$\dot{\alpha}^* = \dot{s}\xi(s). \quad (8)$$

Угловую ориентацию робота по отношению к кривой S определим как

$$\alpha = \alpha^*(s) + \Delta\alpha, \quad (9)$$

где $\Delta\alpha = \text{const}$ – желаемая ориентация робота относительно траектории движения. В матричной записи выражение (9) принимает вид

$$T(\alpha) = T(\Delta\alpha)T(\alpha^*). \quad (10)$$

Задача управления траекторным движением автономного робота ставится как задача поддержания голономного соотношения между выходами системы (x, y) , заданного в форме (4). Оно дополняется описанием желаемого режима продольного движения основной точки вдоль желаемой траектории $s(t)$, обыч-

но устанавливаемого с помощью эталонной переменной $s^*(t)$ или эталонной скорости продольного движения $V_s^* = \dot{s}^*(t)$.

Введем в рассмотрение ошибки траекторного движения [8–10]. Нарушение условия (4) характеризуется ортогональным отклонением

$$e = \varphi(y), \quad (11)$$

принимаящим на множестве S нулевые значения. Текущее нарушение углового соотношения (8) определяется угловой ошибкой

$$\delta = \alpha - \alpha^* + \Delta\alpha. \quad (12)$$

Таким образом, задача траекторного управления автономным роботом заключается в определении (в замкнутой форме) входов F_x , F_y и M , которые обеспечивают:

- а) стабилизацию движения робота относительно кривой S , что подразумевает асимптотическое обнуление вектора пространственного отклонения e ;
- б) стабилизацию заданной угловой ориентации робота относительно кривой S , или асимптотическое обнуление относительной угловой ошибки δ ;
- в) поддержание требуемого режима продольного движения мобильного робота $s = s^*(t)$, задаваемого с помощью простейшей эталонной модели

$$\dot{s}^* = V_s^* = \text{const}, \quad (13)$$

или асимптотическое обнуление скоростной ошибки

$$\Delta V_s = V_s^* - \dot{s}. \quad (14)$$

Синтез алгоритмов управления движением

Для синтеза регуляторов, решающих траекторную задачу, преобразуем модель системы (1)–(3), принимая во внимание выражения (2) и (8)–(11), к задачно-ориентированной (траекторной) форме [7], в которой выходными переменными являются переменные s , e , и δ . Для этого продифференцируем по времени уравнения (5), (11) и (12):

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \Phi(x, y) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = T(\alpha^*) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\dot{\delta} = -\xi(s)\dot{s} + \omega. \quad (16)$$

Найдем обратное преобразование:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = T^T(\alpha^*) \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix},$$

$$\omega = \dot{\delta} + \xi(s)\dot{s}.$$

Теперь, учитывая выражения (3), (7) и (10), еще раз продифференцируем уравнения (15) и (16):

$$\begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} + \xi(s)\dot{s}E^T \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \frac{1}{m}T^T(\Delta\alpha) \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\ddot{\delta} + \xi(s)\ddot{s} + \dot{\xi}(s)\dot{s} = \frac{1}{J}M. \quad (18)$$

Введем в рассмотрение виртуальные (задачно-ориентированные) управления:

$$\begin{bmatrix} u_s \\ u_e \end{bmatrix} = \frac{1}{m} T^T(\Delta\alpha) \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$u_\delta = \frac{1}{J} M - \xi(s) u_s. \quad (20)$$

Подставив (19) и (20) в (17) и (18):

$$\begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} + \xi(s) \dot{s} E^T \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_s \\ u_e \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$\ddot{\delta} + \xi(s) \dot{s} + \xi^2(s) \dot{s} \dot{e} = u_\delta. \quad (22)$$

Перепишем уравнения (21) и (22) в покомпонентной форме, учитывая отношение (14) для определения динамики скоростной ошибки:

$$\Delta \dot{V} + \xi(s) \dot{s} \dot{e} = -u_s,$$

$$\ddot{e} + \xi(s) \dot{s}^2 = u_e,$$

$$\ddot{\delta} + \xi(s) \dot{s} + \xi^2(s) \dot{s} \dot{e} = u_\delta.$$

Теперь выберем регуляторы:

$$u_s = -\xi(s) \dot{s} \dot{e} + k_s \Delta V, \quad (23)$$

$$u_e = \xi(s) \dot{s}^2 - k_{e1} \dot{e} - k_{e2} e, \quad (24)$$

$$u_\delta = \xi(s) \dot{s} + \xi^2(s) \dot{s} \dot{e} - k_{\delta 1} \dot{\delta} - k_{\delta 2} \delta, \quad (25)$$

где $k_s, k_{e1}, k_{e2}, k_{\delta 1}, k_{\delta 2}$ – положительные коэффициенты обратных связей.

