

АВТОНОМНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТЫ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Приведены результаты анализа особенностей бортовой аппаратуры спутниковой навигации (БАСН), влияющих на разработку методов вторичной обработки. Показано, что по сравнению с полиномиальной аппроксимацией стохастическая модель обеспечивает не только меньшую погрешность определения параметров орбиты ИСЗ, но и более высокую вычислительную эффективность. Показано также, что для случая опорного генератора со стабильностью 10^{-9} достигается точность определения координат с помощью БАСН 10...40 м, время до получения их первого определения около 12 ч.

Введение

Аппаратура пользователя, использующая американскую спутниковую радионавигационную систему (СРНС) GPS и российскую ГЛОНАСС, применяется в настоящее время для навигации наземных, воздушных и морских объектов, но не для использования на борту ИСЗ.

Теория оптимальной фильтрации позволяет решить задачу определения координат потребителя в общем виде без разбиения на промежуточные этапы. Однако получающиеся при этом алгоритмы фильтрации достаточно сложны и в настоящее время не реализуются. Для упрощения аппаратуры потребителя задачу получения оценок вектора положения потребителя разбивают на два этапа обработки – первичную и вторичную. На этапе первичной обработки решается задача фильтрации радионавигационных параметров сигнала, а на этапе вторичной обработки вычисляются оценки вектора положения потребителя с использованием полученных на первом этапе оценок радионавигационных параметров.

Настоящая статья посвящена методам вторичной обработки. По результатам анализа особенностей проектирования бортовой аппаратуры спутниковой навигации (БАСН) формулируются основные задачи, стоящие перед проектировщиками методов вторичной обработки сигналов. Методы синтеза вторичной обработки включают в себя стохастический метод моделирования опорного генера-

Васильев Михаил Васильевич. Кандидат физико-математических наук, директор по навигации Представительства компании «Уайт Дваарф Лимитед» (Санкт-Петербург).

Михайлов Николай Викторович. Кандидат физико-математических наук, старший преподаватель Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

Михайлов Виктор Федорович. Доктор технических наук, профессор Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

Статья по докладу на XVII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам.

тора (ОГ) и метод построения адекватной модели орбитального движения, пригодной для использования в БАСН, а также метод определения параметров вращения Земли (ПВЗ) на борту ИСЗ. Кроме того, изложен способ численного интегрирования уравнений орбитального движения, основанный на методе Эверхарда.

Анализ особенностей космического базирования аппаратуры потребителя СРНС

Задача разработки методов вторичной обработки сигналов для аппаратуры спутниковой навигации наземного базирования не является новой, она была предметом многочисленных исследований в последние десятилетия и широко освещена как в отечественной, так и в зарубежной литературе [1–4]. Очевидно, что особенности космического базирования (космические скорости движения потребителя; иное по сравнению с наземным расстояние от потребителя до навигационного спутника (НС); ограниченная радиовидимость и др.) изменяют условия задачи, внося дополнительные, характерные только для БАСН требования на вторичную обработку сигналов СРНС.

Был проведен анализ особенностей космического базирования аппаратуры потребителя СРНС, цель которого – получение требований к методам вторичной обработки сигналов. Разработан программный комплекс для моделирования движения НС и спутников потребителей для получения зависимостей отношения сигнал/шум на входе приемника, доплеровского сдвига несущей частоты сигнала и его первой производной от времени, а также других параметров. Моделирование проводилось для всех типов орбит ИСЗ – низкоорбитальных космических аппаратов (НКА), геостационарных (ГКА) и высокоэллиптических космических аппаратов (ВКА).

Типы орбит, использовавшихся для моделирования, изображены на рис. 1, а параметры орбит – в табл. 1. На рис. 1 серым цветом выделена часть основного лепестка диаграммы направленности излучающей антенны, не затененная Землей. Диаграмма направленности излучающей антенны НС, использованная в моделировании, приведена на рис. 2.

