

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТРУКТУРЫ ШУМОВ ГИРОСКОПОВ

Обсуждается различие критериев точности гироскопов в двух применениях: при измерении вращения вокруг фиксированной оси и вокруг точки. Описывается класс шумов гироскопов со спектральной плотностью, равной нулю на нулевой частоте, наличие которых не приводит к накоплению во времени погрешностей измерения углов кажущихся поворотов (интегралов от проекций угловой скорости на ось чувствительности гироскопов), но приводит к накоплению во времени погрешности определения ориентации бесплатформенными инерциальными системами. Анализируются возможности идентификации структуры шумов гироскопов известными методами низких порядков: первых разностей (метод Аллана), вторых разностей (метод Адамара) и методов, использующих разности более высоких порядков [1].

Одноосные гироскопы двух типов – тип I и тип II – могут быть соизмеримы по точности по критериям, определенным стандартами на одноосные гироскопы [2-13]. Но точности бесплатформенных инерциальных систем ориентации (БИСО), построенных на их основе, могут существенно различаться,^{*} так как различные составляющие шумов гироскопов вносят неодинаковый вклад в погрешность определения углов ориентации объекта с использованием БИСО (и в части темпа накопления во времени, и в части зависимости от вида вращения объекта). Поэтому критерии качества гироскопов для двух случаев применений: измерение угла поворота вокруг фиксированной оси; определение пространственной ориентации при вращении вокруг точки (посредством БИСО) – оказываются принципиально различными, а задачи детальной идентификации структуры шумов гироскопов не теряют актуальности несмотря на многолетний опыт развития бесплатформенных инерциальных систем.

В первом случае наиболее существенны шумы гироскопов, приводящие к накоплению во времени погрешности измерения угла поворота, а шумами, которые не приводят к накоплению погрешности измерения угла, можно, как правило, пренебречь. Во втором случае ситуация иная: имеют место погрешности и шумы гироскопов, которые не приводят к возрастанию интегралов от проекций угловой скорости, однако приводят к накоплению по-

Кробка Николай Иванович (1956). Кандидат физ.-мат. наук, главный научный сотрудник НИИ прикладной механики им. акад. В.И. Кузнецова – филиала ФГУП «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры» («ЦЭНКИ»). Чл.-корр. Академии инженерных наук им. А.М. Прохорова. Действительный член Академии навигации и управления движением.

Статья по материалам доклада на XVII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам.

^{*} Влияние корреляции шумов в каналах трехосного гироскопа (ТГ) на точность БИСО [14, 15] здесь не подразумевается, – рассматриваются ТГ на трех автономных одноосных гироскопах.

погрешности пространственной ориентации, определяемой БИСО [16]. Примеры таких шумов (в измерениях угловой скорости) являются различные шумы со спектральной плотностью, равной нулю на нулевой частоте. Для этого типа шумов погрешности измерения углов кажущихся поворотов не возрастают во времени, а погрешность БИСО в общем случае произвольного вращения объекта увеличивается.

Разработчики гироскопов рекламируют их точностные характеристики преимущественно при больших временах осреднения (1–100 с), при этом вклад шумов со спектральной плотностью, равной нулю на нулевой частоте, в погрешность определения угла кажущегося поворота (и в погрешность осредненной за время T_0 угловой скорости) убывает пропорционально T_0^{-1} , что может приводить к завышенным оценкам прогнозируемой точности БИСО, в которых такт съема информации τ_0 (и интегрирования кинематических уравнений) составляет 0,1–10 мс. Игнорирование влияния шумов с указанной спектральной плотностью на точностные характеристики гироскопов может приводить к тому, что реальное влияние этих шумов будет превышать спрогнозированное в (T_0/τ_0) раз. Корректным способом определения точностных характеристик гироскопов, предназначенных для БИСО, является, очевидно, анализ характеристик шумов гироскопов, которые имеют место при указанном ранее такте τ_0 съема информации с гироскопов.

В статье кратко обсуждаются особенности влияния на работу БИСО шумов гироскопов со спектральной плотностью, равной нулю на нулевой частоте, и возможности идентификации структуры шумов на основе методов низких порядков: первых разностей (метод Аллана) [17], вторых разностей (метод Адамара) [18] – и методов, использующих разности более высоких порядков. Приведены результаты анализа структуры шумов волоконно-оптических гироскопов (ВОГ) по экспериментальным данным лабораторных испытаний, проводившихся в НИИ прикладной механики имени академика В.И. Кузнецова с 2008 г.

1. Особенности накопления в БИСО шумов гироскопов

Используемый автором метод исследования точности БИСО в зависимости от погрешностей БИСО, шумов гироскопов и вида вращения объекта основан на строгих кинематических уравнениях ошибок (КУО) БИСО (в отличие от КУО первого приближения – уравнений в вариациях) и строгой теории возмущений на основе метода последовательных приближений [19, 20].

Погрешность БИСО – это вращение инерциального базиса $I_*(t)$ относительно его начального положения I . Вектор абсолютной угловой скорости $\Delta\vec{\omega}(t)$ базиса $I_*(t)$ однозначно определяется погрешностями гироскопов и вращением объекта. Мера погрешности БИСО – это угол эйлера поворота (УЭП) $\Delta s(t)$ базиса $I_*(t)$ [14–16].

Вектор эйлера поворота $\Delta\vec{S}(t)$ (базиса $I_*(t)$ относительно базиса I),

характеризующий погрешность БИСО, с учетом первых двух приближений теории возмущений (этого приближения, за редкими исключениями [16], достаточно для корректного анализа влияния ошибок гироскопов на точность БИСО) имеет вид ($\varepsilon = 1$)

$$\Delta \bar{S}(t) \equiv \sum_{n=1}^2 \varepsilon^n \Delta \bar{S}_n(t) = \varepsilon \int_0^t dt_1 \Delta \bar{\omega}_I(t_1) + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \int_0^t dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 [\Delta \bar{\omega}_I(t_2) \times \Delta \bar{\omega}_I(t_1)] + o(\varepsilon^2). \quad (1.1)$$

Здесь

$$\Delta \bar{\omega}_I(t) = -B(t) \delta \bar{\omega}_E(t), \quad (1.2)$$

где $\delta \bar{\omega}_E(t) \equiv (\delta \omega_1(t) \delta \omega_2(t) \delta \omega_3(t))^T$ – погрешности гироскопов, приведенные к связанному с вращающимся объектом базису $E(t)$, $B(t) = \|(\vec{e}_m \cdot \vec{e}_n(t))\|$ – матрица направляющих косинусов, характеризующая вращение объекта ($B(t)|_{t=0} = I_0$, где I_0 – единичная матрица размера 3×3), $(\dots)^T$ – символ транспонирования.

Модули векторов $\delta \bar{\omega}_E(t)$ и $\Delta \bar{\omega}_I(t)$ в общем случае произвольного вращения объекта (при этом $B(t)$ – произвольно зависящая от времени ортогональная унимодулярная матрица) тождественно равны:

$$+ \left\{ [\Delta \bar{\omega}_I(t)]^T [\Delta \bar{\omega}_I(t)] \right\}^{1/2} \equiv + \left\{ [\delta \bar{\omega}_E(t)]^T [\delta \bar{\omega}_E(t)] \right\}^{1/2},$$

что очевидно с учетом (1.2), так как

$$[\Delta \bar{\omega}_I(t)]^T [\Delta \bar{\omega}_I(t)] = [B(t) \delta \bar{\omega}_E(t)]^T [B(t) \delta \bar{\omega}_E(t)] = [\delta \bar{\omega}_E(t)]^T [B(t)]^T B(t) \delta \bar{\omega}_E(t) =$$

$$= \delta \bar{\omega}_E^T(t) [B(t)]^{-1} [B(t)] [\delta \bar{\omega}_E(t)] = [\delta \bar{\omega}_E(t)]^T I_0 [\delta \bar{\omega}_E(t)] = [\delta \bar{\omega}_E(t)]^T [\delta \bar{\omega}_E(t)],$$

но модули интегралов векторов $\delta \bar{\omega}_E(t)$ и $\Delta \bar{\omega}_I(t)$ в общем случае (при наличии произвольного вращения объекта: $B(t) \neq I_0$) не совпадают

$$+ \left\{ \left[\int_0^t \Delta \bar{\omega}_I(t_1) dt_1 \right]^T \left[\int_0^t \Delta \bar{\omega}_I(t_1) dt_1 \right] \right\}^{1/2} \neq + \left\{ \left[\int_0^t \delta \bar{\omega}_E(t_1) dt_1 \right]^T \left[\int_0^t \delta \bar{\omega}_E(t_1) dt_1 \right] \right\}^{1/2}. \quad (1.3)$$

