

Ю.К. ЖБАНОВ, Д.М.КЛИМОВ, Е.Ю. АЛЁХОВА, В.Л. ПЕТЕЛИН,
Л.Н. СЛЁЗКИН, А.И. ТЕРЁШКИН

КОРРЕКЦИЯ МАСШТАБНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ДАТЧИКА УГЛОВОЙ СКОРОСТИ БИНС БЫСТРОВРАЩАЮЩЕГОСЯ ОБЪЕКТА

Дано обоснование и описание алгоритма, с помощью которого списывается погрешность в определении ориентации объекта, вызванная погрешностью масштабного коэффициента датчика угловой скорости оси быстрого вращения. Алгоритм предусматривает коррекцию масштабного коэффициента датчика угловой скорости по показаниям одноосного стабилизатора.

Введение

Для бесплатформенных интегрированных навигационных систем (БИНС) объекта с быстрым вращением вокруг продольной оси рассматривается задача комплексирования триады датчиков угловой скорости (ДУС) с одноосным гиростабилизатором. Потребность в комплексировании определяется слишком высокими требованиями к знанию масштабного коэффициента ДУС с осью чувствительности по оси быстрого вращения [1, 2]. Простая замена ДУС одноосным стабилизатором не дает удовлетворительного результата, если цена младшего разряда его датчика угла недостаточна для обеспечения нужной точности. В основе решения задачи комплексирования лежит возможность уточнения масштабного коэффициента за счет сравнения интеграла по времени от показаний ДУС с углом поворота рамки стабилизатора за то же время [3]. В задачу комплексирования включается проблема правильного учета погрешности, накопленной за время, необходимое для определения точного значения масштабного коэффициента.

Определение углов ориентации при эпизодической коррекции масштабного коэффициента ДУС оси быстрого вращения

С объектом свяжем приборный трехгранник X . Его ориентация по отношению к некоторому неподвижному в инерциальном пространстве трехграннику S может быть задана кватернионом $\Lambda_{SX}(t)$ [4, 5].

Жбанов Юрий Константинович. Доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией Учреждения Российской Академии наук Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. (Москва). Действительный член Академии навигации и управления движением

Климов Дмитрий Михайлович. Доктор физико-математических наук, академик РАН, советник РАН. Учреждение Российской Академии наук Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. Почетный член Академии навигации и управления движением.

Алёхова Елена Юрьевна. Программист Учреждения Российской Академии наук Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН.

Петелин Владимир Львович - главный научный сотрудник Федерального космического агентства ФГУП «ЦЭНКИ», филиал: «Научно-исследовательский институт прикладной механики имени академика В.И. Кузнецова» (Москва).

Слёзкин Леонид Николаевич. Кандидат физико-математических наук, начальник сектора Федерального космического агентства ФГУП «ЦЭНКИ», филиал: «Научно-исследовательский институт прикладной механики имени академика В.И. Кузнецова».

Терёшкин Александр Иванович – начальник отдела Федерального космического агентства ФГУП «ЦЭНКИ», филиал: «Научно-исследовательский институт прикладной механики имени академика В.И. Кузнецова».

На каждом такте времени длительностью τ с гироскопических чувствительных элементов снимается информация об углах поворота трехгранника вокруг каждой его оси. Эту информацию можно представить в виде вектора малого поворота в проекциях на оси приборного трехгранника $\vec{s}_X$. По вектору $\vec{s}_X$ можно построить кватернион Λ_τ и вычислить кватернион $\Lambda_{SX}(t + \tau)$ по формуле

$$\Lambda_{SX}(t + \tau) = \Lambda_{SX}(t) \circ \Lambda_\tau. \quad (1)$$

Для точного построения кватерниона Λ_τ по вектору $\vec{s}_X$ надо рассчитать модуль вектора $\vec{s}_X$ и вычислить кватернион по формуле

$$\Lambda_\tau = \cos\left(\frac{|\vec{s}_X|}{2}\right) + \frac{\vec{s}_X}{|\vec{s}_X|} \sin\left(\frac{|\vec{s}_X|}{2}\right). \quad (2)$$