Таблица 1

Параметры моделируемых орбит

Параметр	НКА	ГКА	ВКА
Описание	МКС	Ямал «102»	
Период, ч	1,5	24	10,5
Высота перигея, км	365	35777	349
Высота апогея, км	385	35797	57402
Эксцентриситет	0,0015	0,000242	0,53846
Наклонение орбиты, град	51,33	0,25	28,5
Направление антенны БАСН	В зенит	В надир	В надир/зенит

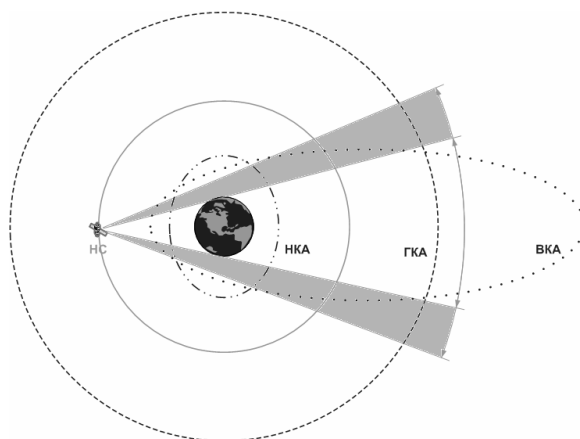


Рис. 1. Взаимное геометрическое расположение НС и НКА, ВКА, ГКА

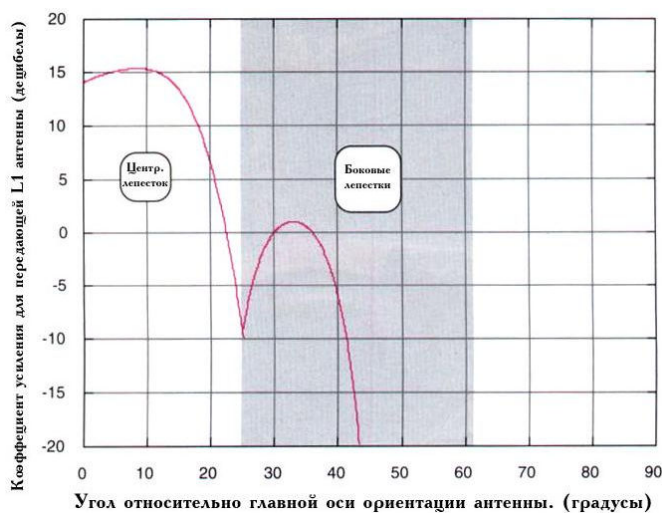


Рис. 2. Диаграмма направленности излучающей антенны НС

В результате моделирования были получены следующие характеристики: отношение сигнал/шум на борту ИСЗ, частота Доплера и скорость ее изменения, число видимых спутников и геометрический фактор. Для разработки методов вторичной обработки в первом приближении важны только последние две характеристики, в то время как отношение сигнал/шум и частота Доплера влияют на выбор методов первичной обработки. Зависимости количества видимых НС и геометрического фактора (для НКА) от времени для трех моделируемых орбит приведены на рис. 3–6, из которых видно, что для НКА исследуемые характеристики близки к характеристикам для наземного потребителя, для ГКА характеристики существенно отличаются, а для ВКА они представляют собой смесь характеристик ГКА и НКА.

Рассмотрим особенности космического базирования БАСН, наблюдаемые на ГКА. Главной особенностью является малое количество наблюдаемых НС. Как видно из рис. 3, б, на борту ГКА практически никогда не наблюдается одновре-