Следствие (1.3) состоит в том, что погрешность БИСО определяется не только погрешностями гироскопов, приведенными к измеряемой угловой скорости $\delta \bar{\omega}_E(t)$, и их интегралами

$$\Delta s(t) \equiv + \left\{ [\Delta \bar{S}(t)]^T [\Delta \bar{S}(t)] \right\}^{1/2} \neq + \left\{ \left[\int_0^t \delta \bar{\omega}_E(t_1) dt_1 \right]^T \left[\int_0^t \delta \bar{\omega}_E(t_1) dt_1 \right] \right\}^{1/2} \quad (1.4)$$

даже при учете первого приближения теории возмущений, когда в (1.1) учитывается лишь первое слагаемое, соответствующее решению приближенных КУО в вариациях

$$\Delta \bar{S}(t) \approx \int_0^t \Delta \bar{\omega}_I(t_1) dt_1 = - \int_0^t B(t_1) \delta \bar{\omega}_E(t_1) dt_1. \quad (1.5)$$

Точность БИСО $\Delta s(t) \equiv + \left\{ [\Delta \bar{S}(t)]^T [\Delta \bar{S}(t)] \right\}^{1/2}$ и погрешность БИСО $\Delta \bar{S}(t)$ (1.1), (1.2) – это функционалы двух функций: ошибок гироскопов и вращения объекта [16]: $\Delta s(t) = \Delta s[\delta \bar{\omega}_E(t); B(t)]$, $\Delta \bar{S}(t) = \Delta \bar{S}[\delta \bar{\omega}_E(t); B(t)]$.

В первом порядке теории возмущений, когда в (1.1) учитывается только первое слагаемое (1.5), для расчетов погрешности БИСО нет необходимости знать тип статистики шумов гироскопов (гауссовская, пуассоновская или иная). Достаточно знать легко вычисляемые по экспериментальным данным моменты второго порядка в виде корреляционной матрицы шумов ТГ $K(t_1, t_2) \equiv \langle \delta \bar{\omega}_E(t_1) \delta \bar{\omega}_E^T(t_2) \rangle$ (здесь и далее принято: $\langle \delta \bar{\omega}_E(t) \rangle = \bar{0}$).

Дисперсия погрешности БИСО определяется квадратурой [14, 15]

$$\sigma_{\Delta s}^2(t) \equiv \int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2 \langle \delta \bar{\omega}_E^T(t_1) B^{-1}(t_1) B(t_2) \delta \bar{\omega}_E(t_2) \rangle = \int_0^t \int_0^t dt_1 dt_2 [G_d(t_1, t_2) + G_n(t_1, t_2)]. \quad (1.6)$$

Здесь:

$$G_d(t_1, t_2) = k_{11} + k_{22} + k_{33} + (1 - \cos \Lambda)[(\lambda_1^2 - 1)k_{11} + (\lambda_2^2 - 1)k_{22} + (\lambda_3^2 - 1)k_{33}];$$

$$G_n(t_1, t_2) = \sin \Lambda [\lambda_1(k_{23} - k_{32}) + \lambda_2(k_{31} - k_{13}) + \lambda_3(k_{12} - k_{21})] +$$

$$+ (1 - \cos \Lambda)[\lambda_1 \lambda_2 (k_{12} + k_{21}) + \lambda_1 \lambda_3 (k_{13} + k_{31}) + \lambda_2 \lambda_3 (k_{23} + k_{32})]; \quad i, j = 1, 2, 3;$$

$$\Lambda \equiv (\bar{\Lambda}^T \bar{\Lambda})^{1/2}; \quad \bar{\Lambda} = \bar{\Lambda} / \Lambda; \quad \Lambda \equiv \Lambda(t_1, t_2);$$

$$B^{-1}(t_2) B(t_1) = A(\bar{\Lambda}) = I_0 - \frac{\sin \Lambda}{\Lambda} \Omega(\bar{\Lambda}) + \frac{1 - \cos \Lambda}{\Lambda^2} \Omega^2(\bar{\Lambda});$$

$$K(t_1, t_2) \equiv \langle \delta \bar{\omega}_E(t_1) \delta \bar{\omega}_E^T(t_2) \rangle = \|k_{ij}\|; \quad k_{ij} \equiv k_{ij}(t_1, t_2); \quad \langle \delta \bar{\omega}_E(t) \rangle = \bar{0}.$$

Дисперсию погрешности БИСО (1.6) можно рассчитать для произвольных вращений объекта и произвольных корреляционных матриц $K(t_1, t_2)$ шумов гироскопов.

В частных случаях выражение (1.6) упрощается:

- для некоррелированных шумов ($G_n(t_1, t_2) = 0$) при произвольном вращении:

$$G_d(t_1, t_2) = k_{11} + k_{22} + k_{33} + (1 - \cos \Lambda)[(\lambda_1^2 - 1)k_{11} + (\lambda_2^2 - 1)k_{22} + (\lambda_3^2 - 1)k_{33}]$$

- для шумов с равными интенсивностями ($k_{11} = k_{22} = k_{33} = k \equiv k(t_1, t_2)$):

$$G_d(t_1, t_2) = k[1 + 2 \cos \Lambda(t_1, t_2)];$$

$$1 + 2 \cos \Lambda = \cos s(t_2) + \cos s(t_1) + \cos s(t_2) \cos s(t_1) +$$

$$+ 2 \frac{\sin s(t_2)}{s(t_2)} \frac{\sin s(t_1)}{s(t_1)} [\bar{S}(t_2)^T \bar{S}(t_1)] + \frac{1 - \cos s(t_2)}{(s(t_2))^2} \frac{1 - \cos s(t_1)}{(s(t_1))^2} [\bar{S}(t_2)^T \bar{S}(t_1)]^2,$$

в частности, при плоском вращении объекта:

$$G_d(t_1, t_2) = k(1 + 2 \cos \Lambda); \quad 1 + 2 \cos \Lambda = 1 + 2 \cos[s(t_1) - s(t_2)]$$

и при вращении объекта с постоянной угловой скоростью ω

$$G_d(t_1, t_2) = k(1 + 2 \cos \Lambda); \quad 1 + 2 \cos \Lambda = 1 + 2 \cos \omega(t_1 - t_2).$$

Удобным примером для изучения рассматриваемых эффектов является модельный класс стационарных шумов $\zeta_0^{(N)}(t)$ со значением спектральной

плотности $P_{N0}(\nu)$, равным нулю на нулевой частоте, и с различной крутизной спектра на низких частотах

$$P_{N0}(0) \equiv P_{N0}(\nu)|_{\nu=0} = 0; \quad P_{N0}(\nu) \equiv \nu^{2N} \cdot \text{const}. \quad (1.7)$$

Шумы типа (1.7) несложно создаются аппаратными средствами – это производные N -го порядка ($N = 1, 2, 3, \dots$) от стационарного белого шума.

Известно, (например, [21]), что автокорреляционные функции производных произвольного N -го порядка (при их существовании) от стационарного процесса $\zeta(t)$ с произвольной спектральной плотностью $P(\nu)$ выражаются производными от автокорреляционной функции $k(\tau) \equiv \langle \zeta(t)\zeta(t+\tau) \rangle$

$$\zeta^{(N)}(t) \equiv \frac{d^N}{dt^N} \zeta(t) \Rightarrow k_N(\tau) \equiv \langle \zeta^{(N)}(t)\zeta^{(N)}(t+\tau) \rangle = (-1)^N \frac{d^{2N}}{d\tau^{2N}} k(\tau), \quad (1.8)$$

а спектральная плотность производных N -го порядка $\zeta^{(N)}(t)$ связана со спектральной плотностью $P(\nu)$ процесса $\zeta(t)$ выражением

$$P_N(\nu) = \nu^{2N} P(\nu). \quad (1.9)$$

Здесь $\langle \dots \rangle$ – осреднение по ансамблю, $\langle \zeta(t) \rangle = 0 \Rightarrow \langle \zeta^{(N)}(t) \rangle = 0$,

$$k(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\nu) e^{i\nu\tau} d\nu \Leftrightarrow P(\nu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k(\tau) e^{-i\nu\tau} d\tau;$$

$$k_N(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P_N(\nu) e^{i\nu\tau} d\nu \Leftrightarrow P_N(\nu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k_N(\tau) e^{-i\nu\tau} d\tau.$$

При произвольных вращениях объекта (матрица направляющих косинусов $B(t)$ (1.2) произвольно зависит от времени) шумы гироскопов (1.7) и (1.8) приводят к возрастающей во времени ошибке БИСО. При отсутствии вращения объекта ($B(t) = I_0$) накопление погрешности БИСО, обусловленной этими шумами, проявляется при решении КУО с привлечением $(N+1)$ -го члена ряда последовательных приближений [16]. Но при наличии вращения объекта ($B(t) \neq I_0$) вклад в возрастающую погрешность БИСО (для произвольных N) вносит первое приближение (1.5) [16].

