

А. А. БАГИЯН

ПРИМЕНЕНИЕ КВАТЕРНИОНОВ В ЗАДАЧЕ ПРОГРАММНОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ НАЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ С ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Рассмотрена задача программного сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов. Приведено математическое описание решения этой задачи в различных исполнениях. Отмечены преимущества применения кватернионов в такой задаче.

Проведено моделирование процесса программного слежения за наземными объектами для предельных случаев.

Введение

В настоящее время для сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов (ЛА) используются различные обзорно-прицельные системы (ОПС). В качестве таких систем на ЛА могут применяться радиолокационные или оптико-электронные устройства [1–3]. В современных ОПС для слежения за наземными объектами проводится автосопровождение на основе сигнала от них – радиолокационного (РЛ), инфракрасного (ИК) или оптического его изображения (рис. 1, точки 1–4).

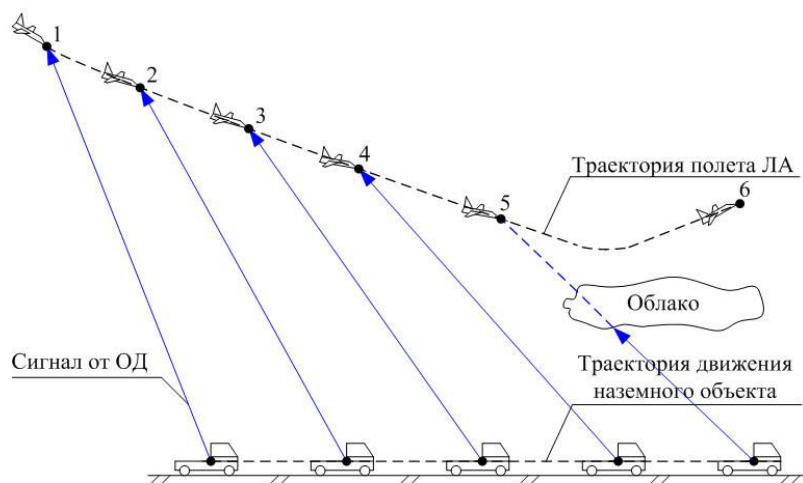


Рис. 1. Автосопровождение наземного объекта обзорно-прицельной системой ЛА

Указанные ОПС ЛА в лучшем случае позволяют автоматически сопровождать наземные объекты при некотором искажении сигнала от них. В полете ЛА часто возникают ситуации, когда сигнал от объекта действия (ОД) не просто искажается, а полностью теряется, что приводит к срыву автосопровождения.

Багиян Арам Айказович. Старший техник, соискатель кафедры Государственного инженерного университета Армении (г. Ереван, Республика Армения).

Это может быть обусловлено погодными условиями, рельефом местности, конструктивными особенностями ЛА и т.д.

В таких ситуациях, когда использование автосопровождения в обзорных системах затруднено или практически невозможно (см. рис. 1, точки 5, 6), часто применяют программное слежение за наземными объектами (или экстраполирование закона сопровождения) [4–6, 12]. Программное сопровождение выполняется на основе определенного закона управления, планируемого заранее, в случае кратковременного отказа (или невозможности применения) основного способа слежения за объектом (например, традиционного автосопровождения).

Постановка задачи, исходные положения

Программное слежение за ОД строится на основе описания движения объекта относительно ЛА. Постановка и решение задачи программного сопровождения с применением угловых величин и кватернионов приводится ниже.

Для описания движения объектов относительно ЛА применяется закон изменения вектора дальности во времени [7]. Этот закон часто применяется при организации процессов программного сопровождения различных объектов с ЛА.

Если рассмотреть движение ЛА и наземного объекта относительно неподвижной точки O в воздушном пространстве, то вектор дальности можно выразить через их радиус-векторы (рис. 2).

