

◆ В ПОМОЩЬ ИССЛЕДОВАТЕЛЯМ И РАЗРАБОТЧИКАМ ◆

УДК 621.396.988.6

Ю. А. ЛИТМАНОВИЧ

**ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ
К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ИЗБЫТОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ
В ЗАДАЧАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ
ПО НАБЛЮДЕНИЮ ЗА ДВУМЯ ВЕКТОРАМИ**

В работе обобщаются результаты применения одного подхода к использованию избыточной информации в широко встречаемой на практике задаче определения взаимной ориентации двух трехгранников по измерениям проекций двух единичных векторов на оси обоих трехгранников. Подход основан на использовании соотношения для скалярного произведения векторов, которому должны удовлетворять все 12 компонент наблюдаемых векторов.

Полезность использования предлагаемого подхода для калибровки датчиков показана на примере карданной инерциальной навигационной системы на электростатических гироскопах, а полезность использования его для восстановления одной из компонент векторов – на примере двух задач: одна связана с определением ориентации летательного аппарата по показаниям акселерометров и магнитометров, другая – с определением ориентации скважины при использовании гироинклинометра, в котором отсутствует измеритель продольной составляющей угловой скорости.

Введение

В общеизвестных публикациях, посвященных задаче определения взаимной ориентации двух трехгранников по измерениям проекций единичных векторов на оси обоих трехгранников (которую для краткости называют задачей определения угловой ориентации по наблюдению за векторами), имеющаяся избыточная информация используется для получения наилучших оценок параметров ориентации, на основании априорной информации о статистических характеристиках погрешностей измерителей [1].

Литманович Юрий Аронович. Доктор технических наук, начальник отдела, ученый секретарь ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (С.-Петербург). Действительный член Академии навигации и управления движением.

Такой подход был разработан для произвольного количества наблюдаемых векторов и, естественно, может быть использован для случая двух векторов, являющегося предельным при определении пространственной ориентации. В случае двух векторов, начиная с 1964 г. широко используют простой и элегантный алгоритм, называемый TRIAD [1, 2], в основе которого лежит построение вспомогательной ортогональной системы координат (СК) на двух единичных векторах, один из которых выбирается в качестве опорного. Использование избыточной информации в данном случае может быть сведено либо к оптимальному взвешиванию двух решений, полученных при выборе каждого из векторов в качестве опорного [3], либо к оптимальному выбору опорного вектора в плоскости, содержащей наблюдаемые векторы [5]. Детальное сравнение оптимизированных вариантов алгоритма TRIAD и оптимального подхода приведено в работах [4, 5].

В рамках алгоритма TRIAD независимо вычисляются два значения скалярного произведения векторов через их проекции в каждой из рассматриваемых СК, из равенства которых может быть получено соотношение, устанавливающее связь всех 12 компонент наблюдаемых векторов. Очевидно, что данное соотношение является отражением наличия информационной избыточности в рассматриваемой задаче, однако в общеизвестных публикациях оно использовалось исключительно для контроля достоверности выходных сигналов датчиков (scalar checking) [6].

В статье обобщаются результаты использования данного соотношения для решения более широкого круга прикладных задач, связанных с улучшением характеристик систем ориентации в целом, таких как:

- калибровка погрешностей датчиков [8, 9];
- восстановление любой одной компоненты одного из векторов по показаниям остальных датчиков (в случае, когда измеритель данной компоненты либо отсутствует [13], либо его выходной сигнал сильно искажен, например маневром объекта [12]).

Статья построена следующим образом. Вначале кратко излагаются математические основы общей задачи определения угловой ориентации по наблюдению за векторами. Особый акцент делается на методах использования избыточной информации, имеющей место при решении задачи по двум векторам, в частности выводится соотношение, лежащее в основе рассматриваемого подхода. Затем приводятся два примера использования данного соотношения для целей калибровки датчиков, относящиеся к калибровке дрейфов гироскопов и геометрических параметров в карданной инерциальной навигационной системе (ИНС) на электростатических гироскопах (ЭСГ). В заключение рассматриваются два примера использования данного соотношения для восстановления одной компоненты одного из векторов по показаниям остальных датчиков. Первый связан с определением ориентации летательного аппарата (ЛА) по показаниям магнитометров и акселерометров, когда выходные сигналы либо продольного, либо поперечного акселерометров должны быть восстановлены в зависимости от вида маневра (разгон/торможение или вираж), а второй – с определением ориентации скважины при использовании гироинклинометра, в котором отсутствует измеритель продольной составляющей угловой скорости. В обоих случаях благодаря использованию указанного соотношения удалось получить эффективные алгоритмы работы систем, выполнить анализ погрешностей и без труда сформулировать ограничения по использованию таких систем ориентации.