В случае вращения объекта с постоянной угловой скоростью парциальный вклад стационарных шумов гироскопов со спектральной плотностью, равной нулю на нулевой частоте, в погрешность БИСО возрастает диффузионно, при этом коэффициент диффузии зависит от угловой скорости объекта в строгом соответствии с зависимостью спектральной плотности шума от частоты [22]. В общем случае произвольной спектральной плотности $P(\nu)$ стационарного шума дисперсия погрешности БИСО при вращении объекта с постоянной угловой скоростью (при некоррелированных шумах в трех информационных каналах трехосного гироскопа с равными интенсивностями: $k_{ij} = k\delta_{ij}$) имеет вид [22]:

$$\sigma_{\Delta_s}^2(t) \equiv D(\omega)t; \quad D(\omega) = [P(0) + 2P(\omega)]; \quad P(\omega) \equiv P(\nu)|_{\nu=\omega}. \quad (1.10)$$

При угловых скоростях объекта, превышающих $1/2\pi$ Гц, вклад шумов в

результатирующую погрешность БИСО с более крутым спектром вблизи нулевой частоты превосходит вклад шумов с менее крутым спектром.

$$v^{2N_2} P(v) \Big|_{v=\omega} \geq v^{2N_1} P(v) \Big|_{v=\omega} \Leftrightarrow N_2 \geq N_1; \quad \omega \geq 1/2\pi \text{ Гц} \approx 60 \text{ град/с.} \quad (1.11)$$

В случае произвольного вращения объекта и шумов гироскопов типа первой производной от белого шума $\zeta^{(1)}(t)$ (1.7) дисперсия погрешности БИСО зависит только от модуля вектора абсолютной угловой скорости [23, 24]

$$\langle \delta \bar{\omega}_E(t_1) \delta \bar{\omega}_E^T(t_2) \rangle = Q \tau_0^2 \frac{d^2}{dt_1 dt_2} \delta(t_1 - t_2) I_0 \Rightarrow \sigma_{\Delta s}^2(t) \cong 2Q \tau_0^2 \int_0^t |\bar{\omega}(\tau)|^2 d\tau. \quad (1.12)$$

Потенциальные источники шумов со значением спектральной плотности, равной нулю на нулевой частоте, в различных гироскопах неодинаковы. Например, в лазерных гироскопах – это некомпенсированные составляющие «частотных подставок» типа (1.7), (1.8), в ВОГ – некомпенсированные составляющие «фазовых подставок» (шумовые модуляционные составляющие, используемые для сглаживания нелинейности передаточной характеристики).

Идентифицировать шумы типа (1.7), (1.8) на низких частотах 0-1 Гц по результатам испытаний непросто из-за вклада фликкер-шумов гироскопов в результирующую спектральную плотность.

2. Методы идентификации структуры шумов

Шум измерения угла кажущегося поворота $\delta\theta(t) \equiv x(t)$ гироскопа доступен измерению в дискретные моменты времени t_i съема информации

$$x(t_i) \equiv x_i, \quad t_{i+1} - t_i = \tau_0 = \text{const}; \quad i=1, 2, 3, \dots, N. \quad (2.1)$$

Шум в угловой скорости $\delta\omega(t) \equiv y(t)$ доступен определению в моменты времени t_i в виде осредненных на такте τ_0 съема информации значений:

$$\delta\omega_i \equiv \frac{\delta\theta_i - \delta\theta_{i-1}}{\tau_0}; \quad i=1, 2, 3, \dots, N; \quad \delta\theta_0=0. \quad (2.2)$$

Далее считается, что средние значения x_i, y_i равны нулю $\langle x_i \rangle = \langle y_i \rangle = 0$.

В радиофизике, например, в стандартах частоты (времени), объектом исследования является шум частоты осциллятора $\delta\nu(t)$, а доступным для измерения в дискретные моменты времени является шум фазы $\delta\Phi(t)$

$$\delta\Phi(t) = 2\pi \int_0^t \delta\nu(z) dz.$$

Исследования шумов частоты осцилляторов и шумов гироскопов в угловой скорости несколько различаются. В первой задаче коэффициент пропорциональности постоянен (равен 2π), во второй задаче измеряется процесс, зависящий, в общем случае, не только от шумов в угловой скорости, но и от шумов $\delta K(t)$ масштабного коэффициента K :

$$\delta\theta(t) = \int_0^t \{ \delta\omega(z) + [\delta K(z)/K] \omega(z) \} dz.$$

Далее считаем, что ось чувствительности (ОЧ) гироскопа перпендикулярна вектору абсолютной угловой скорости, в результате шум в угловой скорости и в угле кажущегося поворота связаны соотношением

$$\delta\theta(t) = \int_0^t \delta\omega(z) dz.$$

Процессы $\delta\Phi(t) \equiv x(t)$ и $\delta v(t) \equiv y(t)$ (общепринятые в стандартах частоты обозначения: $x(t)$ – флюктуации (шумы) фазы (PM – phase modulation); $y(t)$ – флюктуации (шумы) частоты (FM – frequency modulation)) представляют собой сумму различных процессов, приведенных, как правило, к частоте

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \xi_k(t). \quad (2.3)$$

Задача идентификации структуры шумов гироскопа состоит в том, чтобы на основании измеряемых данных (2.1), (2.2) выяснить структуру процесса $y(t)$ – выделить все структурные составляющие процесса (2.3) и определить их свойства, т.е. определить конкретный тип шума каждой из K составляющих $\xi_k(t)$.

Задачу можно решать различными методами:

- 1) исследовать спектральную плотность мощности результирующего шума (2.3), которую можно представить в виде суммы

$$P(f) = \sum_{\alpha} c_{\alpha} f^{\alpha}; \quad (2.4)$$

- 2) исследовать корреляционную функцию процессов (2.1) и/или (2.2);
- 3) исследовать дисперсию шума в зависимости от времени осреднения $\tau = n\tau_0$ массивов первичных данных (2.1), (2.2).

Можно использовать сочетание этих методов.

2.1. Метод вариации Аллана

Стандартами IEEE в рассматриваемом случае для идентификации структуры шумов гироскопов рекомендовано применение $\sigma(\tau)$ -графика (девиация Аллана) – зависимости среднеквадратичного отклонения погрешности измерения угловой скорости от времени осреднения τ (τ_0 – длительность такта)

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega}^2(\tau) &\equiv \frac{1}{2} \left\langle (\omega_{k+m} - \omega_k)^2 \right\rangle = \frac{1}{2\tau^2} \left\langle (\theta_{k+2m} - 2\theta_{k+m} + \theta_k)^2 \right\rangle \cong \\ &\cong \frac{1}{2\tau^2(N-2m)} \sum_{k=1}^{N-2m} (\theta_{k+2m} - 2\theta_{k+m} + \theta_k)^2; \quad (2.5) \\ \omega_k(\tau) &\equiv \frac{\theta(t_k + \tau) - \theta(t_k)}{\tau}; \quad \theta(t_k) \equiv \theta_k; \quad \theta(t) \equiv \int_0^t \omega(z) dz; \quad t_k \equiv k\tau_0; \quad \tau = m\tau_0. \end{aligned}$$

Метод удобен для идентификации типичных составляющих шумов (рис. 1).

Задача идентификации структуры шумов гироскопов состоит в определении коэффициентов h_{α} разложения результирующей спектральной плот-

ности $P(f)$ по парциальным степенным спектрам ($\sim f^\alpha$).

$$P(f) = \sum_{\alpha=K_{\min}}^{K_{\max}} h_\alpha f^\alpha \quad (2.6)$$

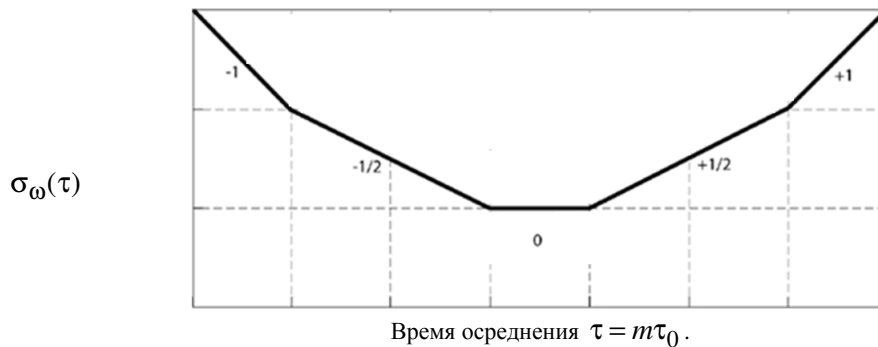


Рис. 1. Типичные наклоны (μ) $\sigma(\tau)$ – графика (в масштабе $\log_{10}-\log_{10}$):
 $\mu = -1$ (белый шум в угле или шум квантования); $\mu = -1/2$ (белый шум в угловой скорости);
 $\mu = 0$ (фликкер-шум в угловой скорости – нестабильность нуля);
 $\mu = +1/2$ (белый шум в угловом ускорении); $\mu = +1$ (тренд в угловой скорости) [11]

Дисперсия $\sigma^2(\tau)$ связана со спектральной плотностью $P(f)$ ($[f]=\text{Гц}$) [3]

$$\sigma^2(\tau) = 4 \int_0^\infty P(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df. \quad (2.7)$$

Функционал (2.7) не является взаимно однозначным – на основании дисперсии спектральная плотность не восстанавливается однозначно, так как различным шумам (различающимся видом спектра) могут соответствовать участки $\sigma(\tau)$ -графика с одним и тем же наклоном.