Если трехгранник вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}_x$, заданной своими проекциями на оси трехгранника X , то изменение кватерниона Λ_{SX} со временем описывается уравнением

$$\dot{\Lambda}_{SX} = \frac{1}{2} \Lambda_{SX} \circ \vec{\omega}_x. \quad (3)$$

При численном интегрировании уравнения (3), записанном в виде формулы (1), используется вектор угловой скорости, измеренный с точностью до собственного дрейфа $\Delta\vec{\omega}_x$ приборного трехгранника. В результате вычислений получается кватернион Λ_{SX} , который фактически удовлетворяет уравнению

$$\dot{\Lambda}_{SX} = \frac{1}{2} \Lambda_{SX} \circ (\vec{\omega}_x - \Delta\vec{\omega}_x), \quad (4)$$

поскольку система съема информации не чувствует собственного дрейфа. Кватернион Λ_{SX} при одинаковых начальных условиях для (3) и (4) немного отличается от кватерниона Λ_{SX} , и построенный с опорой на трехгранник X по этому кватерниону трехгранник S' отличается от трехгранника S . Ориентация трехгранника S' относительно трехгранника S характеризуется кватернионом

$$\Lambda_{SS'} = \Lambda_{SX} \circ \bar{\Lambda}_{S'X}, \quad (5)$$

так что выполняется соотношение

$$\Lambda_{SX} = \Lambda_{SS'} \circ \Lambda_{S'X}. \quad (6)$$

Кватернион $\Lambda_{SS'}$ можно назвать корректирующим, поскольку он согласно формуле (6) позволяет устранить погрешность вычисления углов ориентации, вызванную погрешностью в измерении угловой скорости. Зависимость корректирующего кватерниона от времени определяется уравнением

$$\begin{aligned} \dot{\Lambda}_{SS'} &= \dot{\Lambda}_{SX} \circ \bar{\Lambda}_{S'X} + \Lambda_{SX} \circ \dot{\bar{\Lambda}}_{S'X} = \frac{1}{2} \Lambda_{SX} \circ \vec{\omega}_x \circ \bar{\Lambda}_{S'X} - \frac{1}{2} \Lambda_{SX} \circ (\vec{\omega}_x - \Delta\vec{\omega}_x) \circ \bar{\Lambda}_{S'X} = \\ &= \frac{1}{2} \Lambda_{SX} \circ \Delta\vec{\omega}_x \circ \bar{\Lambda}_{S'X} = \frac{1}{2} \Lambda_{SS'} \circ \Lambda_{S'X} \circ \Delta\vec{\omega}_x \circ \bar{\Lambda}_{S'X} = \frac{1}{2} \Lambda_{SS'} \circ \Delta\vec{\omega}_{S'}, \end{aligned}$$

т.е.

$$\dot{\Lambda}_{SS'} = \frac{1}{2} \Lambda_{SS'} \circ \Delta\vec{\omega}_{S'}, \quad (7)$$

где

$$\Delta \vec{\omega}_{s'} = \Lambda_{s'X} \circ \Delta \vec{\omega}_x \circ \bar{\Lambda}_{s'X} \quad (8)$$

Таким образом, трехгранник S' , который согласно счислению должен быть неподвижным, дрейфует относительно действительно неподвижного трехгранника S с угловой скоростью дрейфа приборного трехгранника, который для записи уравнения удобно представить в проекциях на собственные оси дрейфующего трехгранника S' .

Для получения точного значения проекции угловой скорости на ось x_3 в показании соответствующего ДУС надо ввести уточняющий множитель $1 + \Delta m$. Если множитель не вводится, то приборный трехгранник дрейфует с угловой скоростью

$$\Delta \vec{\omega}_x = \vec{e}_3 \omega_{x3} \Delta m, \quad (9)$$

где $\vec{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ – единичный вектор оси x_3 трехгранника X .

