

**Abstract.** Decentralized integration of global positioning system (GPS), synthetic aperture radar (SAR), and terrain referenced navigation (TRN) system into an inertial navigation system (INS) is analysed in comparison to the centralized integration method in this paper. Many publications have shown different decentralized integration methods. The main advantage of the decentralized filter architecture is flexibility and modularity. Especially the federated no-reset filter has received considerable attention in literature because of improved fault detection and isolation (FDI) capability, which is an important feature in multi-sensor navigation systems. Fault detection capability of the federated no-reset filter is well-established. However, this filter type combines sensor data in a suboptimal way and a loss of accuracy compared to the centralized Kalman filter is generally observed. Other publications mentioned this loss of accuracy, but did not give the amount of accuracy loss for SAR/TRN/GPS/INS systems. In this paper additionally a slight modification of the federated filter is presented. Typically a GPS/INS filter tends to be overoptimistic due to long-term time-correlated atmospheric errors of the GPS pseudo-range measurements. A rather simple modification of the federated filter is given to take into account this overoptimistic behaviour. A covariance correction yields a more reasonable covariance of the GPS/INS local filter and an improved overall position estimation of the federated filter.

УДК 629.12:621.396.9.1

Г. М. ДОВГОБРОД, Л. М. КЛЯЧКО

## УПРОЩЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕГО ДВИЖЕНИЕ ОБЪЕКТА ПО ЗАДАННОЙ КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРАЕКТОРИИ

*Обсуждается вопрос управления движением объекта по заданной криволинейной траектории. С помощью приведенного в работе [4] нового доказательства теоремы сложения скоростей выполнен упрощенный вывод законов управления. Описанная методика может быть первым шагом при разработке алгоритмов управления движением по методу поэтапного синтеза (backstepping).*

### Введение

В задачах перемещения объекта по заданной криволинейной траектории используется подход, основанный на определении текущего отклонения объекта от заданной траектории и выработке управляющего воздействия, парирующего это отклонение. Если в качестве величины отклонения принимать расстояние от объекта до прямоугольной проекции этого объекта на заданную траекторию, то область допустимых начальных положений объекта ограничена трубой (или

---

**Довгоброд** Георгий Моисеевич. Кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник ОАО «ЦНИИ «Курс» (Москва).

**Клячко** Лев Михайлович. Кандидат технических наук, генеральный директор ОАО «ЦНИИ «Курс».

полосой в двумерном случае), окружающей заданную траекторию, с радиусом, меньшим, чем минимальный радиус кривизны заданной траектории [1]. Указанное ограничение вызвано тем, что если фактическая траектория перемещения объекта будет приближаться к какому-либо центру кривизны заданной траектории, то при конечной скорости перемещения объекта скорость перемещения проекции объекта будет стремиться к бесконечности. Кроме этого, если заданная траектория будет иметь участок в виде дуги окружности и объект будет находиться в центре окружности, содержащей эту дугу, то понятие проекции его на заданную траекторию не будет однозначным. Например, в кинематических уравнениях связи при движении судна вблизи криволинейной траектории существует такое значение бокового отклонения, при котором в одном уравнении знаменатель может обратиться в ноль [2].

В работах [1, 3] предложен подход к определению текущего отклонения объекта от заданной траектории, полностью снимающий указанное ограничение. Подход основан на вычислении расстояния от текущего положения объекта до изображающей точки на заданной траектории, перемещающейся одновременно с объектом. В указанных статьях предложены законы управления, обеспечивающие сходимость фактической траектории объекта к заданной траектории при времени, стремящемся к бесконечности. Однако выводы соотношений (законов управления), задающих скорость перемещения изображающей точки и направление вектора скорости перемещения объекта, являются громоздкими. В настоящей статье выполнен новый вывод требуемых законов управления на основе матричных соотношений, представленных в приложениях 1 и 2.

Рассмотрим задачу управления движением на плоскости объекта, представляемого материальной точкой  $p$  (рис. 1).