В сети Internet доступна программа обработки массивов данных методами вариаций Аллана, Адамара и их обобщений: AlaVar 5.2 [25]. Эта программа тестировалась в НИИ ПМ им. акад. В.И. Кузнецова в связи с разработками ВОГ и анализом их шумов [26–28]. Достоинство программы AlaVar 5.2 в том, что можно обрабатывать большие массивы данных при высоком быстродействии – массив данных суточных испытаний с частотой съема информации 250 Гц (21 000 000 чисел) обрабатывается примерно за 1 мин.

На рис. 2 и 3 представлены $\sigma(\tau)$ -графики для двух экземпляров ВОГ разработки ООО НПК «Оптолинк», построенные по результатам оценочных испытаний стабильности нуля и наличия $\bar{g}$ – чувствительности в коротких запусках (1 ч после 30-минутного саморазогрева). Фиксированная величина такта съема информации ($\tau_0 = 0,2$ с) реализована программно-аппаратно разработчиком. Графики сгенерированы программой AlaVar 5.2 на основе массивов первичных данных испытаний ВОГ, проведенных в НИИ ПМ им. акад. В.И. Кузнецова в 2008–2010 гг.

Оценка стабильности нуля в запуске экземпляра (№ 8010) ВОГ (рис. 2) показывает:

- стабильность нуля 0,002-0,006 град/ч;
- случайный дрейф не более 0,001 град/(ч)^{1/2};
- присутствуют коррелированные шумы со временем корреляции 0,4-0,8 с и 10–20 с и/или квазипериодические возмущения (шумы со спектральной плотностью, равной нулю на нулевой частоте) в выходном сигнале ВОГ;
- присутствует $\bar{g}$ – чувствительность ВОГ: стабильность нуля (σ) зависит от пространственной ориентации ВОГ; $\bar{g}$ – чувствительность структуры шума проявляется в зависимости интенсивности и времени корреляции части шумов от пространственной ориентации ВОГ.

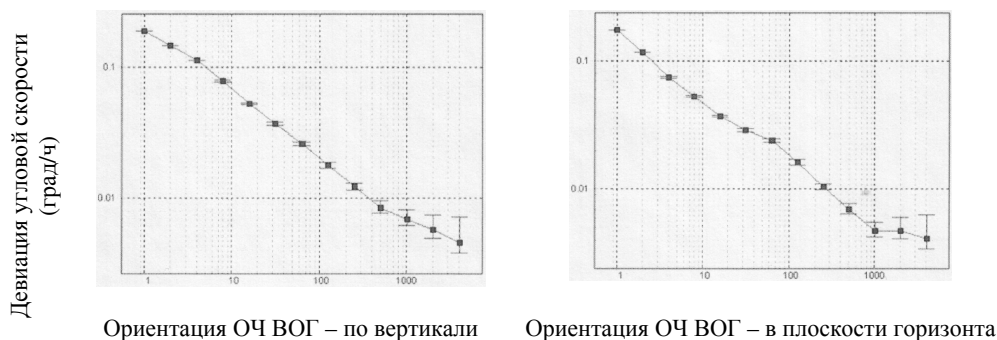


Рис. 2. Стандартная девиация Аллана (Allan STD DEV).
Результат испытания ВОГ (зав. № 8010, 2008 г.) ООО НПК «Оптолинк»

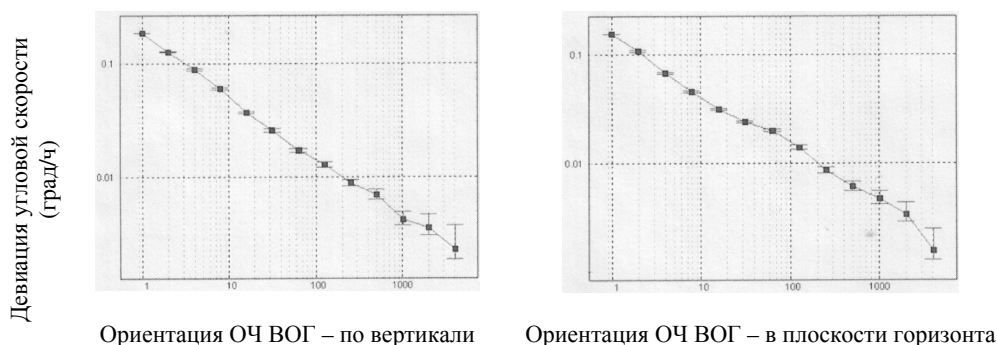


Рис. 3. Стандартная девиация Аллана (Allan STD DEV).
Результат испытания ВОГ (зав. № 8008, 2008 г.) ООО НПК «Оптолинк»

Оценка стабильности нуля в запуске экземпляра (№ 8008) ВОГ (рис. 3):

- стабильность нуля 0,002-0,005 град/ч;
- случайный дрейф – не более 0,001 град/(ч)^{1/2};
- присутствуют шумы со временем корреляции (80-120) с и (10-20) с.
- присутствует $\bar{g}$ – чувствительность структуры шума (время корреляции части шумов зависит от пространственной ориентации ВОГ).

На рис. 4 представлены $\sigma(\tau)$ -графики четырех информационных каналов

4-осного ВОГ в составе инерциального измерительного блока (ИИБ) разработки НИИ ПМ им. акад. В.И. Кузнецова.

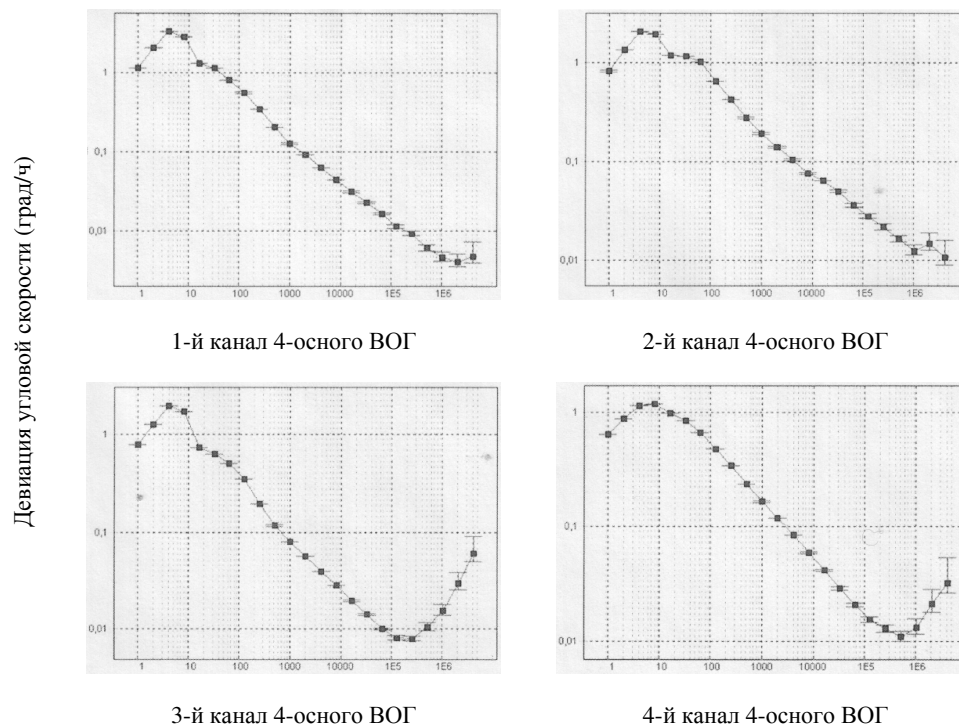


Рис. 4. Стандартная девиация Аллана. Результат оценочных испытаний первого экспериментального образца 4-осного ВОГ в составе ИИБ (4 гироскопа и 4 акселерометра) разработки НИИ ПМ им. акад. В.И. Кузнецова. ВОГ изготовлены по технологии ООО «НПП «Гироспутника» (г. Фрязино). Длительность запуска – 24 ч. Такт съема информации – 0,004 с

Длительный (24-часовой) цикл измерений позволил наблюдать шумы ВОГ, соответствующие наклонам $\sigma(\tau)$ -графика: $\mu = +1/2$, $\mu = +1$ (3-й канал – рис. 4).