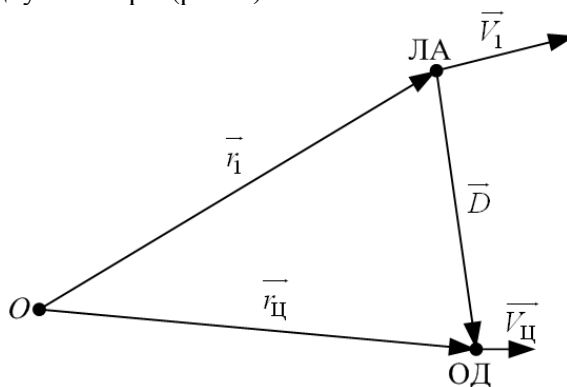


Рис. 2. Определение вектора дальности до цели

Пусть имеется наземный объект, который движется относительно воздушного пространства со скоростью $\vec{V}_{\text{ц}}$. Для определения этой скорости на борту ЛА, совершающего полет со скоростью $\vec{V}_1$, справедлива следующая формула:

$$\vec{V}_{\text{ц}} = \vec{V}_1 + \dot{\vec{D}}, \quad (1)$$

где $\dot{\vec{D}}$ – первая производная вектора дальности по времени (скорость сближения с объектом действия).

Скорость полета $\vec{V}_1$ измеряется на борту ЛА с помощью соответствующих датчиков. Из составляющих первой производной вектора дальности по времени могут быть определены ее величина $\dot{D}$ доплеровским методом или аналитически.

Рассмотрим первую производную вектора дальности по времени $\dot{\vec{D}}$

$$\dot{\vec{D}} = \left(\frac{\dot{D}}{D} \right) \vec{D} + \vec{\omega}_D \times \vec{D}, \quad (2)$$

где $\vec{\omega}_D$ – абсолютная угловая скорость вращения вектора дальности. Подставляя выражение (2) в формулу (1), получаем

$$\vec{V}_Ц = \vec{V}_1 + \left(\frac{\dot{D}}{D} \right) \vec{D} + \vec{\omega}_D \times \vec{D}. \quad (3)$$

Найдем абсолютную угловую скорость вектора дальности

$$\vec{\omega}_D = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_{D/1}, \quad (4)$$

где $\vec{\omega}_1$ – абсолютная угловая скорость ЛА, $\vec{\omega}_{D/1}$ – угловая скорость вектора дальности относительно ЛА (является известной величиной при автосопровождении ОД).

При условии автосопровождения ОД, то есть известной угловой скорости $\vec{\omega}_D$, с помощью уравнения (3) можно определить скорость ОД относительно воздушного пространства. Эта скорость является одной из входных величин при решении задачи прицеливания при применении различного вида авиационного оружия по наземным объектам. При срыве автосопровождения в уравнении (3) имеются две неизвестные – скорость наземного объекта и угловая скорость вектора дальности. Для восстановления процесса слежения за ОД программным способом на основе уравнения (3) обычно считают наземный объект неподвижным относительно поверхности Земли.

Программное сопровождение при указанных выше условиях на основе формулы (3) применяется для слежения за стационарными или двигающимися с очень маленькой скоростью наземными объектами.

Из выражения (3) дифференцированием по времени можно получить следующее векторное уравнение для ускорений наземного объекта $\vec{j}_Ц$ и ЛА $\vec{j}_1$:

$$\vec{j}_Ц = \vec{j}_1 + \left(\left(\frac{\dot{D}}{D} \right) + \left(\frac{\dot{D}}{D} \right)^2 - \omega_D^2 \right) \vec{D} + 2 \left(\frac{\dot{D}}{D} \right) \vec{\omega}_D \times \vec{D} + \dot{\vec{\omega}}_D \times \vec{D} + (\vec{\omega}_D \cdot \vec{D}) \vec{\omega}_D. \quad (5)$$

Для большинства наземных объектов справедливо предположение о равномерности и прямолинейности их движения [7]. Из сказанного следует, что в выражении (5) ускорение наземного объекта должно быть равным нулю ($\vec{j}_Ц = \vec{0}$).

Следовательно, определив из уравнения (5) угловую скорость вектора дальности, при срыве автосопровождения можно проводить программное слежение за наземным объектом.