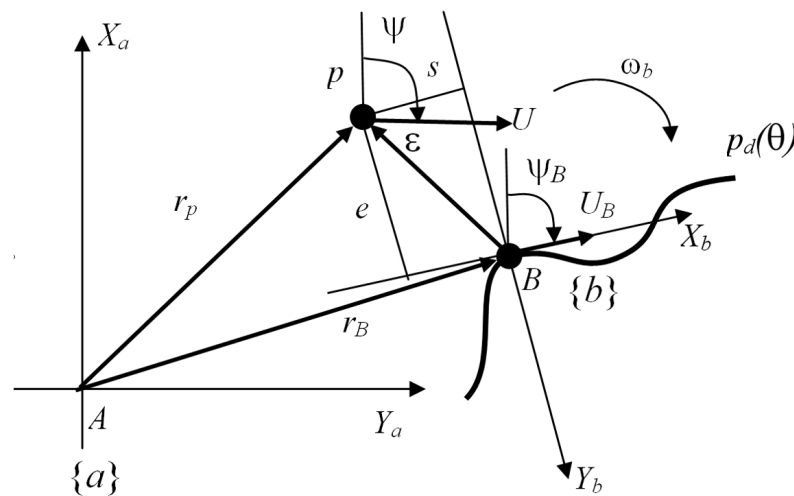


Рис. 1. Геометрическое представление условий задачи управления движением материальной точки по заданной траектории

Пусть необходимо, чтобы точка  $p$  двигалась как можно ближе к заданной траектории, представляемой гладкой кривой, которая описывается векторной функцией  $p_d(\theta)$ , зависящей от параметра  $\theta$ . Векторная функция  $p_d(\theta)$  должна иметь по координатным производным второго порядка. Пусть точка  $A$  – начало

инерциальной системы координат  $\{a\}$ . Абсолютная величина текущей скорости точки  $p$  относительно системы  $\{a\}$  обозначается  $U$ , а направление вектора скорости задается углом  $\psi$ ;  $B$  – изображающая точка, перемещающаяся по заданной траектории с некоторой переменной скоростью  $U_B$ , имеющей направление  $\psi_B$  в системе координат  $\{a\}$ .

Рассмотрим систему координат Серрет – Френе  $\{a\}$  с началом, совпадающим с изображающей точкой  $B$ , и направлением оси  $X_b$ , совпадающим с направлением мгновенной скорости перемещения точки  $B$ . Третьи координатные оси систем  $\{a\}$  и  $\{b\}$  направлены так, чтобы эти системы были правыми и используются только при работе с вектором угловой скорости.

Пусть вектор  $\epsilon$  имеет начало в изображающей точке  $B$  и конец в точке  $p$

$$\epsilon = r_p - r_B .$$

Далее, когда будет необходимо, используем трехиндексные обозначения для координатного представления векторных величин. Нижний левый индекс – обозначение системы координат, в которой этот вектор определен. Нижний правый индекс – обозначение объекта, параметром которого эта векторная величина является. Верхний индекс – обозначение системы координат, в которой представлены координаты рассматриваемого вектора.

Рассмотрим  $\epsilon$  как радиус-вектор точки  $p$  в системе  $\{b\}$ . Тогда координатное представление радиуса-вектора  $\epsilon$  в системе  $\{b\}$  с использованием трехиндексных обозначений принимает вид

$$\epsilon_{b,p}^b = \begin{bmatrix} s \\ e \end{bmatrix} ,$$

где  $s$  – координата по оси  $X_b$ ;  $e$  – координата по оси  $Y_b$ .

Координатная запись векторов представляется в виде столбцов. Очевидно, что задача будет выполнена при следующем условии:

$$\|\epsilon\| \longrightarrow 0 \quad \text{при} \quad t \longrightarrow \infty , \quad (1)$$

где  $\|\epsilon\|$  – норма вектора  $\epsilon$ .

Здесь управляющими параметрами являются  $U_B$  и  $\psi$ . Следовательно, надо найти такие законы изменения  $U_B$  и  $\psi$ , чтобы выполнялось соотношение (1).

**Краткое изложение метода функций Ляпунова.** Нулевое решение дифференциального уравнения будет асимптотически устойчивым, если существует положительно определенная, непрерывно дифференцируемая функция  $V$  такая, что  $\dot{V}$  – отрицательно определенная функция на решениях этого уравнения [5].