Подставляя уравнения (23)–(25) в (21) и (22), имеем замкнутую систему:

$$\Delta \dot{V} + k_s \Delta V = 0,$$

$$\ddot{e} + k_{e1} \dot{e} + k_{e2} e = 0,$$

$$\ddot{\delta} + k_{\delta 1} \dot{\delta} - k_{\delta 2} \delta = 0.$$

Таким образом, надлежащим выбором коэффициентов $k_s, k_{e1}, k_{e2}, k_{\delta 1}, k_{\delta 2}$ обратных связей можно обеспечить желаемую динамику асимптотического обнуления отклонений ΔV , e и δ и решить задачи а), б) и в).

Теперь определим реальные управляющие воздействия F_x, F_y и M следующим образом:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = m T(\Delta\alpha) \begin{bmatrix} -\xi(s) \dot{s} \dot{e} + k_s \Delta V \\ \xi(s) \dot{s}^2 - k_{e1} \dot{e} - k_{e2} e \end{bmatrix},$$

$$M = J(\xi(s) u_s + \xi(s) \dot{s} + \xi^2(s) \dot{s} \dot{e} - k_{\delta 1} \dot{\delta} - k_{\delta 2} \delta).$$

В данном разделе была рассмотрена общая методика синтеза траекторных регуляторов. Таким образом, из всего сказанного ясно, что для синтеза управления необходимо определить функции (5), (6) и (11). Теперь рассмотрим частные случаи, наиболее востребованные в практике.

Синтез алгоритмов управления для типовых траекторий

В современных промышленных системах управления движением наибольшее распространение получил подход, заключающийся в параметризации заданной траектории с помощью участков прямых и дуг окружностей. Данный подход имеет определенные проблемы, но достаточно прост и нагляден при использовании [18]. Теперь рассмотрим конкретные реализации описанного метода для этих типовых траекторий (рис. 2).

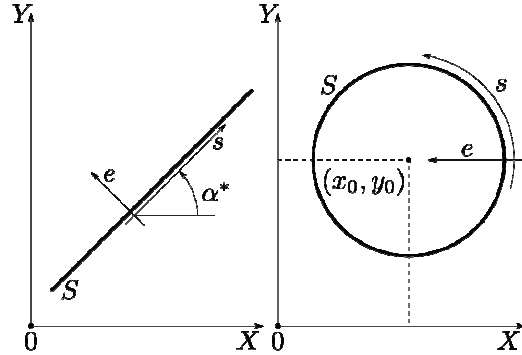


Рис. 2. Задачно-ориентированные координаты для типовых траекторий

Пусть траектория движения робота представлена отрезком прямой. Нормализованное описание прямой дается с помощью уравнений:

$$\varphi(y) = -\sin \alpha^* x + \cos \alpha^* y + \varphi_0 = 0, \quad (26)$$

$$s(y) = \cos \alpha^* x + \sin \alpha^* y + \psi_0, \quad (27)$$

где α^* – угол наклона прямой, $\varphi_0, \psi_0 = \text{const}$.

Ортогональная матрица Якоби принимает вид

$$\phi(x, y) = T(\alpha^*) = \begin{vmatrix} \cos \alpha^* & \sin \alpha^* \\ -\sin \alpha^* & \cos \alpha^* \end{vmatrix} \in SO(2). \quad (28)$$

Очевидно, что кривизна траектории имеет нулевую величину.

Результат моделирования движения робота вдоль прямой линии представлен ниже на рис. 3.