Математические основы определения угловой ориентации по наблюдению за векторами

Основные соотношения

Рассматривается задача определения взаимной угловой ориентации двух СК – связанной с объектом $\{b\}$ и некоторой отсчетной $\{i\}$ – по информации о проекциях n единичных векторов $\mathbf{e}_j$ ($j=1\dots n$, $n \geq 2$) на оси этих СК – e_{jb} , e_{ji} соответственно. Как правило, проекции e_{jb} доступны измерению датчиками, установленными на подвижном объекте, а проекции e_{ji} могут быть рассчитаны по имеющейся внешней (по отношению к данной задаче) информации. В случае когда в качестве параметров угловой ориентации используются элементы матрицы направляющих косинусов, определению подлежит матрица C_b^i , удовлетворяющая следующим соотношениям, определяемым для каждого из векторов

$$e_{ji} = C_b^i e_{jb} \quad (j=1\dots n) \quad (1)$$

Из трех скалярных соотношений (1), относящихся к каждому из векторов, независимыми являются только два, поскольку существует одно соотношение связи, являющееся условием нормировки вектора. Следовательно, при определении ориентации даже в случае двух векторов имеет место избыточность информации. Для получения решения для матрицы C_b^i избыточная информация должна быть либо отброшена, либо использована в целях повышения точности решения задачи в статистическом плане. Таким образом, существуют два подхода к решению рассматриваемой задачи – детерминированный (или алгебраический) и статистический (или оптимальный).

Алгоритм TRIAD

Данный алгоритм основан на построении ортогональной СК $\{g\}$ на двух непараллельных единичных векторах $\mathbf{e}_j$ ($j=1,2$). Обычно используется следующий метод построения СК $\{g\}$: одна ось совпадает с одним из векторов (принято этот вектор называть опорным), другая ось ортогональна обоим векторам, а третья ось направлена так, чтобы образовать с первыми двумя правый ортогональный базис. В случае когда за опорный принимается первый вектор $\mathbf{e}_1$, этот метод имеет следующую векторную форму:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1 &= \mathbf{e}_1; \\ \mathbf{g}_2 &= \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 / |\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2|; \\ \mathbf{g}_3 &= \mathbf{g}_1 \times \mathbf{g}_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Если известны проекции векторов на оси СК $\{b\}$ и $\{i\}$ (e_{jb} , e_{ji}), то в соответствии с правилом (2) могут быть рассчитаны две матрицы направляющих косинусов C_b^g , C_i^g , которые определяют угловую ориентацию СК $\{g\}$ относительно СК $\{b\}$ и $\{i\}$ соответственно:

$$C_b^g = [g_{1b} \ g_{2b} \ g_{3b}]; \quad C_i^g = [g_{1i} \ g_{2i} \ g_{3i}]. \quad (3)$$

Тогда для искомой матрицы, определяющей ориентацию СК $\{i\}$ относительно СК $\{b\}$, имеем

$$C_b^i = (C_i^g)^T C_b^g. \quad (4)$$

Соотношение (4) совместно с формулами (2), (3) определяет алгебраический алгоритм TRIAD в его исходном виде [1, 2].

Два вектора однозначно определяют только единичный вектор $\mathbf{g}_2$ второй оси СК $\{g\}$, в то время как направление двух других единичных векторов $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_3$ относительно наблюдаемых $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ может быть выбрано произвольно. Так, в отличие от рассмотренного выше случая, когда один из векторов выбран в качестве опорного, может быть использован следующий симметричный метод построения единичных векторов [1]:

$$\mathbf{g}_1 = \mathbf{g}_+, \quad \mathbf{g}_3 = \mathbf{g}_-, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{g}_+ = (\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_1) / [2 \cos(\psi/2)]; \quad \mathbf{g}_- = (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) / [2 \sin(\psi/2)] \quad (6)$$

и ψ – угол между наблюдаемыми векторами.

Интуитивно понятно, что метод, определяемый соотношениями (2), следует использовать, если один вектор известен значительно лучше, чем другой, а метод, определяемый соотношениями (6), – когда оба вектора известны с одинаковой точностью. Данное утверждение было строго доказано в работе [4].

Статистический подход

Статистически оптимальный подход обеспечивает получение наилучшей оценки параметров ориентации, используя информацию обо всех наблюдаемых векторах. В основе этого подхода – вычисление матрицы ориентации, минимизирующей следующую квадратичную функцию потерь [1]:

$$L(C_b^i) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n a_j \|\mathbf{e}_{ji} - C_b^i \mathbf{e}_{jb}\|^2, \quad (7)$$

где a_j – неотрицательный весовой коэффициент j -го вектора (здесь и далее под $\mathbf{e}_{ji}, \mathbf{e}_{jb}$ понимаются оценки соответствующих проекций векторов, полученные по результатам измерений или расчетов).