менно более трех спутников, т.е. не выполняется базовое условие для определения координат каноническим методом (по этой же причине не производился расчет геометрического фактора для ГКА и ВКА). Наконец погрешность ОГ вносит значительно больший вклад в погрешность определения координат БАСН, нежели для наземного потребителя. Это объясняется тем, что сырые измерения (псевдоскорость и псевдодалность) включают в себя погрешности ОГ. Для наземного потребителя, для которого число навигационных спутников более трех, эти погрешности определяются по одномоментному набору измерений вместе с координатами и скоростями объекта. Если же количество доступных НС меньше четырех, как на борту ГКА и ВКА, то погрешность ОГ может быть устранена только путем использования нескольких последовательных одномоментных наборов измерений (псевдодалностей и псевдоскоростей) и модели, которая связывает погрешности опорного генератора в разные моменты времени. Требования на точность и сложность модели ОГ можно существенно ослабить путем использования высокоточного ОГ. Последнее зачастую невозможно, так как из-за высокой стоимости пригодных для космических условий высокоточных ОГ БАСН оснащается более дешевыми термокомпенсированными ОГ (ТКОГ). Таким образом, возникает задача моделирования работы термокомпенсированных ОГ.

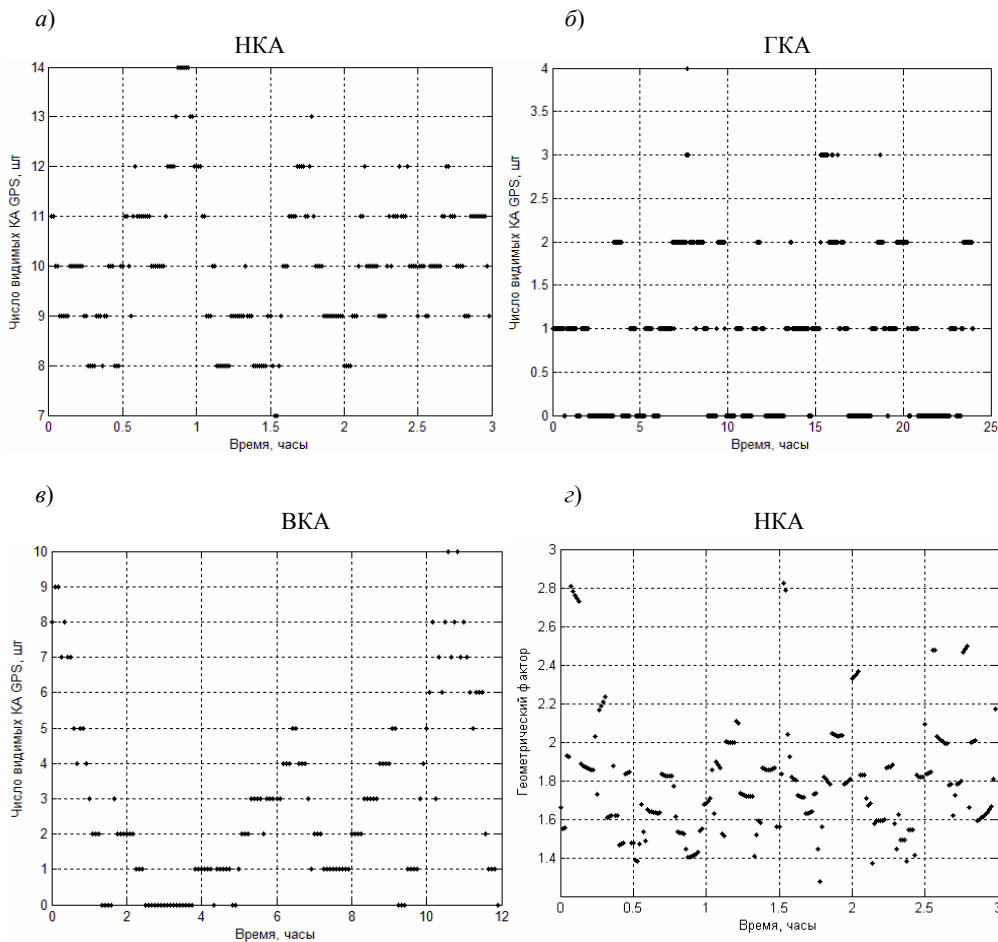


Рис. 1. Зависимости количества видимых НС от времени (а, б, в) и зависимость геометрического фактора от времени (г)

Ниже приведены результаты анализа требований к БАСН в виде основных задач, стоящих перед разработчиками методов вторичной обработки.