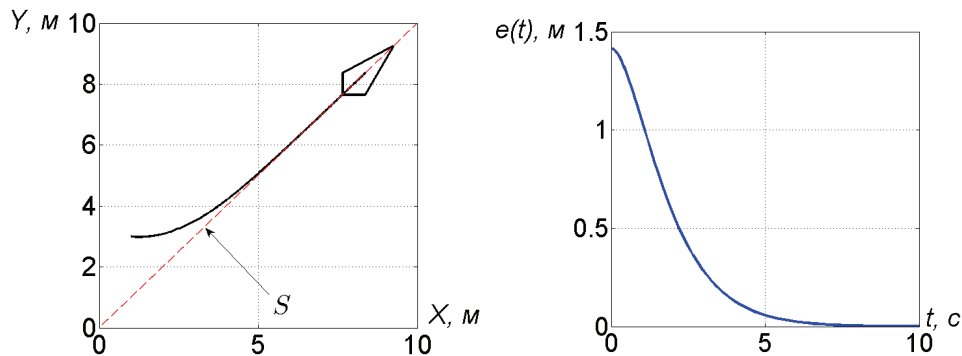


Рис. 3. Движение вдоль отрезка прямой S

Теперь рассмотрим случай, когда участок траектории представлен дугой окружности радиуса R с центром в точке (x_0, y_0) . Запишем уравнение окружности

$$\varphi(y) = \frac{1}{2R} (R^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2) = 0, \quad (29)$$

где $\Delta x = x - x_0$, $\Delta y = y - y_0$. Длина пути определяется как

$$s(y) = R \arctg \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad (30)$$

Ортогональная матрица Якоби принимает вид

$$\phi(x, y) = \frac{1}{R} \begin{vmatrix} -\Delta y & \Delta x \\ -\Delta x & -\Delta y \end{vmatrix} \in SO(2). \quad (31)$$

Кривизна траектории определяется как

$$\xi(s) = \frac{1}{R}.$$

Результат моделирования движения робота вдоль окружности представлен на рис. 4.

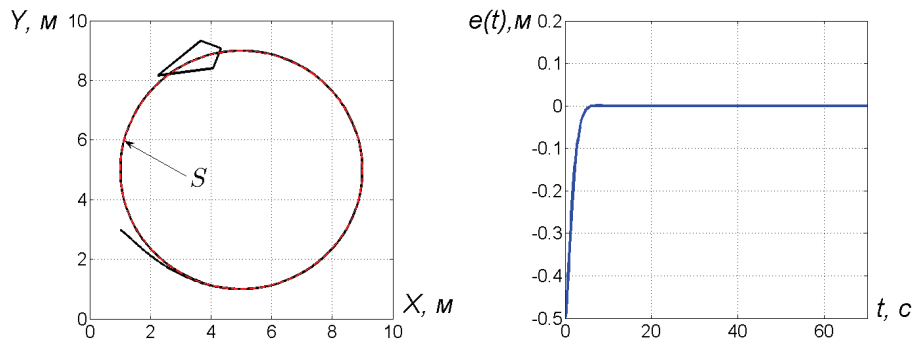


Рис. 4. Движение вдоль окружности S

Управление вдоль кусочно-гладкой траектории

Так как выше уже были рассмотрены методы управления вдоль элементарных, базовых гладких кривых, то вполне очевидно, что можно объединить эти результаты для движения вдоль составной траектории, состоящей из прямолинейных отрезков и дуг окружности. В свою очередь, управление реализуется в виде гибридного регулятора, включающего в себя алгоритм движения вдоль прямой, алгоритм движения вдоль окружности и логику переключения между этими алгоритмами. Соответственно, расширяя набор элементарных траекторий, можно более гибко параметризовать заданную траекторию, чтобы улучшить качество работы.

Считается, что на борту робота имеется какая-либо сенсорная система, вырабатывающая текущее положение в базовой системе координат, в которой задается траектория.

Алгоритмы переключения между точками детально пока не исследовались, но можно привести несколько вариантов:

1. $\left((x - x_{wp})^2 + (y - y_{wp})^2\right) < \varepsilon$, где (x, y) – положение робота; (x_{wp}, y_{wp}) – координаты ближайшей путевой точки; ε – параметр, характеризующий ширину области переключения. Данный алгоритм был использован в работе ввиду своей простоты.