Асимптотическая устойчивость нулевого решения векторного дифференциального уравнения  $\dot{\epsilon} = f(\epsilon, t)$  обеспечивает выполнение условия (1), где  $\dot{\epsilon}$  – скорость изменения вектора  $\epsilon$ .

Рассмотрим положительно, непрерывно дифференцируемую функцию  $V_\epsilon$  и ее производную по времени  $\dot{V}_\epsilon$ :

$$V_\epsilon = \frac{1}{2} \epsilon^T \epsilon = \frac{1}{2} (s^2 + e^2);$$

$$\dot{V}_\epsilon = \epsilon^T \dot{\epsilon} .$$

Производную  $V_\epsilon$  будем использовать в качестве функции Ляпунова. Найдем выражение  $\dot{V}_\epsilon$  через исходные данные задачи.

Вначале найдем выражение для скорости перемещения вектора  $\epsilon$  с помощью транспортной теоремы (см. приложение 2). Непосредственно из транспортной теоремы получаем выражение (2) для вектора  $V_{a,p}^a$  скорости перемещения точки  $p$  в системе координат  $\{a\}$

$$V_{a,p}^a = V_{a,b}^a + R_b^a(\dot{\epsilon}_{b,p}^b + S(\omega_{a,b}^b) \cdot \epsilon_{b,p}^b), \quad (2)$$

где  $V_{a,b}^a$  – вектор скорости начала координат системы Серрет–Френе;  $R_b^a$  – матрица преобразования координат вектора из системы  $\{b\}$  в систему  $\{a\}$ ;  $\omega_{a,b}^b = (0 \ 0 \ \omega_b)^T$  – вектор скорости поворота системы  $\{b\}$  относительно системы  $\{a\}$  с угловой скоростью  $\omega_b$ ;  $S(\omega_{a,b}^b)$  – матрица, учитывающая вращение системы  $\{b\}$  относительно системы  $\{a\}$  (см. приложение 1).

Умножаем выражение (2) на матрицу преобразования координат вектора из системы  $\{a\}$  в систему  $\{b\}$ :

$$R_a^b V_{a,p}^a = R_a^b V_{a,b}^a + R_a^b R_b^a(\dot{\epsilon}_{b,p}^b + S(\omega_{a,b}^b) \cdot \epsilon_{b,p}^b) ;$$

$$V_{a,p}^b = V_{a,b}^b + \dot{\epsilon}_{b,p}^b + S(\omega_{a,b}^b) \cdot \epsilon_{b,p}^b .$$

После элементарных преобразований получаем выражение для скорости изменения вектора  $\epsilon$

$$\dot{\epsilon}_{b,p}^b = V_{a,p}^b - V_{a,b}^b - S(\omega_{a,b}^b) \cdot \epsilon_{b,p}^b . \quad (3)$$

Для производной функции Ляпунова имеем

$$\dot{V}_\epsilon = (\epsilon_{b,p}^b)^T (V_{a,p}^b - V_{a,b}^b - S(\omega_{a,b}^b) \cdot \epsilon_{b,p}^b) .$$

Так как матрица  $S(\omega_{ab}^b)$  кососимметричная, то  $(\epsilon_{b,p}^b)^T \cdot S(\omega_{a,b}^b) \cdot \epsilon_{b,p}^b = 0$ .

Рассмотрим координатное представление вектора  $V_{a,b}^b$  – скорость изображающей точки  $B$ , и вектора  $V_{a,p}^b$  – скорость точки  $p$  в системе  $\{b\}$ :

$$V_{a,b}^b = \begin{bmatrix} U_B \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad (4)$$

$$V_{a,p}^b = \begin{bmatrix} U \cdot \cos(\Psi - \Psi_B) \\ U \cdot \sin(\Psi - \Psi_B) \end{bmatrix} . \quad (5)$$

Выполнив матричные вычисления, получаем выражение для производной функции Ляпунова  $\dot{V}_\epsilon$

$$\dot{V}_\epsilon = s \cdot (U \cdot \cos(\Psi - \Psi_b) - U_b) + e \cdot U \cdot \sin(\Psi - \Psi_b) .$$