Разработка алгоритмов вторичной обработки, способных моделировать поведение ОГ с низкой стабильностью. Эта задача вызвана тем, что высокостабильные ОГ в космическом и радиационно-стойком исполнении чрезвычайно дороги, и на практике в БАСН часто используют более дешевые, но менее стабильные термокомпенсированные ОГ.

Разработка методов вторичной обработки, не предъявляющих высоких требований к взаимному геометрическому расположению ИСЗ и спутников СРНС. Такая задача обусловлена плохой радиовидимостью на борту ГКА и спутников с высокоэллиптической орбитой. В частности, в зоне радиовидимости ГКА находится не более трех спутников одновременно.

Разработка методов и алгоритмов, не предъявляющих высоких требований к производительности ЦПУ.

Последняя задача не следует из результатов анализа и требует пояснения.

В БАСН используется радиационно-стойкая элементная база, выбор которой ограничен. В частности, одним из магистральных направлений разработки является использование корреляторов с программной реализацией [5, 6]. Такой подход позволяет избежать использования дорогостоящей и рискованной разработки аппаратного коррелятора. В то же время программная реализация требует значительных ресурсов ЦПУ, оставляя малые вычислительные мощности для решения других задач, например для задач вторичной обработки. Следует также подчеркнуть, что все разрабатываемые методы и алгоритмы должны отвечать запросам автономности, т.е. не требовать обмена информацией между ИСЗ и наземными станциями.

Разработка модели опорного генератора

Известны два основных подхода к моделированию погрешности ОГ: детерминистический и стохастический. Детерминистический подход предполагает, что погрешности ОГ могут быть представлены полиномом низкого порядка, коэффициенты которого определяются из сырых измерений (т.е. из псевдодальности и псевдоскорости). Степень полинома зависит от качества ОГ и от требований к точности модели. Например, ошибки ОГ на НС GPS моделируются полиномом второй степени на промежутке 4-6 ч. Точность такого приближения превосходит 1 нс.

Для того чтобы оценить степень полинома для построения адекватной модели термокомпенсированного ТКОГ, был проведен следующий эксперимент. На суточном интервале были записаны сырые измерения для всех наблюдаемых НС GPS, полученных по двум GPS/ГЛОНАСС приемникам, присоединенным к общей антенне. Интервал между записями составлял 6 с. Для каждой записи и для каждого из спутников, наблюдаемых одновременно в обоих приемниках, рассчитаны разности псевдодальностей и псевдоскоростей. Предполагалось, что текущее смещение ОГ и его дрейф равны средним значениям вычисленных разностей псевдодальности и псевдоскорости соответственно. При помощи метода наименьших квадратов были посчитаны коэффициенты полинома, пригодные для аппроксимации смещения ОГ.

На рис. 4 приведены невязки между аппроксимирующим полиномом 100-й степени и реальными измерениями. Очевидно, что даже полином высокой степени не представляет адекватно погрешности ТКОГ. Таким образом, стохастиче-

ческая компонента погрешности ТКОГ слишком велика, чтобы быть адекватно представленной полиномом даже высокого порядка.

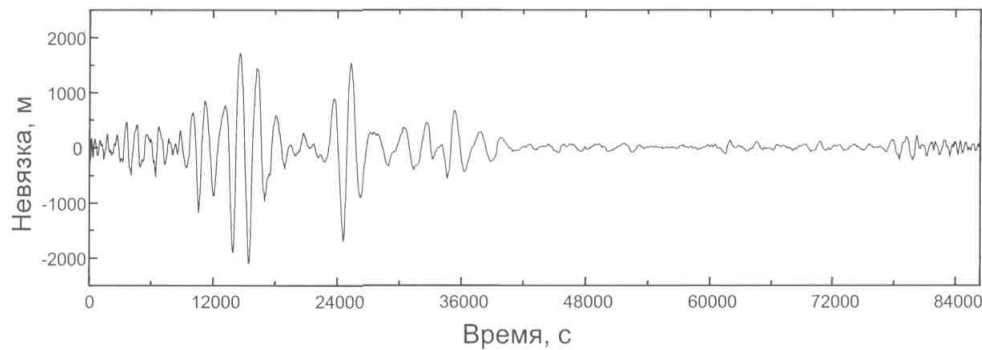


Рис. 4. Зависимость невязок от времени (детерминистский подход)