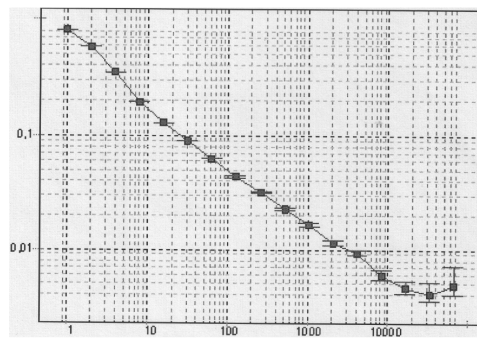
Оценка стабильности нуля в запуске 4-осного ВОГ (см. рис. 4):

- стабильность нуля – от 0,003-0,006 град/ч (1-й канал) до 0,01-0,02 град/ч (2-й канал);
- случайный дрейф – не более 0,002-0,003 град/(ч)^{1/2};
- присутствуют коррелированные шумы с временем корреляции, равным 3–20 тактам τ_0 , и/или квазипериодические возмущения: случайные процессы со спектральной плотностью, равной нулю на нулевой частоте, в сигналах ВОГ, вызванные скорее всего не полностью скомпенсированными компонентами «фазовых подставок» основной и/или вспомогательной фазовой модуляции [29–36].

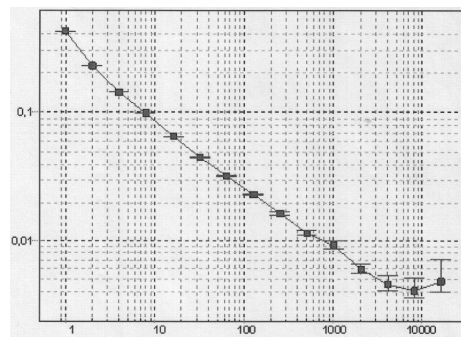
Источники шумов ВОГ, отраженные максимумами $\sigma(\tau)$ -графиков (см. рис. 4), необходимо устранить при последующей обработке ВОГ (или как минимум уменьшить в 10-20 раз).

На рис. 5 представлены $\sigma(\tau)$ -графики в зависимости от времени осред-

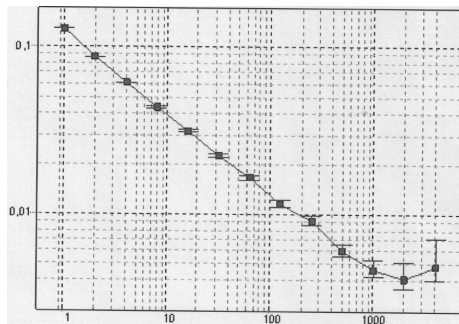
нения ($\tau_* = 2^n \tau_0$) первичных данных (1-й канал 4-осного ВОГ, см. рис. 4).



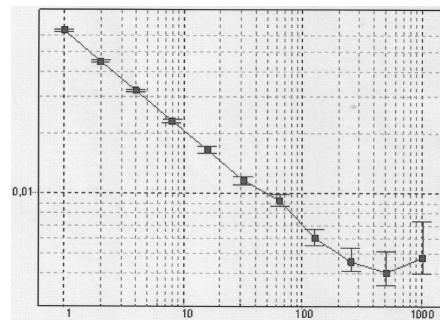
Время осреднения – 0,256 с ($n=6$)



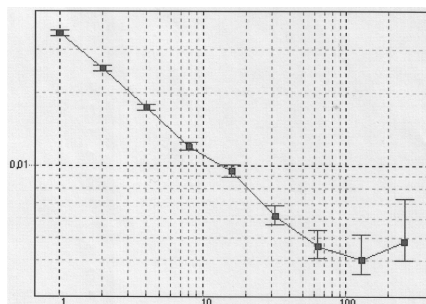
Время осреднения – 1,024 с ($n=8$)



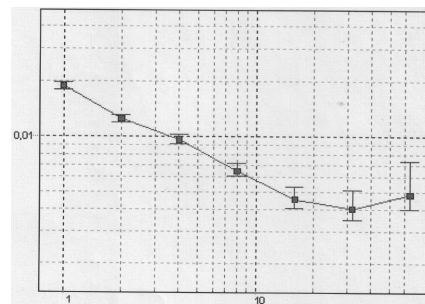
Время осреднения – 4,096 с ($n=10$)



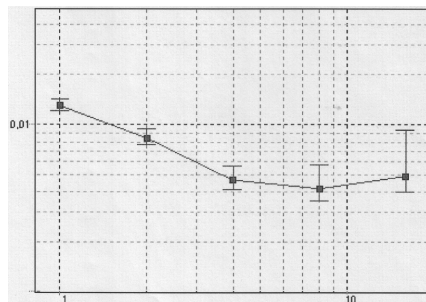
Время осреднения – 16,384 с ($n=12$)



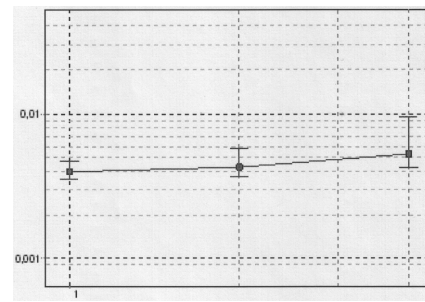
Время осреднения – 65,536 с ($n=14$)



Время осреднения – 262,144 с ($n=16$)



Время осреднения – 1048,576 с ($n=18$)



Время осреднения – 4194,304 с ($n=20$)

Рис. 5. Зависимость $\sigma(\tau)$ -графика от времени осреднения τ_*

Двухпараметрическая зависимость $\sigma(\tau; \tau_*)$ полезна и для идентификации шумов гироскопов, и для сравнительного анализа точностных характеристик гироскопов по результатам испытаний с различным тактом съема информации.

2.2 Вариация Адамара (Hadamard variance)

В радиофизике для идентификации структуры шумов генераторов в частоте и фазе (аналоги шумов гироскопов в угловой скорости и угле) кроме стандартного $\sigma(\tau)$ -графика используются и многие другие функционалы (см. таблицу) [18].

Типы функционалов, используемых для идентификации структуры шумов в радиофизике

Наименование вариации	Обозначение
Аллана (Allan)	$\sigma_y^2(\tau)$
Модифицированная Аллана (Modified Allan)	$\text{Mod } \sigma_y^2(\tau)$
Временная (Time)	$\sigma_x^2(\tau)$
Адамара (Hadamard)	$H \sigma_y^2(\tau)$
Результирующая (Total)	$\sigma_{\text{total}}^2(\tau)$
Модифицированная результирующая (Modified Total)	$\text{Mod } \sigma_{\text{total}}^2(\tau)$
Результирующая временная (Time Total)	$\text{Mod } \sigma_{x \text{ total}}^2(\tau)$
Результирующая Адамара (Hadamard Total)	$H \sigma_{\text{total}}^2(\tau)$

Вариация Адамара предполагает использование вторых разностей шума частоты (угловой скорости) или третьих разностей шума фазы (угла кажущегося поворота).

Вариация Адамара, обозначаемая HVAR или $\sigma_H^2(\tau)$, позволяет различить шум типа Flicker Walk FM ($\alpha = -3$) и шум типа Random Run FM ($\alpha = -4$), что невозможно для вариации Аллана.

Вариация Адамара и девиация Адамара (HDEV), а также их обобщения, определяются функционалами следующего вида [18]:

вариация Адамара флюктуаций частоты (FM):

$$\sigma_H^2(\tau) = \frac{1}{6(M-2)} \sum_{i=1}^{M-2} [y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i]^2.$$

девиация Адамара флюктуаций частоты (FM):

$$\sigma_H(\tau) = + \left\{ \frac{1}{6(M-2)} \sum_{i=1}^{M-2} [y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i]^2 \right\}^{1/2}.$$

девиация Адамара флюктуаций фазы (PM):

$$\sigma_H(\tau) = + \left\{ \frac{1}{6\tau^2(N-3)} \sum_{i=1}^{N-3} [x_{i+3} - 3x_{i+2} + 3x_{i+1} - x_i]^2 \right\}^{1/2}.$$

Здесь: x_i – i -й отсчет фазы, y_i – i -й отсчет частоты, осредненной на такте отсчета фазы, $N = M + 1$ – количество тактов отсчета фазы.