Проектируя выражение (5) на оси связанной с вектором дальности стабилизированной по крену ($\omega_{XD} = 0$) системы координат (такие системы в литературе часто обозначаются как лучевые) и допуская, что ускорение ОД равно нулю, получаем уравнения, аналогичные приведенным в работе [8]:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -y_1^2 + \left(\frac{y_2}{y_4}\right)^2 + \left(\frac{y_3}{y_4}\right)^2 - \frac{j_{1XD}}{y_4}; \\ \dot{y}_2 = -y_1 y_2 + j_{1ZD}; \\ \dot{y}_3 = -y_1 y_3 - j_{1YD}; \\ \dot{y}_4 = y_1 y_4, y_4 \neq 0, \end{cases} \quad (6)$$

где величинами y_1, y_2, y_3, y_4 соответственно обозначены отношение скорости сближения с наземным объектом к величине вектора дальности $\left(\dot{D}/D\right)$, произведения составляющих угловой скорости вектора дальности в лучевой системе координат на дальность до ОД $\omega_{\Gamma}D$, $\omega_B D$ и величина вектора дальности D , а j_{1XD} , j_{1YD} , j_{1ZD} – проекции абсолютного ускорения ЛА на оси лучевой системы координат (ЛСК). Неравенство величины y_4 нулю вытекает из соображений безопасности полета, то есть исключения возможности столкновения с наземными объектами при решении задачи их сопровождения.

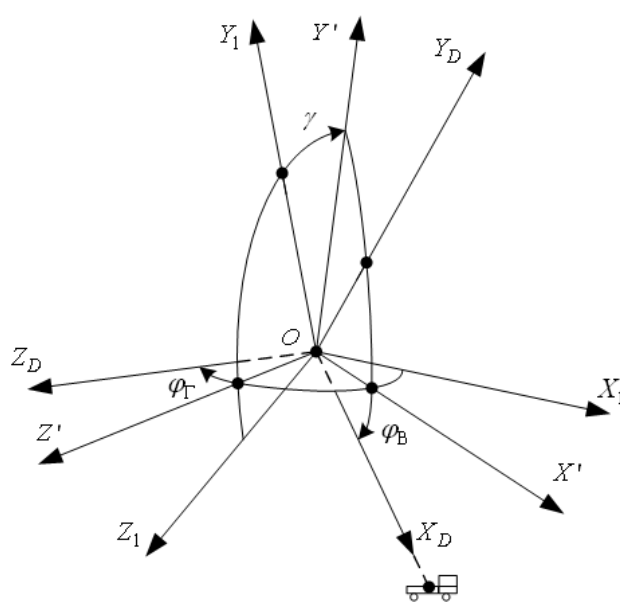


Рис. 3. Получение лучевой системы координат из связанной с центром масс ЛА системы

Реализация программного сопровождения на основе угловых координат

После потери сигнала от ОД (учитывая возможность решения уравнений (6) и измерения угловой скорости $\overline{\omega}_1$ на борту) с помощью формулы (4) легко определяется угловая скорость вектора дальности относительно ЛА $\overline{\omega}_{D/1}$. Из угловой скорости $\overline{\omega}_{D/1}$ можно найти изменения угловых координат наземного объекта во времени, выразив ее соответствующими поворотами вектора дальности на углы, равные координатам наземного объекта.

Собрав в единую систему выражения (6) и проекции вектора $\overline{\omega}_D$ (4) на оси ЛСК, получим следующие дифференциальные уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_1 = -y_1^2 + \left(\frac{y_2}{y_4}\right)^2 + \left(\frac{y_3}{y_4}\right)^2 - \frac{j_{1XD}}{y_4}; \\ \dot{y}_2 = -y_1 y_2 + j_{1ZD}; \\ \dot{y}_3 = -y_1 y_3 - j_{1YD}; \\ \dot{y}_4 = y_1 y_4, y_4 \neq 0; \\ \dot{y}_5 = -\frac{y_2 \cos y_6}{y_4} + \omega_{1Y1} \cos \gamma - \omega_{1Z1} \sin \gamma, y_5 \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \\ \dot{y}_6 = -\frac{y_3 + y_2 \operatorname{tg} y_5 \sin y_6}{y_4} + \frac{\omega_{1Y1} \sin \gamma + \omega_{1Z1} \cos \gamma}{\cos y_5}, \end{array} \right. \quad (7)$$

где γ – угол крена; ω_{1Y1} , ω_{1Z1} – проекции абсолютной угловой скорости ЛА на собственные оси (OY_1 , OZ_1); y_5 , y_6 – предполагаемые угловые координаты наземного объекта φ_{Γ} , $\varphi_{\text{В}}$.