В проекциях на оси трехгранника S' этот вектор дрейфа имеет вид

$$\Delta \vec{\omega}_{s'} = \Lambda_{s'X} \circ \vec{e}_3 \omega_{x3} \Delta m \circ \bar{\Lambda}_{s'X} = (\Lambda_{s'X} \circ \vec{e}_3 \omega_{x3} \circ \bar{\Lambda}_{s'X}) \Delta m. \quad (10)$$

Данное значение вектора можно использовать при интегрировании уравнения (7) корректирующего кватерниона, в котором следует изменить нижний индекс

$$\dot{\Lambda}_{\tilde{S}S'} = \frac{1}{2} \Lambda_{\tilde{S}S'} \circ \Delta \vec{\omega}_{s'}, \quad (11)$$

чтобы отразить тот факт, что трехгранник $\tilde{S}$, поставленный на место неподвижного трехгранника S в (7), не является неподвижным до тех пор, пока уточняющий множитель $1 + \Delta m$ определен с погрешностями.

Ввиду малости угловой скорости $\Delta \vec{\omega}_{s'}$ при численном интегрировании уравнения (11) можно использовать достаточно крупный шаг по времени, кратный целому числу тактов съема информации длительностью τ ; обозначим его T . Следующие друг за другом интервалы времени длительностью T , начиная с момента начала работы системы счисления, пронумеруем порядковыми номерами T_i . Для каждого из этих интервалов в рабочем такте численного интегрирования основного уравнения (1) кватерниона ориентации $\Lambda_{s'X}$ предусмотрим вычисление интеграла по времени от вектора $\Lambda_{s'X} \circ \vec{e}_3 \omega_{x3} \circ \bar{\Lambda}_{s'X}$:

$$\vec{r}_i = \int_{T_i} \Lambda_{s'X} \circ \vec{e}_3 \omega_{x3} \circ \bar{\Lambda}_{s'X} dt \quad (12)$$

Пусть по завершении некоторого интервала T (обозначим его номер как n) получено новое значение поправки Δm к уточняющему множителю масштабного коэффициента. Для каждого интервала T_i по хранящемуся в памяти значению вектора $\vec{r}_i$ можно рассчитать вектор малого поворота, умножив вектор $\vec{r}_i$ на одинаковый для всех интервалов множитель Δm , и рассчитать соответствующий ему кватернион Λ_i . Корректирующий кватернион вычисляется как последовательное произведение (слева направо) полученных кватернионов.

Если положения, которые трехгранник S' принимает в моменты завершения интервалов T_i , обозначить S'_i и кватернион, задающий его ориентацию, обозначить $\Lambda_{\tilde{S}S'_i}$, то, используя соотношения:

$$\Lambda_{\tilde{S}\tilde{S}} = 1 \text{ (единичный кватернион);} \quad (13)$$

$$\Lambda_{\tilde{S}S'_i} = \Lambda_{\tilde{S}S'_{i-1}} \circ \Lambda_i, \quad (14)$$

можно вычислить кватернион $\Lambda_{\tilde{S}S'_n}$.

Кватернион $\Lambda_{S'_n S'}$ строится, как все кватернионы Λ_i , но вместо величины $\vec{r}_i$ используется текущее значение интеграла $\vec{r}_{n+1}$ незавершенного интервала T_{n+1} . Рабочее значение корректирующего кватерниона, как и кватернион $\Lambda_{S'_n S'}$, вычисляется на каждом такте съема информации. Вычисление выполняется по формуле

$$\Lambda_{\tilde{S}S'} = \Lambda_{\tilde{S}S'_n} \circ \Lambda_{S'_n S'}. \quad (15)$$