Весовые коэффициенты позволяют учесть «степень доверия» данным по каждому из наблюдаемых векторов и выбираются исходя из априорной информации: обратно пропорционально полной дисперсии погрешности, связанной с конкретным вектором, с учетом условия нормировки весовых коэффициентов для всех векторов [1]

$$a_j = \sigma_0^2 / \sigma_j^2, \quad (8)$$

где

$$(\sigma_0^2)^{-1} = \sum_{j=1}^n (\sigma_j^2)^{-1}; \quad \sigma_j^2 = \sigma_{jb}^2 + \sigma_{ji}^2. \quad (9)$$

При разработке эффективных в вычислительном плане оптимальных алгоритмов задача минимизации функции потерь (7) сводится либо к поиску мак-

сумма некоторой билинейной формы, либо к поиску минимума евклидовой нормы матрицы [1, 3]. Подробный обзор публикаций, посвященных алгоритмам, реализующим статистический подход к определению угловой ориентации по наблюдению за векторами, приведен в работе [7].

В контексте данного рассмотрения важно подчеркнуть, что при выборе коэффициентов a_j погрешности измеренных и расчетных составляющих векторов являются гауссовыми, некоррелированными, центрированными случайными величинами, причем для каждого j -го вектора дисперсии погрешностей знания каждой из трех его компонент в связанной СК равны σ_{jb}^2 , а в отсчетной СК – σ_{ji}^2 . Данное условие является достаточно жестким и не всегда выполняется (в частности, в рассматриваемом ниже случае, когда наблюдаемыми векторами являются векторы кинетических моментов ЭСГ).

Уравнение связи для проекций двух векторов

Имеющаяся в рассматриваемой задаче избыточная информация сосредоточена в косинусе угла между наблюдаемыми векторами, который может быть выражен через их проекции в обеих СК:

$$\cos \psi_i = \mathbf{e}_{1i} \cdot \mathbf{e}_{2i}; \quad \cos \psi_b = \mathbf{e}_{1b} \cdot \mathbf{e}_{2b}. \quad (10)$$

Невязка

$$\varepsilon = \cos \psi_i - \cos \psi_b \quad (11, a)$$

характеризует погрешности знания проекций векторов в обеих СК и традиционно используется для контроля исходной информации [6]. Между тем она может рассматриваться и как постоянно доступное автономное измерение, обработка которого может расширить возможности калибровки инструментальных погрешностей систем ориентации. Заметим также, что очевидное соотношение

$$\cos \psi_i - \cos \psi_b = 0, \quad (11, б)$$

являющееся уравнением, связывающим все 12 проекций двух наблюдаемых векторов, позволяет выразить любую одну проекцию вектора через другие, что делает возможным восстановление информации одного из датчиков, когда его выходной сигнал либо искажен, либо вообще отсутствует. Оба эти аспекта использования соотношения, связывающего проекции двух векторов, для улучшения характеристик систем ориентации и составляют суть подхода, который ниже будет проиллюстрирован.

Калибровка датчиков в ИНС на ЭСГ

Постановка задачи определения угловой ориентации

Ограничим рассмотрение схемой ИНС на двух ЭСГ, в которой каждый гироскоп установлен в двухосном кардановом подвесе (КП) [8]. Остры осей вращения роторов ЭСГ $\mathbf{e}_j$ ($j=1,2$) используются как наблюдаемые векторы для определения угловой ориентации связанной СК $\{b\}$ относительно отсчетной инерциальной СК $\{i\}$. При этом проекции векторов в связанной СК $\mathbf{e}_{1b}, \mathbf{e}_{2b}$ вычисляются через показания датчиков угла на осях КП, а проекции векторов в инерциальной СК $\mathbf{e}_{1i}, \mathbf{e}_{2i}$ – интегрированием уравнений прецессионного движения роторов ЭСГ при известных значениях коэффициентов модели ухода (КМУ) ЭСГ от известных начальных условий, определенных на стадии калибровки ИНС при запуске и периодически уточняемых по результатам коррекции в процессе работы.