Вариация Адамара связана со спектральной плотностью мощности шума (верхняя частота «отсечки» f_h определяется минимальным тактом τ_0 съема информации о фазе) соотношением

$$\sigma_H^2(\tau) = \int_0^{f_h} P_y(f) \cdot |H_H(f)|^2 df, \quad \text{где} \quad |H_H(f)|^2 = 2^4 \frac{\sin^6 \pi \tau f}{(\pi \tau f)^2}.$$

На низких частотах асимптотика передаточной функции $|H_H(f)|^2 \sim (\pi \tau f)^4$, ее можно использовать для идентификации шумов с минимальным $\alpha = -4$.

Известны следующие обобщения вариации Адамара: накрывающая (overlapping), модифицированная (modified) и итоговая (total).

Накрывающая вариация Адамара флюктуаций частоты (FM) описывается равенством

$$\sigma_H^2(\tau) = \frac{1}{6m^2(M-3m+1)} \sum_{j=1}^{M-3m+1} \left[\sum_{i=j}^{j+m-1} (y_{i+2m} - 2y_{i+m} + y_i) \right]^2.$$

Накрывающая вариация Адамара флюктуаций фазы (PM)

$$\sigma_H^2(\tau) = \frac{1}{6\tau^2(N-3m)} \sum_{i=1}^{N-3m} (x_{i+3m} - 3x_{i+2m} + 3x_{i+m} - x_i)^2.$$

В накрывающей вариации Адамара используются все возможные 3-элементные комбинации первичных отсчетов фазы, при этом $\tau = m\tau_0$, где τ_0 – минимальный такт отсчета фазы, m – коэффициент интервала осреднения.

Накрывающая вариация Адамара имеет лучший доверительный интервал по сравнению с обычной вариацией Адамара.

Модифицированная вариация Адамара флюктуаций фазы (PM) задается равенством

$$Mod\sigma_H^2(\tau) = \frac{1}{6m^2\tau^2(N-4m+1)} \sum_{j=1}^{M-4m+1} \left[\sum_{i=j}^{j+m-1} (x_i - 3x_{i+m} + 3x_{i+2m} - x_{i+3m}) \right]^2.$$

График модифицированной девиации Адамара ставит в соответствие наклон графика и показатель степени α частотной зависимости спектральной плотности мощности шума: $\mu = -3 - \alpha$.

Итоговая вариация Адамара

$$Total\sigma_H^2(m, \tau_0, N) = \frac{1}{6(N-3m+1)} \sum_{n=1}^{N-3m+1} \left\{ \frac{1}{6m} \sum_{i=n-3m}^{n+3m+1} [H_i(m)]^2 \right\}.$$

Здесь $H_i(m) = \tilde{y}_i(m) - 2\tilde{y}_{i+m}(m) + \tilde{y}_{i+2m}(m)$.

При переходе от стандартной девиации Адамара к накрывающей и ито-

говой девиациям увеличивается количество отображаемых точек при максимальных интервалах осреднения и сужении доверительного интервала [18].

2.3. Обобщения методов Аллана и Адамара

Идея предлагаемого метода состоит в том, чтобы с целью расширения арсенала средств идентификации структуры шумов гироскопов объединить известные методы спектрального и временного анализа низких порядков с операциями дифференцирования и интегрирования. Рассмотрим процесс $x_0(t)$ и предположим, что существуют производные и интегралы:

$$\frac{d}{dt}x(t) \equiv x_{-1}(t); \quad \dots; \quad \frac{d^m}{dt^m}x(t) \equiv x_{-m}(t) \quad (2.8)$$

$$\int_0^t x(t_1)dt_1 \equiv x_{+1}(t); \quad \dots; \quad \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \dots \int_0^{t_{n-1}} dt_{n-1} \int_0^{t_n} x(t_n)dt_n \equiv x_{+n}(t). \quad (2.9)$$

Исходному процессу $x_0(t)$ ставится в соответствие множество процессов $x_N(t)$; $N \in [-m; +n]$ – «ступеньки на лесенке» (рис. 6). Переход на «ступеньку» вниз осуществляет операция дифференцирования (2.8), переход на «ступеньку» вверх – операция интегрирования (2.9)

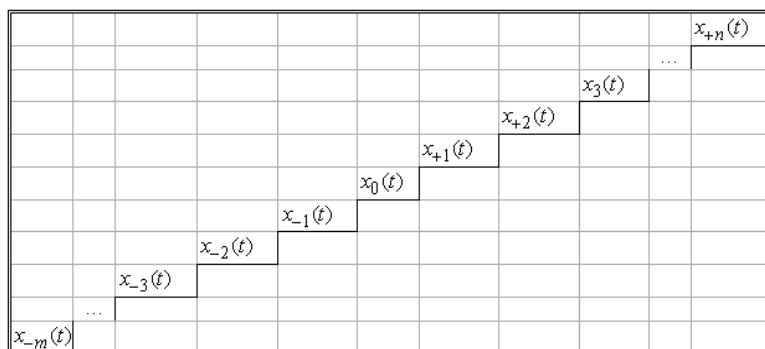


Рис. 6. Иерархия процессов, создаваемых на основе исходного процесса операциями дифференцирования и интегрирования [28]:

$x_{-m}(t)$ – m -кратно продифференцированный исходный процесс,

$x_{+n}(t)$ – n -кратно проинтегрированный исходный процесс

Например, $x_0(t)$ – угловая скорость $\omega(t)$, тогда $x_{-1}(t)$ – угловое ускорение $\dot{\omega}(t)$, а $x_{+1}(t)$ – угол кажущегося поворота $\theta(t)$.

Структуру шумов гироскопов можно исследовать дифференциальным методом произвольного порядка на основании экспериментальных первичных данных (приведенных к угловой скорости), формируя массивы разностей:

$$\text{1-го порядка: } \Delta^1 y_i \equiv \frac{1}{\tau_0} (y_i - y_{i-1}) = \frac{1}{\tau_0^2} (x_i - 2x_{i-1} + x_{i-2});$$

$$\text{2-го порядка: } \Delta^2 y_i \equiv \frac{1}{\tau_0} (\Delta^1 y_i - \Delta^1 y_{i-1}) = \frac{1}{\tau_0^3} (x_i - 3x_{i-1} + 3x_{i-2} - x_{i-3});$$

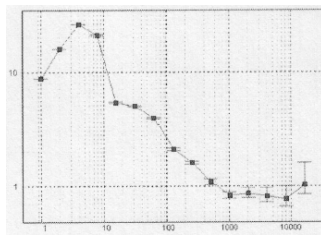
$$\text{3-го порядка: } \Delta^3 y_i \equiv \frac{1}{\tau_0} (\Delta^2 y_i - \Delta^2 y_{i-1}) = \frac{1}{\tau_0^4} (x_i - 4x_{i-1} + 6x_{i-2} - 4x_{i-3} + x_{i-4});$$

$$\text{произвольного } m\text{-го порядка: } \Delta^m y_i \equiv \frac{1}{\tau_0} (\Delta^{m-1} y_i - \Delta^{m-1} y_{i-1}).$$

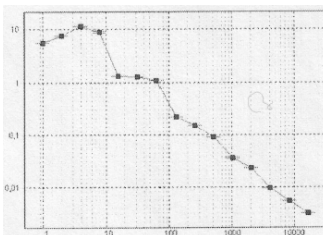
Работы в этом направлении ведутся в радиофизике. Например, известно выражение обобщенной вариации Адамара [18]

$$Mod\sigma_{H,d}^2(\tau) = \frac{1}{d!m^2\tau^2[N-(d+1)m+1]} \sum_{j=1}^{N-(d+1)m+1} \left\{ \sum_{i=j}^{j+m-1} \sum_{k=0}^d \binom{d}{k} [(-1)^k x_{i+km}] \right\}^2$$

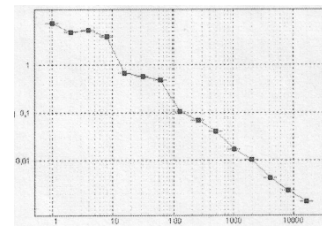
Здесь d – кратность дифференцирования фазы; случай $d = 2$ соответствует модифицированной вариации Аллана (MAVAR); случай $d = 3$ соответствует модифицированной вариации Адамара (MHVAR); выражения для стандартных вариаций Аллана (AVAR) и Адамара (HVAR) получаются при $m = 1$. Разрешающая способность описывается выражением: $\alpha > 1 - 2d$ [18], т.е. метод первых разностей (вариация Аллана) можно использовать для разделения шумов типа $\alpha > -3$, а метод вторых разностей (вариация Адамара) – для разделения шумов $\alpha > -5$.