Решая приведенную выше систему дифференциальных уравнений (СДУ) в каждый момент времени, можно получить предполагаемые угловые координаты ОД (так как уравнения были получены с допущением о равномерности и прямолинейности движения наземных объектов). Преобразованием полученных угловых координат в рабочую систему координат ОПС производится программное сопровождение наземного объекта. Условие $y_5 \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ накладывает ограничение на маневр ЛА в горизонтальной плоскости во время программного сопровождения наземных объектов.

Разработанное на основе СДУ (7) решение имеет важное практическое применение, например для решения задачи прицеливания при применении неуправляемых авиационных средств поражения по подвижным и неподвижным наземным объектам, для наведения управляемых авиационных ракет с лазерными головками самонаведения и т. д. [8]. Но вместе с этим такой метод не является универсальным из-за ограничений, приведенных выше.

Реализация программного сопровождения на основе кватернионов

Для реализации приведенной выше идеи на борту ЛА без ограничений на его маневр вместо поворотов на предполагаемые угловые координаты проведем преобразование связанной с центром масс ЛА системы координат (ССК) $OX_1Y_1Z_1$ в ЛСК $OX_DY_DZ_D$ с помощью кватерниона [9–11]:

$$E = Q \circ I \circ \tilde{Q}, \quad (8)$$

где Q – кватернион перехода из базиса I (ССК) в E (ЛСК), а $\tilde{Q}$ – сопряженный с Q кватернион. Для краткости орты ССК и ЛСК соответственно обозначим $\overline{X_1^0} = i_1$, $\overline{Y_1^0} = i_2$, $\overline{Z_1^0} = i_3$, $\overline{X_D^0} = e_1$, $\overline{Y_D^0} = e_2$, $\overline{Z_D^0} = e_3$.

Кватернионы Q и $\tilde{Q}$ можно представить в следующем виде:

$$Q = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k;$$

$$\tilde{Q} = q_0 - q_1i - q_2j - q_3k,$$

где i , j , k – мнимые единицы, образующие гиперкомплексный базис H , содержащий I .

Производную кватерниона преобразования ССК в ЛСК в базисе I выразим

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} \Omega_{D/I} \circ Q, \quad (9)$$

где $\Omega_{D/I}$ – гиперкомплексное отображение вектора угловой скорости ЛСК относительно ССК (ЛА) $\overline{\omega_{D/I}}$ в базисе I . На основе уравнения (4) переходом от векторов к их гиперкомплексным отображениям в ССК получим

$$\Omega_{D/I} = \Omega_{DI} - \Omega_{1I}, \quad (10)$$

где Ω_{DI} – гиперкомплексное отображение абсолютной угловой скорости вектора дальности в базисе I , $\Omega_{1I} = \omega_{1X1}i_1 + \omega_{1Y1}i_2 + \omega_{1Z1}i_3$ – гиперкомплексное отображение вектора абсолютной угловой скорости ЛА, выражаемое через проекции последнего на ССК.

Решением уравнений (6) легко можно найти гиперкомплексное отображение абсолютной угловой скорости вектора дальности на базис E

$$\Omega_{DE} = \omega_{\Gamma}e_2 + \omega_{\text{В}}e_3.$$

Для получения гиперкомплексного отображения абсолютной угловой скорости вектора дальности в ССК необходимо выполнить следующую операцию:

$$\Omega_{DI} = Q \circ \Omega_{DE} \circ \tilde{Q}. \quad (11)$$

На основе формул (9)–(11) получаем дифференциальное уравнение

$$\dot{Q} = \frac{Q \circ \Omega_{DE} - \Omega_{1I} \circ Q}{2}.$$

Переходя к компонентам кватерниона Q , будем иметь систему из четырех дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{q}_0 = \frac{\omega_{1X1}q_1 + (\omega_{1Y1} - \omega_\Gamma)q_2 + (\omega_{1Z1} - \omega_B)q_3}{2}; \\ \dot{q}_1 = \frac{-\omega_{1X1}q_0 - (\omega_{1Y1} + \omega_\Gamma)q_3 + (\omega_{1Z1} + \omega_B)q_2}{2}; \\ \dot{q}_2 = \frac{\omega_{1X1}q_3 - (\omega_{1Y1} - \omega_\Gamma)q_0 - (\omega_{1Z1} + \omega_B)q_1}{2}; \\ \dot{q}_3 = \frac{-\omega_{1X1}q_2 + (\omega_{1Y1} + \omega_\Gamma)q_1 - (\omega_{1Z1} - \omega_B)q_0}{2}. \end{cases}$$