В качестве выходной информации о вычисленной ориентации выдается кватернион $\Lambda_{\tilde{S}X}$, рассчитанный по формуле

$$\Lambda_{\tilde{S}X} = \Lambda_{\tilde{S}S'} \circ \Lambda_{S'X} \quad (16)$$

Уточнение масштабного коэффициента по показаниям одноосного стабилизатора

Трехгранник $\tilde{S}$, который можно построить на основе трехгранника X по кватерниону $\Lambda_{\tilde{S}X}$, будет тем ближе к неподвижному трехграннику S и тем медленнее дрейфовать, чем точнее определена поправка Δm уточняющего множителя. Возможная точность определения этой поправки возрастает по мере увеличения угла суммарного поворота объекта вокруг оси x_3 т.е. растет со временем.

Для вычисления уточняющего множителя $1 + \Delta m$ используются измерения поворота объекта вокруг оси x_3 полученные:

- интегрированием показаний ДУС этой оси

$$\gamma_n^{\text{ДУС}} = \sum_{i=1}^n s_{x_3}(i), \quad (17)$$

где $s_{x_3}(i)$ – угол малого поворота, замеренный ДУС оси x_3 на i -м такте съема информации;

- по отсчетам датчика угла поворота рамки одноосного стабилизатора

$$\gamma_n^{\text{ос}} = \sum_{i=1}^n (\gamma(i) - \gamma(i-1)), \quad (18)$$

где $\gamma(i)$ – угол поворота рамки стабилизатора, зафиксированный на i -м такте съема информации. Суммирование разностей позволяет представить произвольное значение суммарного угла поворота по показаниям датчика с диапазоном измерения угла от 0 до 2π .

Грубую оценку величины уточняющего множителя масштабного коэффициента можно получить по формуле

$$1 + \Delta m = \frac{\gamma_n^{\text{ос}}}{\gamma_n^{\text{ДУС}}}, \quad (19)$$

или, что фактически то же

$$\Delta m = \frac{\gamma_n^{os} - \gamma_n^{ДУС}}{\gamma_n^{ДУС}}. \quad (20)$$

Оценка тем точнее, чем больше угол в знаменателе, но ее гарантированная точность не выше отношения цены младшего разряда отсчета γ_n^{os} к знаменателю.

Точность оценки значительно повышается, если использовать линейную аппроксимацию разности $y_i = \gamma_i^{os} - \gamma_i^{ДУС}$ как функции угла, замеренного ДУС $x_i = \gamma_i^{ДУС}$: $y_i = a + bx_i$, i от 1 до n . Коэффициент b дает более точную оценку величины Δm

$$\Delta m = b. \quad (21)$$

Для вычисления коэффициентов по стандартному алгоритму линейной аппроксимации требуются суммы:

$$\Sigma_n^x = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}, \quad \Sigma_n^{xx} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n}, \quad \Sigma_n^{yx} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i x_i}{n}, \quad \Sigma_n^y = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}. \quad (22)$$

Выражения для коэффициентов имеют вид:

$$\begin{aligned} \Delta_a &= \Sigma_n^y \cdot \Sigma_n^{xx} - \Sigma_n^{yx} \cdot \Sigma_n^x; \\ \Delta_b &= \Sigma_n^{yx} - \Sigma_n^y \cdot \Sigma_n^x; \\ \Delta &= \Sigma_n^{xx} - \Sigma_n^x \cdot \Sigma_n^x; \\ a &= \frac{\Delta_a}{\Delta}, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta}. \end{aligned} \quad (23)$$

Вычисление уточняющего коэффициента удобно выполнять с периодичностью, равной или кратной интервалу T . Вычисление сумм линейной аппроксимации удобно выполнить с той же периодичностью, предусмотрев промежуточное суммирование на каждом такте съема информации внутри каждого интервала T_i :

$$\tilde{\Sigma}_k^x = \sum_{j=1}^k x_j, \quad \tilde{\Sigma}_k^{xx} = \sum_{j=1}^k x_j^2, \quad \tilde{\Sigma}_k^{yx} = \sum_{j=1}^k y_j x_j, \quad \tilde{\Sigma}_k^y = \sum_{j=1}^k y_j, \quad (24)$$