Рассмотрим теперь стохастический подход к моделированию погрешности ТКОГ [7]. Основная идея этого подхода заключается в предположении о случайном характере поведения погрешности ОГ. Стохастические характеристики ОГ обычно образуются дисперсией Аллана, данные о которой предоставляются производителями ОГ. Эта информация позволяет построить ковариационную матрицу, которую можно использовать в фильтре Калмана для оценки смещения и ухода шкалы ОГ. На рис. 5 показаны невязки между оценками, полученными при помощи фильтра Калмана и тем же набором реальных измерений, как и на рис. 4. Эти невязки не содержат каких-либо систематических смещений, а остаточные шумы практически такие же, как шумы измерений.

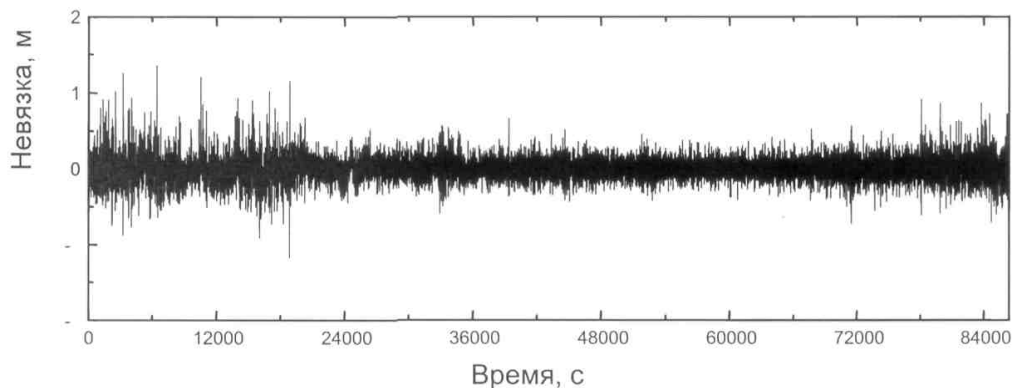


Рис. 5. Зависимость невязок от времени (стохастический подход)

По результатам эксперимента можно сделать следующие выводы:

- детерминистическая модель ОГ не применима для ТКОГ;
- стохастические модели ОГ работают достаточно хорошо для ТКОГ;
- реализация стохастической модели ОГ требует более сложных подходов.

Разработка модели движения спутника

Как было сказано выше, методы вторичной обработки сигналов, используемые в наземных приемниках, не применимы для ГКА и ВКА в силу ограничен-

ной видимости навигационных спутников. В основу вторичной обработки сигналов в БАСН необходимо положить учет динамики потребителя, т.е. априорное знание о том, что ИСЗ движутся по орбитам, определяемым законами небесной механики. Иными словами, в БАСН необходимо применять методы определения орбит ИСЗ [8]. Методы определения орбит представлены в общем виде как решение уравнения

$$\ddot{\mathbf{r}} = -GM \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} + f(t, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_0, p_0, p_1, \dots), \quad (1)$$

где t – время; $\mathbf{r}$ – вектор координат потребителя; $\mathbf{r}_0$ – начальные условия; GM – гравитационная константа Земли; p_i – параметры возмущающих сил.

Первый член в уравнении (1) соответствует уравнению движения для задачи двух тел, а второй описывает возмущающие силы, обусловленные неравномерностью гравитационного поля Земли, гравитационным притяжением Луны и Солнца, световым давлением, сопротивлением атмосферы и релятивистскими эффектами.