Искомая матрица C_b^i вычисляется с использованием алгоритма TRIAD в исходном виде (2)–(4), когда гироскоп, ориентированный параллельно оси вращения Земли (так называемый «полярный» гироскоп) выбирается в качестве опорного. Такой выбор обусловлен тем, что благодаря вращению Земли постоянный возмущающий момент, вызванный дебалансом ротора, не приводит к росту погрешностей хранения инерциального направления. Второй гироскоп ориентируется параллельно плоскости земного экватора (так называемый «экваториальный» гироскоп), чтобы обеспечить взаимную ортогональность наблюдаемых векторов.

Выражения для погрешностей расчета проекций каждого вектора на оси инерциальной СК e_{ji} можно получить варьированием векторного уравнения прецессионного движения гироскопа [8]:

$$\dot{e}_j = (n_{1j} + 2n_{2j} \cdot M_j)(e_f \times e_j) + m_{0j}e_{z kj} - n_{0j}e_{x kj}; \quad M_j = (e_j \cdot e_f), \quad (12)$$

где e_f – орт вертикали места; $e_{x kj}, e_{z kj}$ – орты СК $\{x_k, y_k, z_k\}_j$, связанной с внутренним кольцом КП j -го ЭСГ; m_{lj}, n_{lj} ($l = 0, 1, 2, \dots$) – коэффициенты модели увода j -го ЭСГ.

Погрешности знания измеренных составляющих наблюдаемых векторов e_{jb} обусловлены как погрешностями датчиков угла на осях КП, так и погрешностями знания геометрических параметров КП, к которым относят углы неортогональности измерительных осей КП и рассогласования их от измерительных осей чувствительных элементов. Для целей настоящей статьи ограничимся рассмотрением углов рассогласования датчика угла гироскопа и оси вращения его корпуса a_x, a_z (вращение корпуса ЭСГ вокруг оси кинетического момента используется для уменьшения составляющих уводящих моментов, постоянных в осях корпуса гироскопа). Влияние указанных параметров на погрешности выработки измеренных проекций вектора e_{jb} можно оценить, варьируя соотношения для проекций e_{jb} , выраженные через углы разворота колец КП, с учетом следующих соотношений для погрешностей измерения углов разворота внутреннего (h) и наружного (q) колец КП [9]:

$$\Delta h = a_x \sin \rho + a_z \cos \rho; \quad \Delta q \cosh = a_x \cos \rho - a_z \sin \rho, \quad (13)$$

где ρ – угол разворота корпуса ЭСГ.

Матрица C_b^n , характеризующая угловое перемещение от связанной СК $\{b\}$ к навигационной (географической) СК $\{n\}$, имеет вид

$$C_b^n = C_i^n C_b^i. \quad (14)$$

Матрица C_i^n определяет угловое перемещение от инерциальной СК $\{i\}$ к навигационной СК $\{n\}$, ее элементы являются известными функциями углов φ (широта места) и $\lambda_* = \lambda + \omega_3 t$, (где λ – долгота места, ω_3 – угловая скорость вращения Земли, t – текущее время).

Точность ИНС напрямую зависит от точности определения КМУ и геометрических параметров при запуске ИНС и возможности их уточнения в процессе работы. Для решения обеих задач традиционно используется внешняя информация о координатах места и скорости объекта, однако очевидно, что более предпочтительным является использование автономного измерения, доступного непрерывно.

Калибровка дрейфов ЭСГ

Для выставки и калибровки ИНС используются внешние данные о скорости и местоположении объекта. Однако для получения оценок всех значимых КМУ и параметров ориентации этого может быть недостаточно.

Рассмотрим информационное содержание автономного измерения (11, а) на качественном уровне для случая малых уходов ЭСГ, когда на всем интервале автономной работы ИНС выполняется условие $\psi \approx 90^\circ$. Ограничиваясь рассмотрением только погрешностей гироскопа, для (11, а) можно получить

$$\varepsilon = \Delta e_{i22} + \Delta e_{i31}, \quad (15)$$

где Δe_{ikj} – погрешность расчета k -й проекции ($k=1,2,3$) вектора $\mathbf{e}_j$ ($j=1,2$) в СК $\{i\}$.

Интегрируя дифференциальные уравнения для Δe_{i1} , Δe_{i2} , полученные варьированием (12), и подставляя полученные результаты в (15), имеем:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{\Delta m_{01}}{\omega} (\sin \lambda_* - \sin \lambda_{*0}) + \frac{\Delta \tilde{n}_{12} - \Delta \tilde{n}_{11}}{\omega} \cos \varphi (\cos \lambda_* - \cos \lambda_{*0}) + \\ & + \frac{\Delta n_{22}}{2\omega} \cos^2 \varphi (\cos 2\lambda_* - \cos 2\lambda_{*0}) + \Delta m_{02} b_0 t; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{Здесь} \quad \Delta \tilde{n}_{11} = \Delta n_{11} + \Delta n_{01} \frac{1}{\cos \varphi} + \Delta n_{21} \cdot 2 \sin \varphi; \quad \Delta \tilde{n}_{12} = \Delta n_{12} + \Delta n_{02} \frac{b_0}{\sin \varphi},$$

где b_0 – известный коэффициент, зависящий от φ ($b_0 < 1$), Δm_{01} , Δn_{11} , Δm_{02} , Δn_{12} – погрешности калибровки КМУ «полярного» ЭСГ ($j=1$) и «экваториального» ЭСГ ($j=2$), $\lambda_{*0} = \lambda_*(0)$.