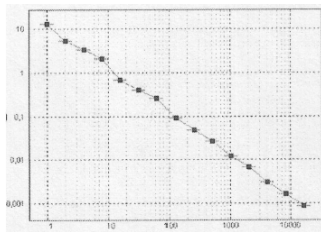
Исходный массив



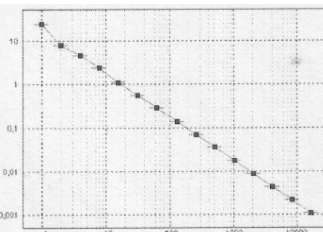
Массив первых разностей



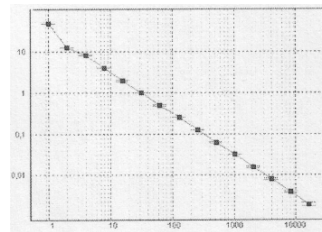
Массив вторых разностей



Массив третьих разностей



Массив четвертых разностей



Массив пятых разностей

Рис. 7. Стандартные девиации Аллана исходного массива экспериментальных данных (1-й канал 4-осного ВОГ – рис. 5), а также первой, второй, третьей, четвертой и пятых разностей исходного массива (использованы первые 75000 тактов съема информации)

Процессы $x_N(t)$; $N \leq -1$ могут быть полезными для идентификации фликкер-шумов, а процессы $x_N(t)$; $N \geq +1$, – для шумов со спектральной плотностью, равной нулю на нулевой частоте (с различными значениями α).

На рис. 7 представлен пример использования процессов $x_N(t)$; $N \leq -1$.

На рис. 8 и 9 представлены автокорреляционные функции процессов, $\sigma(\tau)$ – графики которых приведены на рис. 7.

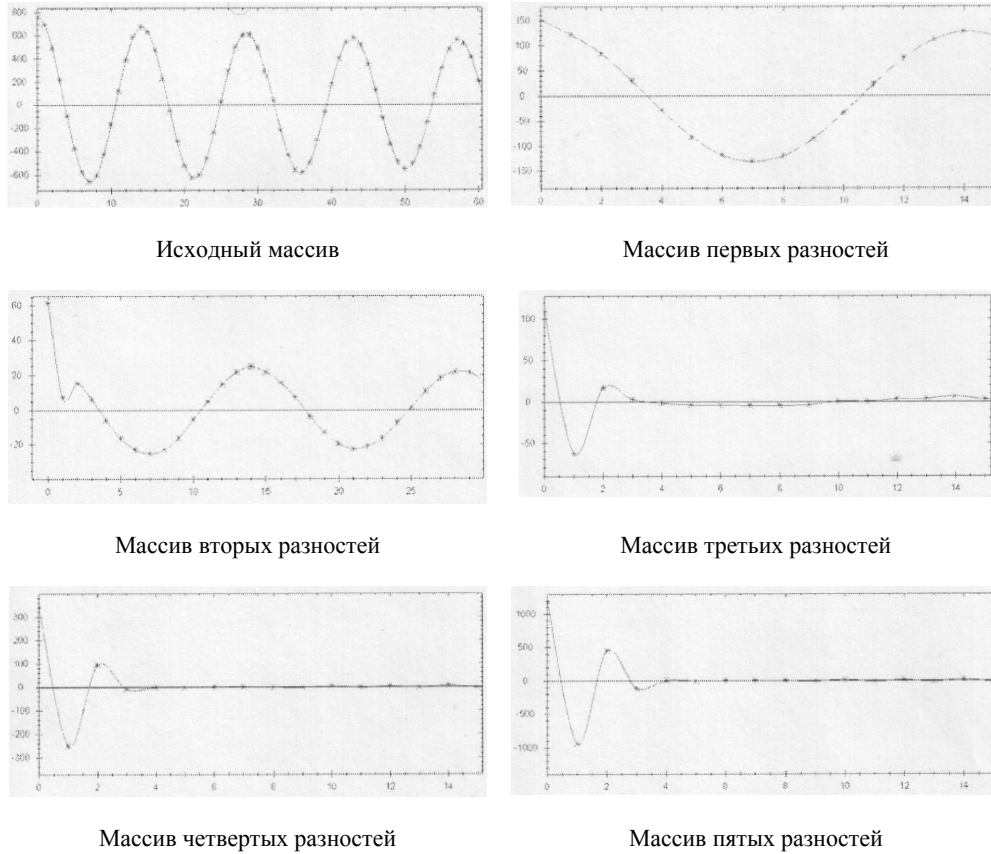


Рис. 8. Мелкомасштабная структура автокорреляционных функций исходного массива, а также первой, второй, третьей, четвертой и пятых разностей исходного массива в единицах информационных импульсов (0,00058 угл. с/имп)

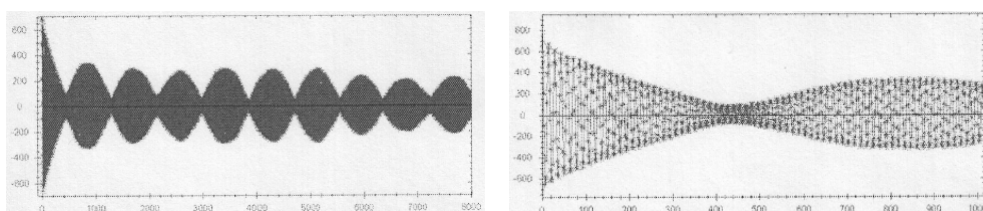


Рис. 9. Крупномасштабная структура автокорреляционной функции исходного процесса

Из графиков на рис. 8, 9 несложно видеть, какой именно процесс отражается на $\sigma(\tau)$ – графиках (см. рис. 4) в форме локальных максимумов.

Заключение

Широко используемые в радиофизике функционалы (вариации Аллана, Адамара и их обобщения) можно эффективно использовать для идентификации структуры шумов гироскопов. На погрешности выработки частоты и времени, интересующие радиофизиков, наибольшее влияние оказывают составляющие шумов (различной природы и с различными спектрами), приводящие к возрастающим во времени флюктуациям фазы. Влияние шумов частоты со спектральной плотностью, равной нулю на нулевой частоте, невелико, поскольку все шумы этого типа (с различной крутизной спектра в нуле) при осреднении фазы за время T_0 (для определения частоты ν) вносят однотипный вклад в погрешность измерения частоты $\sigma_\nu(T_0) \cong C_N \cdot T_0^{-1}$. В гироскопии ситуация иная. Шумы типа (1.7), (1.8), различающиеся крутизной спектральной плотности вблизи нулевой частоты, приводят к различию точности БИСО из-за некоммутативности вращений. Интерес представляет разработка новых (более детальных по сравнению с предусмотренных стандартами IEEE для одноосных гироскопов) методов идентификации структуры шумов гироскопов, позволяющих идентифицировать и шумы со спектральной плотностью равной нулю на нулевой частоте. Для решения этой задачи могут быть полезны как обобщения функционалов на основе методов низких порядков: метод первых разностей (вариация Аллана), метод вторых разностей (вариация Адамара), так и использование методов на основе разностей более высоких порядков. Полезными в задачах идентификации структуры шумов гироскопов могут быть и другие подходы [37], а также совместное применение различных методов.

Автор благодарен коллегам: А.П. Гусеву – за предоставленные массивы первичных данных проведенных им испытаний ВОГ; С.В. Кеде, Д.С. Щербицкому и А.И. Терешкину – за программы вычисления корреляционных функций; Л.Н. Слезкину, В.Л. Петелину и Л.З. Новикову – за дискуссии; А.А. Волынцеву – за интерес к методам идентификации структуры шумов гироскопов, разрабатываемых в НИИ ПМ им. акад. В.И. Кузнецова.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кробка, Н.И.** Дифференциальные методы идентификации структуры шумов волоконно-оптических и других гироскопов // XVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. – СПб: ГИЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2010. – С. 56-59.
2. **IEEE Std 647-1981.** IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros. **IEEE Std 647-1995.** IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros. **IEEE Std 647-2006.** IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros.
3. **IEEE Std 952-1997.** IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros. **IEEE Std 952-1997 (R2008).** IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros.
4. **IEEE Std 292-1969 (R2010).** IEEE Specification Format for Single-Degree-of-Freedom Spring-Restrained Rate Gyros.
5. **IEEE Std 293-1969 (R2010).** IEEE Test Procedure for Single-Degree-of-Freedom Spring-Restrained Gyros.