Алгоритм расчета правой части уравнения (1) описан в работе [9]. Однако применение существующих методов определения орбит с использованием БАСН сталкивается с рядом проблем, вызванных, во-первых, ограниченностью ресурсов на борту ИСЗ и, во-вторых, тем, что традиционные методы неавтономны, т.е. предусматривают обмен информацией с наземными станциями слежения (НСС). Выше уже упоминались проблемы, связанные с использованием ТКОГ, другим серьезным ограничением ресурсов является небольшой объем оперативной памяти на борту и недостаток вычислительной мощности ЦПУ космического базирования. Эти ресурсы необходимы для расчета моделей возмущающих сил в уравнении (1), в частности, значительный объем памяти требуется для хранения эфемерид Солнца и Луны серии DE. Наши исследования показали, что аналитические эфемериды Солнца и Луны [10] обеспечивают достаточную точность расчета положения этих небесных тел, не требуя таких объемов памяти, как эфемериды серии DE.

Кроме того, традиционные методы определения орбит требуют обмена информацией с НСС из-за того, что при переходе от системы координат ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed) к International Celestial Reference Frame (ICRF) [9] используются ПВЗ, которые не могут быть измерены на борту ИСЗ. Параметры вращения Земли могут быть определены или из наблюдений, или путем экстраполяции предыдущих значений параметров, что означает необходимость передачи ПВЗ с навигационного спутника на ИСЗ, а это невозможно. Для решения этой проблемы была проведено моделирование для оценки влияния погрешности определения ПВЗ на точность определения орбиты ИСЗ. Моделирование показало, что в субметровом диапазоне погрешности определения орбиты, изменения положения полюса Земли практически не влияют на точность расчета орбиты. Заметим, что UT1-TAI коррекции могут быть рассчитаны с достаточной точностью либо из UTC-TAI данных (см. ICD-GPS-200 GPS документ для описания параметров UTC), либо простой линейной экстраполяцией предыдущих значений UT1-TAI.

Таким образом, для того чтобы преодолеть ограничения ресурсов в БАСН, предлагается, во-первых, использовать аналитические эфемериды Солнца и Луны вместо эфемерид серии DE и пренебречь изменениями ПВЗ, поскольку эти изменения сказываются только в субметровом диапазоне погрешностей определения орбиты.

Для решения уравнения (1) можно использовать методы численного интегрирования, наиболее удачной реализацией которых мы полагаем построение фильтра Калмана.

Апробация метода определения орбиты ИСЗ

Для тестирования предложенного метода вторичной обработки сигналов было проведено численное моделирование для ГКА, а также были обработаны данные, полученные с борта космической станции «Мир» [11].

Для моделирования были взяты реальные альманахи GPS, в качестве начальных условий положения ИСЗ были использованы элементы орбиты ГКА «Hot Bird», взятые из базы данных NORAD. В качестве худшего случая моделировался эффект селективного доступа, а погрешности эфемерид ИС не принимались во внимание в силу их малости по сравнению с режимом селективного доступа. Не моделировались погрешности, вызванные прохождением сигнала через ионосферу, эффекты многолучевости и релятивистские эффекты. Для моделирования погрешностей ТКОГ использовались лабораторные измерения, описанные выше.

Отметим, что процесс определения параметров орбиты носит итерационный характер, количество итераций которого зависит от точности задания начальных условий положения ИСЗ. Это означает, что первые итерации будут давать более грубые оценки, нежели последующие. Тем не менее при моделировании мы ограничивались одной итерацией, полагая, что этого достаточно для получения удовлетворительной оценки положения ИСЗ.

Моделирование выполнялось в следующие четыре шага, первые три из которых были выполнены при помощи программного комплекса ЭРА [12]:

1. Интегрирование орбиты ГКА как на загрубленных, так и на точных элементах орбиты.
2. Моделирование измерений на основании точных элементов орбиты ГКА и известного положения спутников GPS с эффектом селективного доступа, погрешностью ТКОГ и шумом, присущим сырым измерениям.
3. Расчет невязок между измерениями, вычисленными по загрубленным элементам орбиты ГКА и полученными в п. 2, и их сохранение в базе данных.
4. Коррекция элементов орбиты при помощи фильтра Калмана.