Как видно из (16), обрабатывая измерение ε во времени, можно получить оценки следующих погрешностей знания КМУ ЭСГ и их линейных комбинаций:

$$\Delta m_{01}, \quad \Delta m_{02}, \quad \Delta n_{22} \quad \text{и} \quad (\Delta \tilde{n}_{12} - \Delta \tilde{n}_{11}).$$

Проследим влияние этих погрешностей на основные выходные параметры ИНС – координаты места (широта φ и долгота λ) и курс объекта K , основываясь на соотношениях, полученных в [8]:

$$\begin{aligned} \Delta \varphi = & -\Delta e_{i31}(0) \cos \lambda_* - \Delta e_{i11}(0) \sin \lambda_* + \frac{\Delta \tilde{n}_{11}}{\omega} \cos \varphi (1 - \cos \omega t) - \frac{\Delta m_{01}}{\omega} \sin \omega t; \\ \Delta \lambda \cos \varphi = & \Delta e_{i12}(0) \cos \varphi + \Delta \tilde{n}_{12} t \sin \varphi \cos \varphi + \frac{\Delta n_{22}}{\omega} \sin 2\varphi \cos \varphi (\sin \lambda_* - \sin \lambda_{*0}) + \\ & \Delta e_{i11}(0) \sin \varphi \cos \lambda_* - \Delta e_{i31}(0) \sin \varphi \sin \lambda_* - \frac{\Delta \tilde{n}_{11}}{\omega} \cos \varphi \sin \varphi \sin \omega t - \frac{\Delta m_{01}}{\omega} \sin \varphi \cdot (1 - \cos \omega t); \\ \Delta K \cos \varphi = & -\Delta e_{i11}(0) \cos \lambda_* + \Delta e_{i31}(0) \sin \lambda_* + \frac{\Delta \tilde{n}_{11}}{\omega} \cos \varphi \sin \omega t + \frac{\Delta m_{01}}{\omega} (1 - \cos \omega t), \end{aligned} \quad (17)$$

где $\Delta e_{ikj}(0)$ – погрешности определения начальных значений составляющих e_{ikj} .

Как видно из соотношений (17), непрерывная обработка измерений $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ на этапе калибровки ИНС позволяет получить оценки $\Delta\tilde{n}_{11}, \Delta\tilde{n}_{12}, \Delta n_{22}$ и линейной комбинации $\Delta e_{i11}(0)$ и Δm_{01} . При этом погрешность курса ΔK будет смещена от нуля на $\Delta m_{01}/(\omega \cos \varphi)$. Таким образом, использование только позиционных измерений приводит к известной проблеме ненаблюдаемости «восточного» дрейфа (в нашем случае параметр Δm_{01}), что обуславливает погрешность выработки курса объекта. Нетрудно заметить, что использование автономного измерения в дополнение к позиционным измерениям позволяет сделать наблюдаемыми все значимые КМУ ЭСГ и составляющие погрешностей расчета углового положения ЭСГ в инерциальной СК. Это утверждение остается справедливым и при проведении коррекций ИНС в процессе работы по координатам места.

Идея использования информационной избыточной информации для калибровки дрейфов ЭСГ была предложена еще в начале 70-х годов и реализована как в карданных, так и в бескарданных системах ориентации [10, 11].

Калибровка углов рассогласования датчика угла ЭСГ

Рассматриваемое автономное измерение помогает производить также и калибровку геометрических параметров, погрешность знания которых является другим основным источником погрешностей карданных ИНС на ЭСГ. Для демонстрации данного положения достаточно проанализировать выражение для автономного измерения ε , полученное при учете только введенных выше углов рассогласования между ротором ЭСГ и осью вращения его корпуса. Оно имеет следующий вид [9]:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & (a_{x1} \sin \lambda_* - a_{z1} \cos \lambda_*) \sin \rho_1 + (a_{x1} \cos \lambda_* + a_{z1} \sin \lambda_*) \cos \rho_1 + \\ & + (-a_{x2} b_0 \sin \varphi - a_{z2} \cos \varphi \sin \lambda_*) \sin \rho_2 - (-a_{x2} \cos \varphi \sin \lambda_* + a_{z2} b_0 \sin \varphi) \cos \rho_2, \end{aligned} \quad (18)$$

где ρ_j – угол разворота корпуса j -го ЭСГ.