Теперь необходимо обеспечить отрицательную определенность функции  $\dot{V}_\epsilon$ . Для вычисления абсолютной величины скорости перемещения изображающей точки  $U_B$  можно использовать следующее выражение (14):

$$U_B = U \cos(\psi - \psi_B) + \gamma s, \quad (6)$$

где  $\gamma$  – положительное число, тогда

$$\dot{V}_\epsilon = -\gamma \cdot s^2 + e \cdot U \cdot \sin(\psi - \psi_B). \quad (7)$$

Для обеспечения отрицательной определенности функции  $\dot{V}_\epsilon$  необходима неположительность второго слагаемого выражения (7), которую будем обеспечивать с помощью задания желаемого направления  $\psi_d$  вектора скорости точки  $p$ . Для рассматриваемой материальной точки не будем учитывать ее инерционные свойства и будем считать, что фактическое направление ее скорости  $\psi$  совпадает с желаемым направлением  $\psi_d$ . Очевидно, что при большой абсолютной величине бокового смещения  $e$  вектор скорости точки  $p$  должен быть направлен к заданной траектории, а при движении по заданной траектории  $\psi_d$  должен совпадать с направлением вектора скорости изображающей точки  $\psi_B$ . Указанную зависимость может обеспечить, например, следующее выражение [1]:

$$\psi_d - \psi_B = \arctg\left(-\frac{e}{\Delta}\right), \quad (8)$$

где  $\Delta$  – параметр, определяющий форму траектории подхода материальной точки к заданной траектории движения.

На основании соотношения  $\sin(\alpha) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha)}}$  получаем выражение для производной функции Ляпунова  $\dot{V}_\epsilon$ , являющееся отрицательно определенной функцией

$$\dot{V}_\epsilon = -\gamma s^2 - \frac{Ue^2}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}}.$$

Следовательно, имеем два закона управления (6) и (9), обеспечивающие асимптотическую сходимость фактической траектории движения точки  $p$  к заданной траектории

$$\psi_d = \arctg\left(-\frac{e}{\Delta}\right) + \psi_B. \quad (9)$$

Для проведения вычислительного эксперимента по проверке работоспособности законов управления составим систему дифференциальных уравнений, описывающих процесс вывода точки на заданную плоскую криволинейную траекторию и процесс движения точки по этой траектории.

Используем выражение (8) для вычисления скорости перемещения изображающей точки  $U_B$

$$U_B = \frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma s.$$

Согласно (4), (5) и (П1) запишем уравнение (3) с учетом принятых законов управления (6), (9)

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \cdot \frac{\Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} \\ U \cdot \frac{-e}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U \cdot \frac{\Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_b \\ \omega_b & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s \\ e \end{bmatrix},$$

где  $\omega_b$  – угловая скорость поворота системы координат  $\{b\}$  относительно  $\{a\}$ .

Пусть  $c(\theta)$  – кривизна кривой  $p_d(\theta)$  в точке, соответствующей текущему значению параметра  $\theta$ , тогда абсолютная величина угловой скорости будет

$$\omega_b = c(\theta) \left( \frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma s \right).$$

Так как  $\theta$  – параметр, определяющий положение изображающей точки на заданной траектории движения, то его необходимо использовать в процессе управления. Поэтому следует выяснить зависимость между скоростью  $U_B$  и соответствующей скоростью изменения параметра  $\dot{\theta}$ .

Из выражения

$$U_B = \left| \frac{dp_d(\theta(t))}{dt} \right| = \left| \frac{dp_d}{d\theta} \right| \frac{d\theta}{dt}$$

получаем

$$\dot{\theta} = \frac{U_B}{\sqrt{\left( \frac{dp_{dx}}{d\theta} \right)^2 + \left( \frac{dp_{dy}}{d\theta} \right)^2}},$$

где  $p_{dx}$  и  $p_{dy}$  – координаты точки  $B$  в системе координат  $a$ .