Полученная система определяет изменения кватерниона Q во времени при ее решении совместно с СДУ (6). Сделав обозначения $y_5 = q_0$, $y_6 = q_1$, $y_7 = q_2$, $y_8 = q_3$, с учетом уравнений (6) получаем:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -y_1^2 + \left(\frac{y_2}{y_4}\right)^2 + \left(\frac{y_3}{y_4}\right)^2 - \frac{j_{1XD}}{y_4}; \\ \dot{y}_2 = -y_1y_2 + j_{1ZD}; \\ \dot{y}_3 = -y_1y_3 - j_{1YD}; \\ \dot{y}_4 = y_1y_4, y_4 \neq 0; \\ \dot{y}_5 = \frac{\omega_{1X1}y_4y_6 + (\omega_{1Y1}y_4 - y_2)y_7 + (\omega_{1Z1}y_4 - y_3)y_8}{2y_4}; \\ \dot{y}_6 = \frac{-\omega_{1X1}y_4y_5 - (\omega_{1Y1}y_4 + y_2)y_8 + (\omega_{1Z1}y_4 + y_3)y_7}{2y_4}; \\ \dot{y}_7 = \frac{\omega_{1X1}y_4y_8 - (\omega_{1Y1}y_4 - y_2)y_5 - (\omega_{1Z1}y_4 + y_3)y_6}{2y_4}; \\ \dot{y}_8 = \frac{-\omega_{1X1}y_4y_7 + (\omega_{1Y1}y_4 + y_2)y_6 - (\omega_{1Z1}y_4 - y_3)y_5}{2y_4}. \end{cases} \quad (12)$$

По отношению к СДУ (7) полученная система содержит 8 уравнений вместо 6, но одновременно с этим в выражениях (12) отсутствуют тригонометрические функции, которые затрудняют вычислительный процесс цифровых электронно-вычислительных машин. К тому же система дифференциальных уравнений (12) позволяет решить задачу программного сопровождения наземных объектов с ЛА без ограничений на его маневр, что невозможно при использовании уравнений (7). Следовательно, с помощью полученных уравнений достигается главная цель данной работы – универсализация математического описания решения задачи программного сопровождения наземных объектов с ЛА.

Результаты моделирования различных вариантов программного сопровождения в пакете MATLAB

Для иллюстрации приведенных выше результатов на примере было проведено математическое моделирование двух расчетных случаев в среде MATLAB на основе СДУ (7) и (12): при значении угловой координаты ОД в момент срыва автосопровождения $\varphi_{Г0} = -80^\circ$ и $\varphi_{Г0} = -90^\circ$. Угловая координата $\varphi_{Г}$ выбрана в качестве опорной для моделирования, так как именно на эту величину имеется ограничение при решении задачи на основе СДУ (7).

Полученные результаты в виде графиков зависимостей угловых координат ОД относительно продольной оси ЛА φ_{y1} , φ_{z1} от времени представлены ниже (для первого случая – рис. 4, для второго – рис. 5).