Выражение (18) ясно показывает, что искомые параметры a_{xj} , a_{zj} могут быть определены из амплитуд синусной и косинусной составляющих функций углов ρ_j . Это можно сделать, если скорости вращения корпусов ЭСГ сделать различными, и учесть постоянно рассчитываемое в ИНС значение звездной долготы λ_* . Принимая во внимание, что скорость вращения корпуса ЭСГ выбирается намного больше скорости вращения Земли и угловой скорости из-за перемещения объекта относительно Земли, указанные амплитудные значения могут быть определены как коэффициенты Фурье на интервале времени, равном нескольким периодам оборота корпуса ЭСГ. Данная процедура не требует привлечения каких-либо внешних данных и позволяет удерживать погрешности знания указанных параметров на необходимом уровне на всем интервале работы системы.

Восстановление показаний одного из измерителей

Безгироскопная система ориентации летательного аппарата

В работе [12] была рассмотрена безгироскопная система ориентации летательного аппарата (ЛА), построенная на триаде акселерометров и триаде магнитометров. Ясно, что для прямолинейного полета ЛА без ускорения углы крена и тангажа могут быть вычислены по показаниям акселерометров, а угол

рыскания (курс) – с использованием показаний магнитометров. Во время маневров ЛА выходные сигналы акселерометров как измерителей углов наклона относительно горизонта искажаются инерционными ускорениями. В случае раздельных маневров виража и разгона/торможения искажению подвержен выходной сигнал только одного акселерометра (поперечного либо продольного), что дает основу для вычисления всех параметров ориентации без использования данных «возмущенного» акселерометра благодаря имеющейся в задаче избыточной информации. Использование уравнения связи (11, б) оказывается весьма полезным при решении данной задачи.

Для определения угловой ориентации ЛА удобно использовать алгоритм TRIAD, когда наблюдаемыми векторами являются вектора ускорения силы тяжести и напряженности магнитного поля Земли. Из уравнения связи в этом случае с очевидностью вытекает следующее соотношение:

$$n_x T_x + n_y T_y + n_z T_z - g_0 T_v = 0, \quad (19)$$

где n_x, n_y, n_z – проекции ускорения силы тяжести в связанной СК; T_x, T_y, T_z – выходные сигналы магнитометров; T_v – вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли; g_0 – ускорение силы тяжести (здесь сохранено обозначение осей связанной с ЛА СК, принятое в работе [12]).

Соотношение (19) может быть использовано для определения любой одной из входящих в него семи величин. Им можно воспользоваться для восстановления поперечной проекции ускорения силы тяжести n_z на вираже по показаниям «продольного» и «вертикального» акселерометров, а также продольной проекции ускорения силы тяжести n_x при разгоне/торможении по показаниям «поперечного» и «вертикального» акселерометров:

$$n_x = (g_0 T_v - N_y T_y - N_z T_z) / T_x; \quad (20)$$

$$n_z = (g_0 T_v - N_x T_x - N_y T_y) / T_z,$$

где N_x, N_y, N_z – выходные сигналы «продольного», «вертикального» и «поперечного» акселерометров соответственно.

Вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли T_v , значение которой необходимо знать для вычислений в соответствии с соотношениями (20), может быть определена непосредственно перед выполнением любого из рассматриваемых маневров из того же соотношения (19), когда выходные сигналы всех акселерометров еще «в норме». При этом полагается, что за время маневра T_v существенно не изменяется.

Из полученных выражений с очевидностью вытекают ограничения на использование рассматриваемой системы ориентации – неравенство нулю продольной (T_x) и поперечной (T_z) составляющих напряженности магнитного поля Земли. Выражая эти составляющие через горизонтальные и вертикальную компоненты напряженности магнитного поля Земли и углы крена, тангажа, рыскания, можно определить условия, когда восстановление сигнала акселерометра невозможно: вблизи экватора Земли (где вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли T_v близка к нулю) невозможно определить угол тангажа при полете по параллели с изменением скорости и угол крена при прохождении меридиана во время виража. Данное утверждение представляется очевидным с физической точки зрения, поскольку в указанных выше условиях

вектор напряженности магнитного поля Земли становится ортогональным плоскости изменения соответствующего угла. Не менее очевидным является еще одно ограничение, формально вытекающее из условия непараллельности наблюдаемых векторов – невозможность использования такой системы ориентации вблизи полюсов Земли. Следует также заметить, что на протяжении всего полета параметры ориентации определяются по единому алгоритму (алгоритму TRIAD), при этом необходимое восстановление показаний акселерометров во время маневров ЛА производится при подготовке исходных данных для алгоритма.