Согласно (6) и (8) получаем выражение для скорости изменения параметра  $\theta$

$$\dot{\theta} = \frac{U \cdot \cos(\psi - \psi_b) + \gamma \cdot s}{\sqrt{\left( \frac{dp_{dx}}{d\theta} \right)^2 + \left( \frac{dp_{dy}}{d\theta} \right)^2}}.$$

Можно отметить, что последнее выражение не имеет точек сингулярности на любой гладкой кривой. Окончательно имеем следующую систему дифференциальных уравнений, описывающую отклонение точки от заданной траектории движения при работе замкнутой системы управления движением:

$$\begin{cases} \dot{s} = -\gamma \cdot s + c(\theta) \cdot \left( \frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s \right) \cdot e \\ \dot{e} = \frac{-U \cdot e}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} - c(\theta) \cdot \left( \frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s \right) \cdot s \\ \dot{\theta} = \frac{\frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s}{\sqrt{\left( \frac{dp_{dx}}{d\theta} \right)^2 + \left( \frac{dp_{dy}}{d\theta} \right)^2}} \end{cases}.$$

В приложении MathCAD было выполнено моделирование работы замкнутой системы управления, использующей законы управления (6), (9). Задача системы управления состоит в том, что необходимо объект, находящийся вне заданной траектории, вывести на заданную траекторию и стабилизировать его на этой траектории.

Пусть заданная траектория – полиномиальная кривая  $p_d(\theta)$  с двумерными коэффициентами, умножаемыми на базисные полиномы Бернштейна степени 3, а  $\theta$  – скалярный параметр, изменяющийся в диапазоне от 0 до 1, имеет вид

$$p_d(\theta) = \begin{bmatrix} -1 \times 10^3 \text{ м} \\ -3 \times 10^3 \text{ м} \end{bmatrix} (1 - \theta)^3 + \begin{bmatrix} 1.032 \times 10^3 \text{ м} \\ -3.74 \times 10^3 \text{ м} \end{bmatrix} 3\theta(1 - \theta)^2 + \begin{bmatrix} 0 \text{ м} \\ -623.29 \times 10^3 \text{ м} \end{bmatrix} 3\theta^2(1 - \theta).$$

Параметры законов управления зададим следующие:  $\gamma = 0.05 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Delta = 100 \text{ м}$ .  
Абсолютная величина скорости материальной точки  $4 \text{ м/с}$ .

Рассматривались два варианта начальных положений объекта (точки  $C$  и  $D$ ) со следующими координатами:

$$r_{0C} = \begin{bmatrix} -500 \text{ м} \\ -3700 \text{ м} \end{bmatrix}, \quad r_{0D} = \begin{bmatrix} -500 \text{ м} \\ -2500 \text{ м} \end{bmatrix}.$$

Начальное значение параметра  $\theta$  ( $\theta_0=0.05$ ) задает начальное положение изображающей точки. Траектории вывода точки из положений  $C$  и  $D$  на заданную траекторию и движение по заданной траектории показаны на рис. 2.

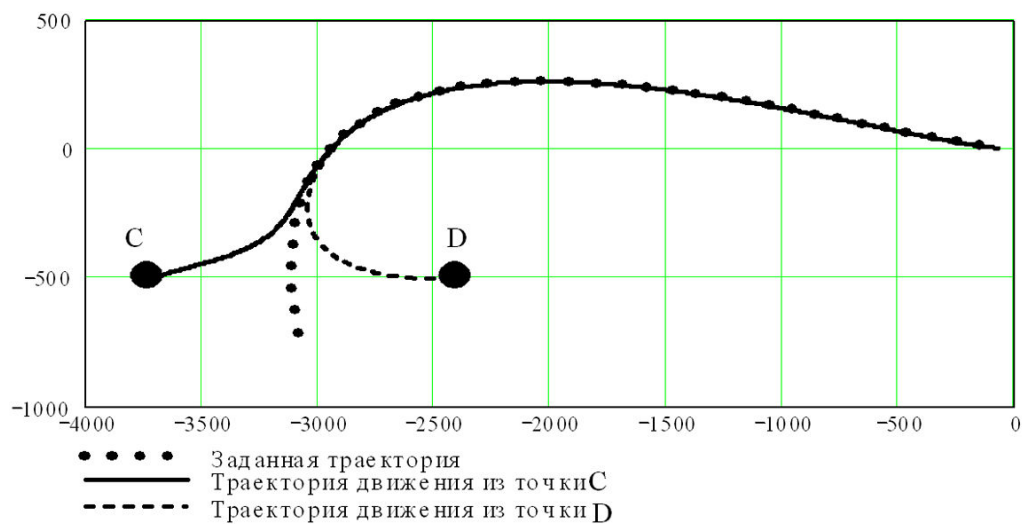


Рис. 2. Результаты двух расчетов траекторий движения точки из начального положения  $C$  и  $D$  под управлением законов (6), (9)