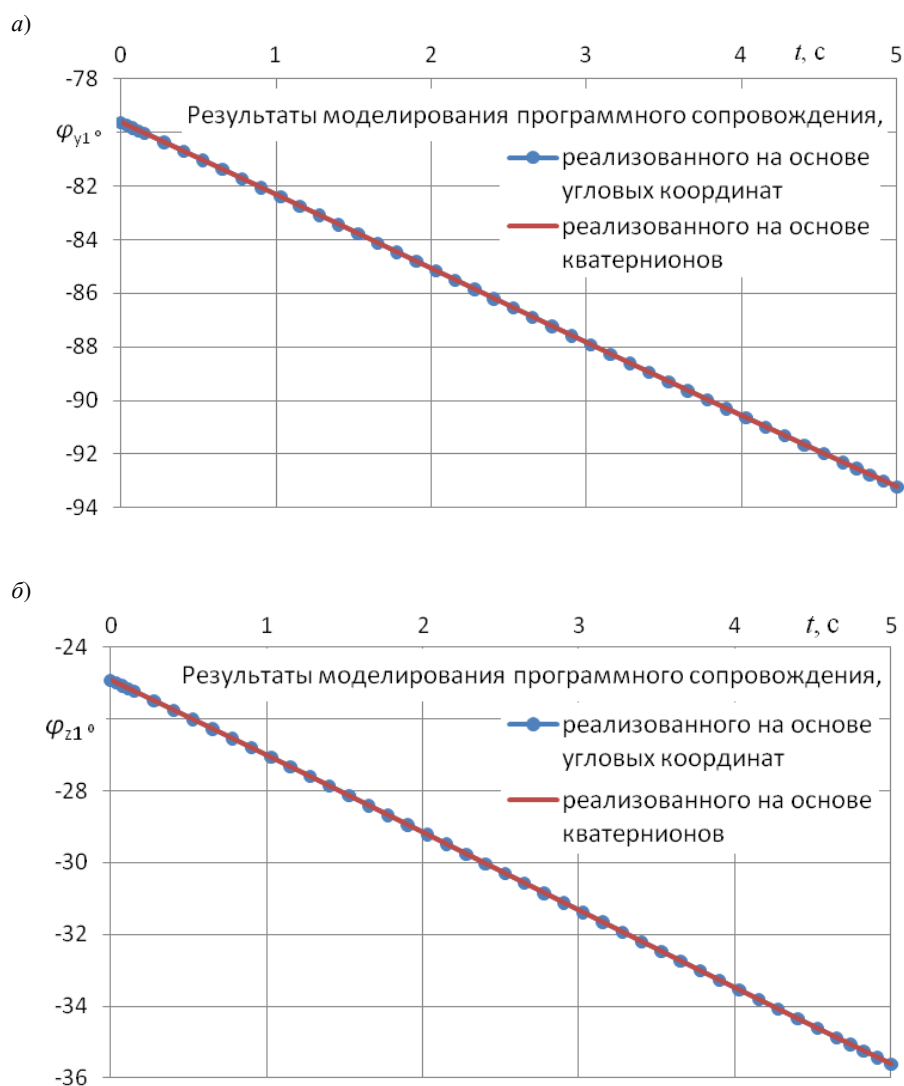


Рис. 4. Зависимость угловой координаты ОД относительно продольной оси ЛА в плоскости крыла (а) и в плоскости симметрии (б) от времени при начальном значении $\varphi_{Г0} = -80^\circ$

Следует отметить, что при моделировании первого расчетного случая встроенная стандартная функция MATLAB ode45, построенная на одношаговом явном методе Рунге–Кутты четвертого и пятого порядка, решает модель пятисекундного участка программного сопровождения на основе СДУ (7) за 45 шагов, а на основе системы (12) за 41 шаг. При близких к предельному начальных значениях угловой координаты φ_Γ ($y_5(t=0) \approx \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$) с помощью той же функции ode45 пятисекундный участок программного слежения за ОД на основе системы уравнений (7) решается в среднем за 170 шагов, а на основе СДУ (12) за 41 шаг.