6. **IEEE Std 517-1974 (R2010).** IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Degree-of-Freedom Rate-Integrating Gyros.
7. **IEEE Std 528-2001 (R2007).** IEEE Standard for Inertial Sensor Terminology (Japanese translation published by the Japan Standards Association).
8. **IEEE Std 529-1980 (R2010)** IEEE Supplement for Strapdown Applications to IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Degree-of-Freedom Rate-Integrating Gyros.
9. **IEEE Std 813-1988 (R2005)** IEEE Specification Format Guide and Test Procedure for Two-Degree-of-Freedom Dynamically Tuned Gyros.
10. **IEEE Std 1431-2004 (R2009)** Specification Format Guide and Test Procedure for Coriolis Vibratory Gyros.
11. **IEEE Std 1554-2005.** IEEE Recommended Practice for Inertial Sensor Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition, and Analysis.
12. **IEEE Std P1559-2009.** IEEE Standard for Inertial Systems Terminology.
13. **IEEE Std P1780.** IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Inertial Measurement Units (IMU) [being developed by IEEE/AESS Gyro and Accelerometer Panel].
14. **Кробка, Н.И.** Особенности бесплатформенных инерциальных систем ориентации на основе трехосных волоконно-оптических гироскопов с одним общим источником излучения // Юбилейная XV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. – СПб.: ГНЦ РФ – ЦНИИ «Электроприбор». – 2008. – С. 87-89.
15. **Кробка, Н.И.** Новый некоммутативный кинематический эффект и его проявления в бесплатформенных инерциальных системах ориентации на основе волоконно-оптических гироскопов // Гироскопия и навигация. – 2009. – № 1. – С. 36-51.
16. **Кробка, Н.И.** Некоммутативные кинематические эффекты и закономерности накопления шумов волоконно-оптических гироскопов в бесплатформенных инерциальных системах ориентации // XVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – С. 69-72.
17. **Allan, D.W.** Statistics of Atomic Frequency Standards // Proc. IEEE. – 1966. – Vol. 54. – No. 2. – Pp. 221-230.
18. **Riley, W.J.** The Basics of Frequency Stability Analysis. – <http://www.wiley.com/>.
19. **Krobka, N.I.** Accurate error equations of the strapdown inertial navigation systems // The Second Soviet-Chinese Symposium on Inertial Technology (Saint Petersburg, 9-15 October, 1991) / Chief ed. V.G. Peshekhonov. – Saint Petersburg: Central Scientific and Research Institute «Elektropribor». – 1992. – Pp. 43-50.
20. **Кробка, Н.И.** Концепция строгих уравнений ошибок и оценки квантовых пределов точности бесплатформенных инерциальных навигационных систем на лазерных гироскопах, волоконно-оптических гироскопах и атомных интерферометрах на волнах де Бройля // XVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. – СПб: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2010. – С. 91-108.
21. **Свешников, А.А.** Прикладные методы теории случайных функций. – М.: Наука, 1968. – 464 с.
22. **Кробка, Н.И.** О влиянии случайных возмущений угловой скорости на решение кинематической задачи / Н.И. Кробка, М.В. Свиридов // Известия АН СССР. Механика твердого тела. – 1984. – № 1. – С. 145-150.
23. **Krobka N. I.** Application features of three-axis laser gyros in strapdown inertial navigation systems / IV Russian-Chinese Symposium on Inertial Technology. Saint Petersburg, 1993, September 27 – October 1. – Saint Petersburg: St. Petersburg Section of the Scientific Council on Movement Control and Navigation Problems of the RAS. Chinese Society on Inertial Technology. – 1993. – Pp. 54-63.
24. **Krobka, N. I.** Works on Laser Gyroscopy in Applied Mechanics Scientific Research Institute named after academician V. I. Kuznetsov / N.I. Krobka, I.N. Sapozhnikov // The First International Conference on Inertial Technology, St.-Petersburg, 25-26 May, 1994. – St. Petersburg: Central Scientific and Research Institute «Elektropribor». – 1994. – Pp. 3-12.

25. http://www.alamath.com/index.php?option=com_content&task=view&id=12&Itemid=9
26. **Научно-технический отчет** «Экспериментальные исследования шумов ВОГ филиала ЦЭНКИ «НИИ ПМ имени академика В.И.Кузнецова» / отв. исп. Н.И. Кробка. – Филиал ЦЭНКИ НИИ ПМ им. акад. В.И. Кузнецова, КИНД. Э001.2402. – 2008. – 370 с.
27. **Кробка, Н.И.** Исследование структуры шумов ВОГ методом вариаций Алана / Научно-технический отчет «Разработка технических предложений по созданию бесплатформенного инерциального блока (БИБ) на волоконно-оптических гироскопах (ВОГ) и маятниковых акселерометрах (МА) для систем управления КА и спускаемого аппарата» по этапу 2 ОКР «ЦЭНКИ-Н». – Филиал ФГУП ЦЭНКИ «НИИ прикладной механики имени академика В.И. Кузнецова», КИНД.Э032-3476. – 2008. – С. 71-147. – 179 с.
28. **Кробка, Н. И.** Анализ структуры шумов выходного сигнала ВОГ по результатам испытаний и их влияния на точность решения задачи ориентации космического аппарата / Научно-технический отчет по этапу 4 ОКР «ЦЭНКИ-Н». – Филиал ФГУП ЦЭНКИ «НИИ прикладной механики имени академика В.И. Кузнецова», КИНД. Э001.2422. – 2008. – С. 62-101. – 296 с.
29. **Курбатов, А.М.** Способ обработки сигнала кольцевого интерферометра волоконно-оптического гироскопа (Варианты) / Патент РФ № 2130587 (заявка № 96108070/28 от 18.04.1996). Опубликовано 20.05.1999. Классы G01B9/02, G01C19/72.
30. **Курбатов, А.М.** Способ компенсации разности фаз Саньяка в кольцевом интерферометре волоконно-оптического гироскопа / Патент РФ № 2146807 (заявка № 98103976/28 от 02.03.1998). Опубликовано 20.03.2000. Класс G01J9/02.
31. **Курбатов, А.М.** Способ стабилизации масштабного коэффициента волоконно-оптического гироскопа / Патент РФ № 2160885 (заявка № 99122943/28 от 02.11.1999). Опубликовано 20.12.2000. Классы G01C19/72, G01B9/02.
32. **Курбатов, А.М.** Способ обработки информации волоконно-оптического гироскопа / Патент РФ № 2160886 (заявка № 99122944/28 от 02.11.1999). Опубликовано 20.12.2000. Классы G01C19/72, G01B9/02.
33. **Андреев, А.Г., Ермаков, В.С., Курбатов, А.М., Крюков, И.И.** Способ обработки сигнала кольцевого интерферометра волоконно-оптического гироскопа с открытым контуром / Патент РФ № 2176775 (заявка № 2000108572/28 от 10.04.2000). Опубликовано 10.12.2001. Классы G01B9/02, G01C19/72.
34. **Андреев, А.Г., Ермаков, В.С., Курбатов, А.М., Крюков, И.И.** Способ фазовой модуляции лучей кольцевого интерферометра волоконно-оптического гироскопа / Патент РФ № 2194245 (заявка № 2000128311/28 от 14.11.2000). Опубликовано 10.12.2002. Классы G01B9/02, G01C19/72.
35. **Андреев, А.Г., Ермаков, В.С., Курбатов, А.М., Кель, О.Л.** Способ обработки сигнала кольцевого интерферометра волоконно-оптического гироскопа / Патент РФ № 2194246 (заявка № 2001121828/28 от 07.08.2001). Опубликовано 10.12.2002. Классы G01B9/02, G01C19/72.
36. **Андреев, А.Г., Ермаков, В.С., Курбатов, А.М.** Способ фазовой модуляции в кольцевом интерферометре волоконно-оптического гироскопа / Патент РФ № 2194247 (заявка № 2001123146/28 от 20.08.2001). Опубликовано 10.12.2002. Классы G01B9/02, G01C19/72.
37. **Сиряя, Т.Н.** Вариация Аллана как оценка погрешности измерения // Гироскопия и навигация. – 2010. – № 2 (69). – С. 29-36.

Abstract. The paper considers the differences in accuracy criteria for the gyros in two applications: measuring rotation about a fixed axis and measuring rotation about a point. We describe the class of noises with zero spectral density at zero frequency. In these gyros, the noises do not cause the errors of apparent turn angles (integrals of angular rate projection on the gyro sensitivity axis) to accumulate in time, but lead to accumulation of error in attitude determined by strapdown inertial systems. Ways of identifying the gyro noise structure using the known lower order methods are analyzed: first difference method (Allan variance), second difference method (Hadamard variance), and proposed methods of higher orders differences.