где k определяется соотношением $T = k \cdot \tau$. По завершении каждого такта T_i заново производится вычисление сумм аппроксимации

$$\tilde{\Sigma}_{n+k}^x = \tilde{\Sigma}_n^x \frac{n}{n+k} + \frac{\tilde{\Sigma}_k^x}{n+k} \quad (25)$$

с такими же формулами для остальных трех сумм с верхними индексами xx , xy , y и последующей заменой значения n на значение $n+k$, в том числе и в индексах. Коэффициент b для использования в формуле (21) вычисляется по соответствующей формуле из (23).

При вычислении нового значения корректирующего кватерниона используется новое значение поправки Δm к уточняющему множителю.

Линейная аппроксимация при формировании поправки Δm эффективно сглаживает не только шум, связанный с дискретностью съема угла, но и румбовую погрешность датчика угла и даже динамическую погрешность следящей системы стабилизации.

Математическое моделирование работы предложенного алгоритма

Для проверки эффективности предложенного алгоритма выполнено математическое моделирование его работы [6].

Угловое движение приборного трехгранника X моделируется в виде двух вращений:

- быстрое вращение с постоянной угловой скоростью вокруг оси x_3 , неподвижной в приборном трехграннике X ;
- менее быстрое вращение с постоянной угловой скоростью вокруг оси, отклоненной на некоторый угол α от оси первого вращения и неподвижной в инерциальном пространстве, с которым связан трехгранник S .

Ось быстрого вращения участвует во втором вращении и движется в инерциальном трехграннике S по конусу с углом α при вершине.

В вариантах, для которых проводилось моделирование, угловая скорость быстрого вращения принята равной 360 град/с, угловая скорость второго вращения – 40 град/с; углу α придаются значения 1, 5, 10, 20°. Угловое движение трехгранника моделируется на 30-минутном интервале. Тактовая частота съема информации принята равной 1000 Гц, что соответствует значению $\tau = 0,001$ с, интервал обновления коррекции масштабного коэффициента принят равным $T = 1$ с.

При отсутствии всех других погрешностей, кроме масштабного коэффициента ДУС по оси x_3 , принятого равным 1,0001, погрешность вычисления ориентации с использованием алгоритма компенсации на всем 30-минутном интервале не превысила 3,5 угл. с. Моделирование выполнено с перебором значений угла между осями 1, 5, 10, 20°.

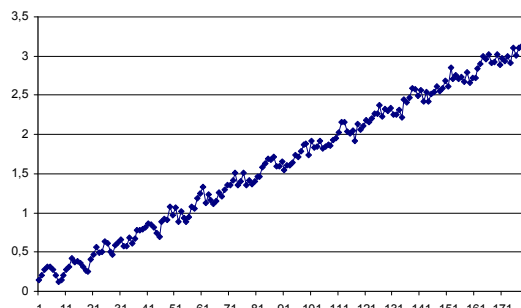


Рис. 1. Погрешность работы алгоритма с компенсацией при отсутствии инструментальных погрешностей, кроме отклонения масштабного коэффициента ($\Delta m_3 = 0.0001$) при угле $\alpha = 20^\circ$