2. Можно разбить рабочее пространство на области (например, с помощью разбиения Вороного [19]), содержащие отдельный участок траектории и ограниченные заданными точками. Это, в принципе, более мощный подход для реализации алгоритма переключения, так как в таком подходе можно выделить такие области, для которых по той или иной причине не имеет смысла решать траекторную задачу (к примеру, мы находимся слишком далеко), но он более сложен в реализации, чем первый вариант.

На рис. 5 представлен результат моделирования движения робота вдоль составной траектории. Рассмотрим этот пример детальнее. В качестве исходных данных для задания траектории использовались путевые точки $P_1 - P_6$. Это достаточно простой и широко используемый метод. В качестве первого шага мы соединяем эти точки прямолинейными отрезками. Для плавного перехода между отдельными участками введем в рассмотрение области перехода, которые задаются с помощью окружностей с фиксированным радиусом R_c , определяемым физическими возможностями объекта управления. Для данного примера был выбран $R_c = 0.5$ м. Исходя из этого, были вычислены центры этих окружностей $C_1 - C_4$. Для переключения между участками введена окрестность ε (для этого примера $\varepsilon = 0,01$), оказавшись в которой происходило переключение между участками движения. Видно, что даже без какого-либо дополнительного анализа предложенный метод решает поставленную задачу, при этом условия переключения и поведение робота в моменты переключения регуляторов требуют дальнейшего исследования.

На участках перехода от прямых к окружностям траектория выдерживается без ошибок (рис. 5), но, так как это моделирование, учет динамики органов управления отсутствует. На практике, конечно, не получится организовать этот переход без отклонений от желаемой траектории, так как физически невозможно скачкообразно изменить кривизну траектории.

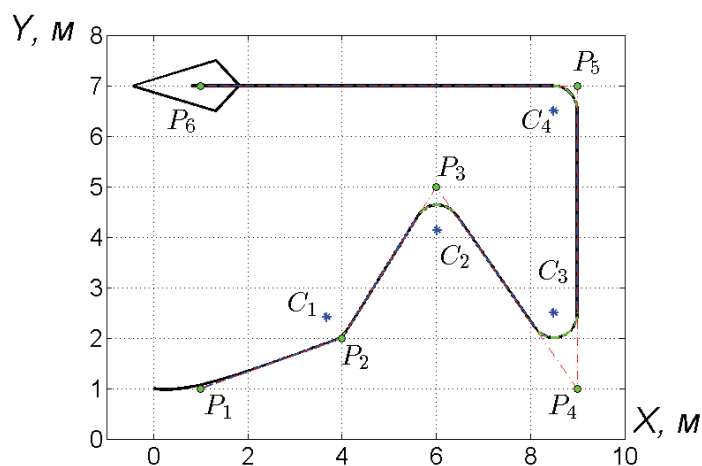


Рис. 5. Движение вдоль составной траектории

Реальное движение помимо участка прямой и окружности будет содержать клотоиду (спираль Корню [20]), на которой кривизна изменяется линейно от нуля до величины обратно пропорциональной радиусу окружности (или, наоборот, при выходе на прямолинейный участок). Длина этого участка определяется радиусом окружности, и для уменьшения погрешностей при смене участков траектории рекомендуется выбрать меньшую кривизну траектории. Для полного устранения этой погрешности один из возможных вариантов – использование полиномиальных кривых на участках перехода, обеспечивающих гладкое изменение кривизны.

Таким образом, комбинируя достаточно простые методы, можно реализовать полноценную систему траекторного управления мобильными роботами.

Заключение

Предложенная структура регулятора и алгоритмы управления могут быть полезны при разработке систем управления движением мобильных роботов (колесных, подводных или летающих). Данный подход обладает достаточной гибкостью, позволяя улучшать свойства системы путем добавления новых типов базовых траекторий, что в свою очередь является первоочередной задачей для последующих работ. Кроме того, представляет большой интерес рассмотрение в рамках данного метода более достоверных динамических моделей роботов, учитывающих силы сопротивления, которые не рассматривались в данной работе. Также необходим дальнейший анализ работы предложенных регуляторов при наличии параметрических неопределенностей и внешних возмущений.

*Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ
МК-5488.2012.8.*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Aguiar, A. P., Hespanha, J. P., Kokotovic, P. V.** Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50:234-239, 2005.
2. **Nielsen, C. Fulford, C., Maggiore, M.** Path following using transverse feedback linearization: Application to a maglev positioning system *American Control Conference*, 2009. ACC '09. 3045 – 3050.
3. **M. Breivik and T.I. Fossen** Principles of Guidance-Based Path Following in 2D and 3D *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, Seville, Spain, 2005, pp. 627-634.
4. **T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch.** Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3). In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pages 5420 - 5425, 2010b.
5. **Бурдаков, С.Ф.** Системы управления движением колесных роботов / С.Ф.Бурдаков, И.В.Мирошник, Р.Э.Стедьмаков.- СПб.: Наука, 2001.- 232 с.
6. **Мирошник, И.В.** Согласованное управление многоканальными системами – Л.: Энергоатомиздат (ЛЮ), 1990.-128 с.
7. **Мирошник, И.В.** Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами / И.В.Мирошник, А.Л.Фрадков, В.О.Никифоров. - СПб.: Наука, 2000.
8. **Мирошник, И.В.** Управление многосвязными кинематическими механизмами / И.В.Мирошник, С.А.Чепинский // Научно-технич. вестник СПИТМО, вып. 3. Физические процессы, системы и технологии точной механики.- 2002. – С. 144-149.

9. **Мирошник, И.В.** Траекторное управление кинематическими механизмами нетривиальной конструкции / И.В.Мирошник, С.А.Чепинский // Научно-технич. вестник СПбГУИТМО. Вып. 14. Информационные технологии, вычислительные и управляющие системы. – 2004. – С. 5-10.
10. **Бушуев, А.Б.** Управление траекторным движением многоканальных динамических систем / А.Б.Бушуев [и др.] // Изв. вузов. Приборостроение, 2009.- Т. 52.- №11.- С. 50-56.
11. **Canudas de Wit, C., B. Siciliano and G.Bastin** (1996). Theory of robot control. Springer-Verlag, London.
12. **Isidori, A.** Nonlinear control systems. 3rd edition. Springer-Verlag, Berlin, 1995.
13. **Miroshnik I.V., Chepinsky S.A.** Trajectory control of underactuated mechanisms. 2nd IFAC Conference on Mechatronic Systems. Berkeley, 2002 – P. 959-1004.
14. **Miroshnik I.V., Chepinsky S.A.** Trajectory motion control of underactuated manipulators. Prepr. 7th IFAC Symposium on Robot Control. September 1-3, Wroclaw, Poland, 2003 – P. 105-110.
15. **Miroshnik, I.V. and V.O. Nikiforov** (1996). Trajectory motion control and coordination of multilink robots. Prepr. 13th IFAC World Congress. San-Francisco, vol. A, pp. 361-366.
16. **Довгоброд, Г.М.** Упрощенное построение закона управления, обеспечивающего движение объекта по заданной криволинейной траектории / Г.М.Довгоброд, Л.М.Клячко // Гирокоспия и навигация. - 2011. - № 3. - С. 24-33.
17. **Довгоброд, Г.М.** Разработка адаптивного алгоритма управления движением судна по криволинейной траектории // Гирокоспия и навигация. - 2011. - № 4. - С. 22-31.
18. **Довгоброд, Г.М.** Использование параметрической аппроксимации при планировании траекторий движения аппаратов / Г.М.Довгоброд, Л.М.Клячко, А.В.Рогожников // Изв. вузов. Приборостроение. - 2009. - Т. 52, № 9. - С. 11-17.
19. **LaValle S.M.** Planning Algorithms. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
20. **Girbes V., Armesto L., Tornero J.** Continuous-Curvature Control of Mobile Robots with Constrained Kinematics. Proceedings of the 18th IFAC World Congress, 2011 – P. 3503-3508.

Abstract. An approach to the development of trajectory motion control system for mobile robot along piecewise smooth path, defined by waypoints and parameterized set of straight and circular sections, is described. The synthesis of control based on the differential-geometric approach and nonlinear transformation of dynamic model. Main results are presented by task-oriented model of spatial motion and a suitable nonlinear algorithm of control

Key words: Path Following, Robot Control, Coordinate Transformation Method

Материал поступил 18.01.13