## Выводы

Представленная методика построения законов управления движением объекта по заданной криволинейной траектории может быть основой для разработки алгоритмов управления движением на плоскости и в трехмерном пространстве, учитывающих инерционные свойства объекта управления. Такая методика может быть первым шагом при разработке алгоритмов управления движением по методу попятного синтеза (backstepping) [5, 6].

Вычислительный эксперимент продемонстрировал работоспособность законов управления (6), (9) при выводе объекта на криволинейную траекторию, заданную полиномиальной кривой, и стабилизацию объекта на этой траектории.

## Приложение 1

### Матричные соотношения, использованные при построении законов управления

Пусть дан вектор  $a = (a_1 \ a_2 \ a_3)^T$  [4].

Вектору  $a$  можно поставить в соответствие кососимметричную матрицу  $S(a)$

$$S(a) = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad S(a) = -S(a)^T.$$

В случае если  $a = (0 \ 0 \ a_3)^T$  и все векторы, которые будут умножаться на матрицу  $S(a)$ , перпендикулярны вектору  $a$ , то вектору  $a$  может быть поставлена в соответствие следующая матрица:

$$S(a) = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 \\ a_3 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{П1})$$

Произведение векторов  $c = a \times b$  в координатной форме может быть вычислено по формуле

$$c = S(a)b, \quad (\text{П2})$$

где  $b$  – радиус-вектор точки;  $a$  – вектор угловой скорости, лежащий на оси вращения;  $c$  – линейная скорость точки.

Пусть  $R_b^a$  матрица преобразования (поворота) координат вектора  $r$  из базиса системы координат  $\{b\}$  в координаты этого вектора в базисе  $\{a\}$ , причем начала координат совпадают, тогда такое преобразование может быть выполнено по формуле

$$r^a = R_b^a r^b, \quad (\text{П3})$$

где матрица  $R_b^a$  – специальная ортогональная со следующими соотношениями:

$$R_a^b \cdot R_b^a = I \quad \text{и} \quad \det(R_b^a) = 1.$$

Выполним дифференцирование

$$\frac{d}{dt}(R_a^b \cdot R_b^a) = \dot{R}_a^b \cdot R_b^a + R_a^b \cdot \dot{R}_b^a = 0.$$

Следовательно, матрица  $R_a^b \cdot \dot{R}_b^a$  кососимметричная, и ей можно поставить в соответствие некоторый вектор  $w$ , который можно интерпретировать как вектор угловой скорости поворота одной системы координат относительно другой

$$R_a^b \cdot \dot{R}_b^a = S(w). \quad (\text{П4})$$

Из (П4) можно получить выражение для производной матрицы поворота

$$\dot{R}_b^a = R_b^a \cdot S(w).$$

Вектор  $w$  есть вектор скорости поворота координатной системы  $\{b\}$  относительно координатной системы  $\{a\}$ , представленный в базисе  $b$ , так как справа от матрицы должен находиться оператор, действующий в системе  $\{b\}$ . Вектор угловой скорости  $w$  согласно ранее введенному правилу трехиндексных обозначений координатного представления векторных величин можно представить символом  $\omega_{ab}^b$

$$\dot{R}_b^a = R_b^a S(\omega_{ab}^b). \quad (\text{П5})$$

## Приложение 2

### Транспортная теорема (теорема сложения скоростей)

Пусть в некотором линейном пространстве заданы две системы координат  $\{a\}$  и  $\{b\}$  и точка  $p$ , которая перемещается (рис. 3).