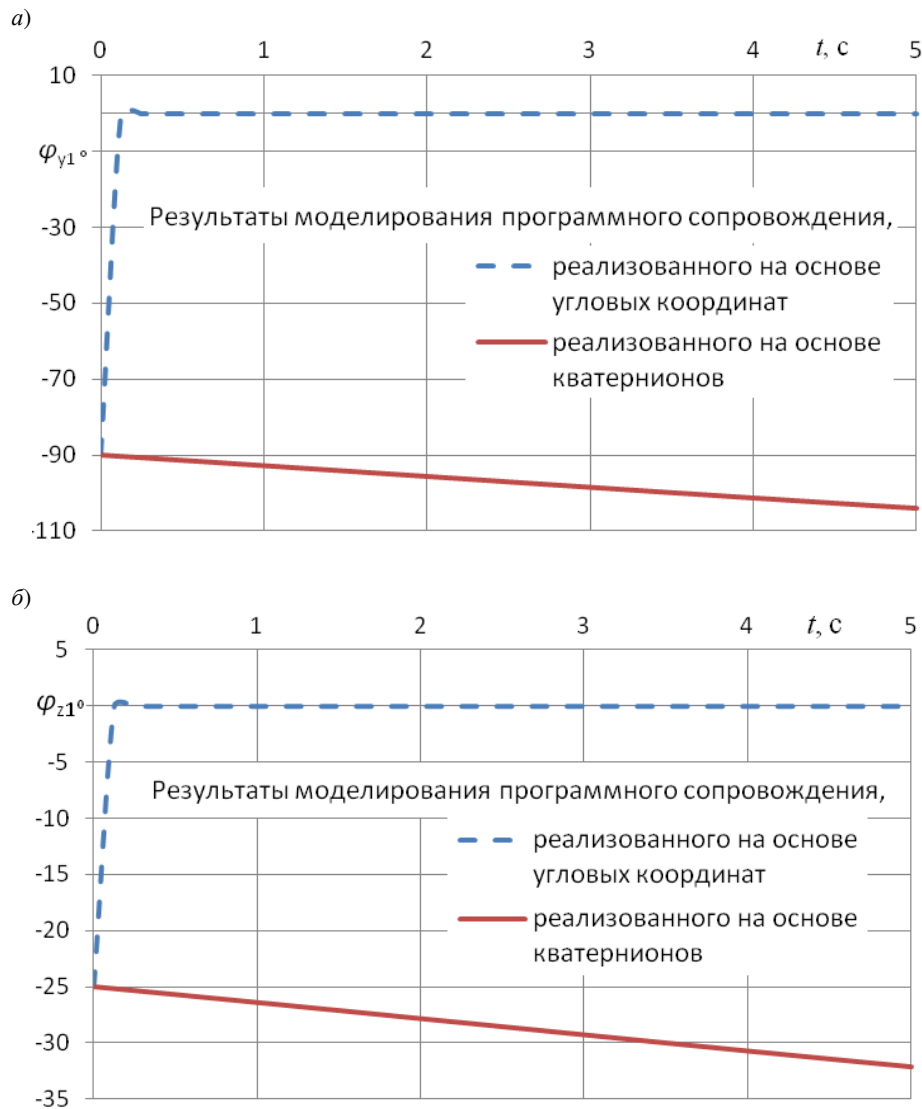


Рис. 5. Зависимость угловой координаты ОД относительно продольной оси ЛА в плоскости крыла и в плоскости симметрии от времени при начальном значении $\varphi_{\Gamma 0} = -90^\circ$

При моделировании второго расчетного случая значения угловых координат φ_{y1} , φ_{z1} , полученные на основе решения уравнений (7), в MATLAB выражаются величинами NaN (Not-a-Number), которые при их экспорте в табличный процессор Excel для построения графиков интерпретируются как нули.

Проведенное моделирование наглядно показывает, что решение СДУ (12) по сравнению с СДУ (7) получается быстрее при моделировании одного и того же участка времени, а также позволяет реализовать программное сопровождение без ограничений на повороты линии визирования ОД. Следовательно, полученные решением СДУ (12) компоненты кватерниона Q целесообразно применять для расчета сигналов управления при программном сопровождении ОД с ЛА.

Возможности технической реализации разработанного решения

На основе изложенного предлагается сконструировать техническое устройство, на входы которого поступают данные о характере движения самого ЛА ($X_{ЛА}$ – вектор параметров движения ЛА) и накопленная информация о движении ОД ($X_{ОД}$ – вектор параметров движения ОД, полученный традиционными способами автосопровождения), а с выхода снимаются предполагаемые угловые координаты этого объекта (φ_{y1} , φ_{z1}). Структурно система программного сопровождения представлена в виде блок-схемы на рис. 6.