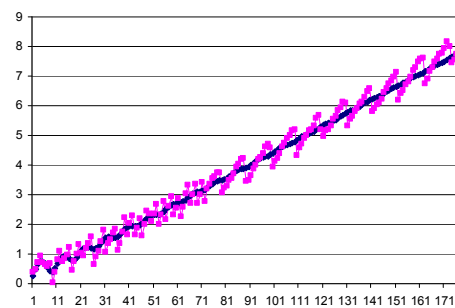


Рис. 2. Постоянный дрейф по каждой оси x_1 и x_2 на уровне 0,05 град/ч, перекос осей x_1 и x_2 между собой на 32 угл. с, отклонение масштабных коэффициентов по осям x_1 и x_2 ($\Delta m_1 = 0.0001$, $\Delta m_2 = 0.0001$). Угол $\alpha = 1^\circ$. Прерывистый график – погрешность работы алгоритма с компенсацией при $\Delta m_3 = 0.0001$. Линейный график – без компенсации при $\Delta m_3 = 0$

На обоих рисунках шкала времени – в 10-секундных интервалах (180 интервалов = 1800 с = 30 мин). Отсчет погрешности в угловых секундах

При постоянном дрейфе ДУС по оси x_3 погрешность вычисления ориентации при точном масштабном коэффициенте (без компенсации) составила

90 угл. мин, погрешность вычисления при масштабном коэффициенте 1,0001, с использованием алгоритма компенсации, не превысила 3,5 угл. с. Моделирование выполнено с углом между осями 20° (рис. 1).

При наличии постоянного дрейфа ДУС по двум осям на уровне 0,05 град/ч по каждой оси, перекося осей между собой на 32 угл. с и отклонения масштабных коэффициентов $\Delta m_1 = 0,0001$, $\Delta m_2 = 0,0001$ моделирование выполнено для угла между осями 1° (рис. 2).

Видно, что погрешность алгоритма с компенсацией при $\Delta m_3 = 0,0001$ практически совпадает с погрешностью алгоритма без компенсации при $\Delta m_3 = 0$.

Заключение

Особенность предложенного в данной работе алгоритма состоит в следующем. Уточнение масштабного коэффициента за счет сравнения интеграла по времени от показаний ДУС с углом поворота стабилизатора выполняется эпизодически в течение всего полета с точностью, повышающейся со временем. Вся погрешность в определении углов ориентации объекта, накопленная за время, прошедшее до уточнения коэффициента, при каждом сеансе коррекции списывается полностью. Если фактическое значение масштабного коэффициента стабильно, то погрешность от неточности масштабного коэффициента полностью устраняется.

Результаты математического моделирования показывают высокую эффективность предложенного алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев, В.Д. Теория инерциальной навигации. Автономные системы. - М., Наука, 1966, 579 с.
2. Климов, Д.М. Инерциальная навигация на море. - М., Наука, 1984, 180 с.
3. Панов, А.П. Математические основы теории инерциальной навигации. - Киев, Наукова думка, 1995, 277с.
4. Бранец В. Н. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В. Н. Бранец, И. П. Шмыглевский. - М., Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992, 280 с.
5. Бранец, В. Н. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В. Н. Бранец, И. П. Шмыглевский.. М.: Наука, 1992, 270 с.
6. Алехова, Е.Ю. Математическая модель блока чувствительных элементов для отработки бортовых алгоритмов навигационных систем. Санкт-Петербург // Гироскопия и навигация. – 2009. - №4. – С. 81-83.

Abstract. The article is consecrated to the problem of the integration of an angular rate sensor (ARS) triad and a single-axis gyrostabilizer for a fast rotating SINS object. The integration is needed because of too high requirements for the accuracy of the scale factor of the ARS with sensitive axis on the axis of fast rotation. It is not possible to receive an acceptable result with a simple replacement of an AVS by a single-axis gyrostabilizer if its discretization error is too large to attain the needed accuracy. The solution of the integration problem is based on the possibility to refine the scale factor by the comparison of ARS measurements' time integral and frame rotation angle for the same time period. The specialty of the proposed solution is that the scale factor is being refined during all the flight time, the refinement accuracy is increasing with time and the accumulated object's orientation measurement error is corrected by a special algorithm. The article describes and founds the correctness of that algorithm.

Key words: angular rate sensor, SINS, fast rotating SINS object, algorithm

Материал поступил 30.05.12