Гироинклинометр с неполным набором измерителей

Современные гироинклинометры (ГИ), предназначенные для осуществления навигации в скважинах малого диаметра, используют бескарданный измерительный модуль с неполным составом гироскопов (по сравнению с бескарданной ИНС). Так, в литературе достаточно широко рассматривается схема ГИ с тремя акселерометрами и двумя одноосными ДУС, измеряющими две взаимно ортогональные поперечные составляющие угловой скорости. ГИ данного типа работает в режиме точечного гирокомпасирования, когда угловая ориентация определяется на остановках скважинного прибора.

Рассматриваемая задача была формализована как задача определения угловой ориентации скважины по наблюдению за векторами силы тяжести и угловой скорости вращения Земли, но для случая, когда отсутствует измерение одной (продольной) составляющей угловой скорости [13]. Таким образом, для использования алгоритма TRIAD неизмеряемая составляющая должна постоянно восстанавливаться из показаний имеющегося набора датчиков.

Для понимания последующего изложения кратко представим постановку исходной задачи. Траекторные измерения, которые составляют основу подземной навигации, можно формализовать следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \Delta L_E \\ \Delta L_N \\ \Delta L_h \end{bmatrix} = \Delta L \begin{bmatrix} c_{13} \\ c_{23} \\ c_{33} \end{bmatrix}; \quad \begin{aligned} L_E &= \sum \Delta L_E; \\ L_N &= \sum \Delta L_N; \\ L_h &= \sum \Delta L_h, \end{aligned} \quad (21)$$

где $\Delta L_E, \Delta L_N, \Delta L_h$ – искомые приращения прямоугольных координат между последовательными точками остановки прибора; ΔL – известное расстояние между этими точками; c_{13}, c_{23}, c_{33} – элементы матрицы направляющих косинусов между осями географической (E, N, h) и связанной с прибором (x, y, z) СК, которые могут быть выражены через углы азимута и высоты. Как следует из (21), для решения задачи необходимо знать только 3 элемента матрицы c_{13}, c_{23}, c_{33} из 9, при этом можно показать, что неизмеряемая продольная компонента угловой скорости ω_z используется только для вычисления одного из них, а именно c_{23} .

Имеются два способа вычисления c_{23} . Один следует из условия нормировки элементов одного столбца матрицы направляющих косинусов:

$$c_{13}^2 + c_{23}^2 + c_{33}^2 = 1. \quad (22)$$

Другой основан на восстановлении составляющей ω_z с использованием соотношения (11, б), которое в данном случае принимает следующий вид:

$$N_x \omega_x + N_y \omega_y + N_z \omega_z = \sin \varphi \cdot g_0 \omega_3, \quad (23)$$

где N_x, N_y, N_z – выходные сигналы акселерометров; ω_x, ω_y – выходные сигналы гироскопов; φ – широта места; ω_3 – угловая скорость вращения Земли.

Было показано, что наилучшую оценку параметров ориентации скважины дает оптимальное «взвешивание» обоих решений. Не останавливаясь на данном вопросе, который детально рассмотрен в публикациях [13], отметим важный для настоящего рассмотрения факт – одно из этих решений непосредственно вытекает из соотношения связи компонент векторов, которое отражает наличие избыточной информации, характерное для задач подобного типа.

Заключение

В работе обобщаются результаты применения одного подхода к использованию избыточной информации для повышения точности решения широкого круга задач, связанных с определением угловой ориентации по наблюдению за двумя векторами. Подход основан на использовании соотношения для скалярного произведения векторов, которому должны удовлетворять все 12 компонент наблюдаемых векторов. В общеизвестной литературе [6] данное соотношение используется для решения одной узкой задачи – контроля достоверности выходных сигналов датчиков. Между тем оно с не меньшим успехом может быть использовано и для решения других прикладных задач – калибровки погрешностей измерителей и восстановления любой одной компоненты одного из векторов по показаниям остальных измерителей (в случае когда измеритель данной компоненты либо отсутствует, либо его выходной сигнал сильно искажен).