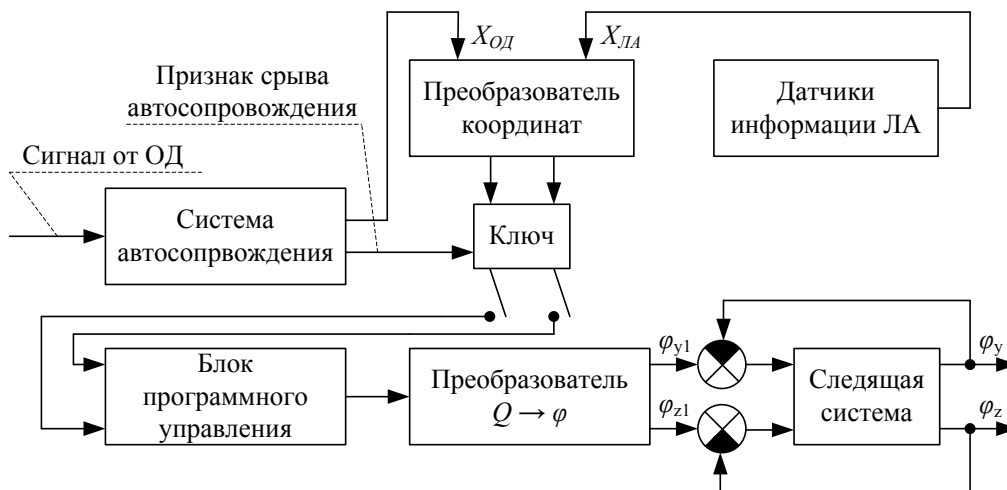


Рис. 6. Система программного сопровождения

Заключение

Рассмотрена задача программного сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов с использованием угловых координат и кватернионов.

Реализованное на основе кватернионов программное сопровождение обладает сравнительно высоким быстродействием решения задачи слежения за ОД в период времени отсутствия сигнала.

Кроме того, алгоритм программного сопровождения на основе кватернионов не накладывает ограничений на маневр ЛА. Предложена упрощенная блок-схема устройства для технической реализации системы программного сопровождения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дудник П.И., Ильчук А.Р., Татарский Б.Г. Многофункциональные радиолокационные системы. – М.: Дрофа, 2007. – 288 с.
2. Лазарев Л.П. Оптико-электронные приборы наведения летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1984. – 480 с.
3. Moir I., Seabridge A. Military Avionics Systems. John Wiley and Sons, 2006.
4. Ка-50, Ка-52, Ка-50Н. Армейские боевые вертолеты. – М.: Любимая книга, 1997. – 128 с.
5. Марковский В., Приходченко И. Истребитель-бомбардировщик МиГ-27. – М.: «Экспринт», 2004. – 57 с.
6. Бедретдинов И.А. Штурмовик Су-25 и его модификации. – М.: «Бедретдинов и Ко», 2002. – 400 с.
7. Авиационные прицельно-навигационные системы / Под ред. Краснова А.М. – М.: ВВИА, 2006. – 623 с.
8. Давыдов В.И., Багян А.А. К вопросу о стабилизации лазерного луча при проведении подсвета наземной цели // Труды ВВИА имени профессора Н.Е. Жуковского. Авиационное вооружение. – М.: ВВИА, 2007. – С. 59–63.
9. Брадец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных систем. – М.: Наука, 1992. – 280 с.
10. Шалагинов В.М. Алгоритмы вычисления кватерниона по известным значениям матрицы ориентации объекта // Гироскопия и навигация. – 2009 – № 2. – С. 56–71.
11. Kuipers J. B. Quaternions and Rotation Sequences: A primer with applications to orbits, aerospace and virtual reality. Princeton University Press, 1999.
12. ATLAS II [Электронный ресурс]. – Электрон. ст. – Режим доступа к ст.: http://en.wikipedia.org/wiki/ATLAS_II.

Abstract. In this paper the issues of implementation of programmed tracking ground objects from aerial vehicles, using several surveillance and targeting systems, are considered. Various mathematical descriptions of programmed tracking are presented. The advantages of quaternion-based programmed tracking, relative to solutions implemented with angular coordinates, are shown. The modeling of the process of programmed tracking has been done in the limiting cases. The problem of programmed tracking ground objects is urgent, and its solution has valuable application in practice.

Key words: program tracking, airborne vehicle aircraft, target-sight system, ground vehicle, angular coordinates, quaternion, modeling

Материал поступил 30.06.11