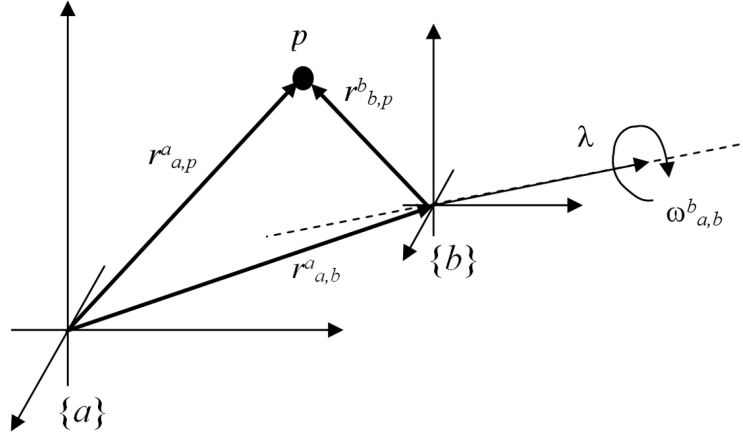


Рис. 3. Геометрическое представление условий теоремы сложения скоростей

Система  $\{a\}$  инерциальная. Система  $\{b\}$  перемещается относительно  $\{a\}$  и вращается относительно оси  $\lambda$ , проходящей через начало координат системы  $\{b\}$ , с угловой скоростью, представляемой вектором  $\omega_{a,b}^b$ . Тогда абсолютную скорость точки  $p$  в координатной форме можно представить как сумму трех скоростей

$$V_{a,p}^a = V_{a,b}^a + R_b^a (V_{b,p}^b + S(\omega_{a,b}^b) r_{b,p}^b).$$

*Доказательство.*

Рассмотрим векторную сумму

$$r_{a,p}^a = r_{a,b}^a + r_{b,p}^a. \quad (\text{П6})$$

Ко второму слагаемому (П6) применим формулу (П3)

$$r_{a,p}^a = r_{a,b}^a + R_b^a r_{b,p}^b. \quad (\text{П7})$$

Выражение (П7) продифференцируем по времени

$$\dot{r}_{a,p}^a = \dot{r}_{a,b}^a + R_b^a \dot{r}_{b,p}^b + \dot{R}_b^a r_{b,p}^b.$$

Воспользовавшись выражением для производной матрицы поворота (П5), получаем

$$\dot{r}_{a,p}^a = \dot{r}_{a,b}^a + R_b^a (\dot{r}_{b,p}^b + S(\omega_{a,b}^b) r_{b,p}^b).$$

Изменив обозначения поступательных скоростей, окончательно получаем утверждение теоремы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Morten Breivik, Thor I. Fossen.** Path Following for Marine Surface Vessels. Proceedings of the OTO'04, Kobe, Japan.
2. **Пелевин, А.Е.** Стабилизация движения судна на криволинейной траектории // Гироскопия и навигация. - 2002. - № 2. - С. 3-11.
3. **L.Lapierre, D.Soeteanto, A.Pascoal.** Nonlinear Path Following with Applications to the Control of Autonomous Underwater Vehicles. Proceedings of the 42<sup>nd</sup> IEEE CDC, Maui, Hawaii, USA, 2003.
4. **Dr. Tristan Perez, Prof. Thor I. Fossen.** Kinematics and Kinetics of Marine Vessels (Modul 3). 2007. <http://www.itk.ntnu.no/fag/gnc/wiley/ch2.pdf>.
5. **Халил, Х.К.** Нелинейные системы. - М. - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009. – 832 с.
6. **Мирошник, И.В.** Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами / И.В.Мирошник, В.О.Никифоров, А.А.Фрадков А.А. – СПб.: Наука, 2000. – 549 с.

**Abstract.** The article deals with a question of an object movement along a given curvilinear trajectory. With the help of recently presented new proof of transport theorem there was carried out a simplified development of an expression for speed of a vector of deviation changing from the given trajectory (9). On the base of (9) development of laws for object's control of following a given curvilinear trajectory was fulfilled. The procedure of construction of laws for object's following the given curvilinear trajectory presented in the work may be a base for working out algorithms of movement control on plane and 3D space with taking into consideration inertial properties of an object under control. The described procedure may be the first step in elaboration of algorithms for movement control with the help of backstepping method. A computation experiment has demonstrated a capacity of control laws for work (18, 19) during putting an object into curvilinear trajectory specified by polynomial curve and steering the object along this trajectory.

Материал поступил 2.03.11