Эффективность данного подхода кратко проиллюстрирована примерами решения ряда конкретных задач, связанных с определением угловой ориентации, которые ранее были подробно рассмотрены в отдельных публикациях. Они включают калибровку как дрейфов гироскопов, так и геометрических параметров карданной ИНС на ЭСГ, определение ориентации ЛА во время маневров по информации акселерометров и магнитометров и, наконец, определение угловой ориентации скважины по показаниям гироинклинометра, не содержащего измерителя продольной составляющей угловой скорости. Приведенные примеры позволяют рекомендовать данный подход в качестве удобного приема, направленного на повышение надежности, и точности систем ориентации, в основе которых лежит наблюдение за двумя векторами произвольной природы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Lerner, G.M.** Three-axis attitude determination from vector observations. In: *Spacecraft Attitude Determination and Control* (J.R. Wertz, Ed.), D.Riedel, Dordrecht, Holland, 1978, pp. 420-428.
2. **Black, H.D.** A passive system for determining the attitude of a satellite // *AIAA Journal*, vol.2, 1964, pp. 1350-1351.
3. **Bar-Itzhack, I.Y., Harman R.R.** Optimized TRIAD Algorithm for Attitude Determination//*Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1997, 20, No.1, pp. 208-210.

4. **Markley F.L.** Attitude determination using vector observations: a fast optimal matrix algorithm". *Journal of Astronautical Sciences*, 1993, 41, No.2, pp. 261-280.
5. **Tyanigin S., Shuster M.D.** The many TRIAD algorithms. Paper AAS 07-104. AAS/AIAA 17th Space Flight Mechanics Meeting, Sedona, Arizona, January 28 – February 2. 2007. Proceedings: Advances in the Astronautical Sciences, vol. 127, 2007, pp. 81-99.
6. **Lerner, G.M.** Scalar checking. In: *Spacecraft Attitude Determination and Control* (J.R. Wertz, Ed.), D.Riedel, Dordrecht, Holland, 1978, pp. 328-331.
7. **Степанов, О.А.** Исследование методов решения задачи ориентации с использованием спутниковых систем / О.А.Степанов, Д.А.Кошаев // *Гирокоспия и навигация*. 1999. № 2. С. 30-55.
8. **Gusinsky, V.Z.** The use of informational redundancy in INS with ESG / V.Z.Gusinsky [et al.] // Proceedings of the 52nd Annual Meeting of ION, June 19-21, 1996, Cambridge, Mass, pp. 417-425.
9. **Гусинский, В.З.** Автономная калибровка углов рассогласования ротора ЭСГ и оси вращения его корпуса / В.З.Гусинский, Ю.А.Литманович, А.А.Столбов // *Гирокоспия и навигация*. 2006. №1. С. 3-12.
10. **Голубчин, Б.И.** Корабельная навигационная система на электростатических гироскопах / Б.И.Голубчин, В.З.Гусинский, И.Д.Яковлев // *Морское приборостроение*.- 1973.- № 3.- С. 3-14.
11. **Гуревич, С.С.** Система ориентации космических аппаратов на базе электростатических гироскопов со сплошным ротором / С.С.Гуревич [и др.] // *Гирокоспия и навигация*.- 2001.- № 3.- С. 63-73.
12. **Литманович, Ю.А.** Об альтернативном подходе к определению угловой ориентации в самолетной безгирокоспной системе // *Гирокоспия и навигация*.- 1993.- №2.- С. 3-12.
13. **Binder, Ya.I.** Advanced Borehole Attitude Determination without Measuring Axial Angular Rate Component / Ya.I.Binder, T.V.Paderina, Yu.A.Litmanovich // Proceedings of the IEEE/ION PLANS-2006, April 25-27, 2006, San Diego, CA, pp. 963-968.

Abstract. The paper summarizes the results of developing an approach to the use of informational redundancy in a widely met problem of attitude determination from two vector observations. This approach is based on using the relationship that should be met by all 12 vectors' components. In the known publications this scalar relation was used for the sensor outputs checking only. Meanwhile it could be used for either (1) sensor errors calibration or (2) reconstruction of one component of one vector (in the case of incomplete composition of sensors or for the period when the input of one sensor is distorted, say, by a vehicle maneuver) as well.

In the paper the usefulness of such approach for the sensor calibration purposes is illustrated as applied to the gimbaled ESG-based INS. It is shown that with this additional relation in hand it became possible to determine all reasonable gyro drift model coefficients as well as the mechanical misalignments.

To demonstrate the advantages of using this approach for the reconstruction of one vector component the results of treating two attitude determination problems are presented. One refers to airplane attitude determination by means of accelerometers and magnetometers and the other to borehole attitude determination using gyro inclinometer which has no sensor measuring the axial angular rate component.

Key words: attitude determination, two vector observations, redundant information, scalar product, sensor calibration, data reconstruction

Материал поступил 10.11.11