Для наземного потребителя эффекты распространения сигнала СРНС через различные слои атмосферы, называемые ионосферными и тропосферными задержками, изучены и существуют стандартные методы моделирования этих задержек. В случае же прохождения сигнала между ИС и ГКА по касательной к атмосфере Земли методы моделирования ионосферных и тропосферных задержек не определены в СРНС, в связи с чем был принят радикальный способ учета ионосферной и тропосферной задержек (не принимаются во внимание те сигналы, которые прошли через атмосферу Земли).

При моделировании мы рассматривали разные радиусы затенения СРНС Землей (см. табл. 1 и табл. 2): первая строка соответствует случаю, когда тропосферные эффекты отсутствуют в принятых сигналах, а ионосферные наиболее сильны; вторая строка – отсутствие тропосферных и незначительных ионосферных эффектов, третья строка – полное отсутствие задержек из-за прохождения сигнала через атмосферу. Очевидно, что на практике имеет смысл рассматри-

вать радиус затенения Земли 7000 км (вторая строка табл. 2 и 3).

Из результатов моделирования для ГКА (см. табл. 2) следует, что ожидаемая погрешность определения местоположения ГКА составит несколько десятков метров.

Таблица 2

**СКО трехмерной погрешности определения местоположения ГКА
после 24 часов измерений в зависимости от радиуса радиозатенения Земли
(ширина главного лепестка ДН излучающей антенны НС 36 °)**

Радиус затенения, км	СКО, м
6400	25
7000	30
7400	45

Моделировалась также разная ширина главного лепестка диаграммы направленности (ДН) излучающей антенны НС. Результаты моделирования, представленные в табл. 2, показывают, что повышение чувствительности БАСН и, следовательно, возможность приема сигнала от навигационного спутника от нецентральной части главного лепестка или даже бокового лепестка антенны НС существенно влияет на точность определения координат ГКА по сигналам СРНС.

Таблица 3

**СКО трехмерной погрешности определения местоположения ГКА
после 24 ч измерений в зависимости от радиуса радиозатенения Земли
и ширины главного лепестка ДН излучающей антенны НС**

Радиус затенения, км	Ширина главного лепестка ДН излучающей антенны НС, °				
	34	36	38	40	42
	СКО трехмерной погрешности определения местоположения, м				
6400	30	25	20	12	9
7000	40	30	20	15	10
7400	155	45	30	15	10

Наконец отметим, что время первого определения координат ГКА, полученное при моделировании, составляло не более 12 ч, т.е. половину периода орбиты ГКА.

Получены результаты применения методов вторичной обработки данных с борта космической станции «Мир» (табл. 4) с использованием аппаратуры ASN2401P, построенной на основе ASN-22 – 18-канального GPS/ГЛОНАСС авиационного приемника. Следует отметить, что эксперимент проводился в условиях работы режима селективного доступа GPS, который серьезно ухудшал точностные характеристики навигационных определений. Очевидно, что увеличение числа спутников ГЛОНАСС, использованных в навигационном решении, уменьшало погрешность измерений местоположения.

**СКО трехмерной погрешности определения местоположения и скорости
космической станции «Мир»**

Количество спутников ГЛОНАСС, использованных в навигационном решении	Процент от общего времени эксперимента	GDOP (геометрический фактор)	СКО трехмерной погрешности определения местоположения, м	СКО трехмерной погрешности измерения скорости, м/с
≥ 3	78.9	1.16 – 3.73	18.1	0.136
≥ 4	51.4	1.16 – 3.14	17.1	0.158
≥ 5	23.6	1.16 – 2.21	12.6	0.081

Заключение

Статья представляет собой обобщение практического опыта авторов по созданию БАСН. На основании анализа особенностей космического базирования проведен синтез методов вторичной обработки сигналов в радионавигационных приемниках космического базирования. Приведены конкретные рекомендации по практической реализации предложенных методов. Показано, что предложенный метод обеспечивает точность определения местоположения порядка десятков метров (СКО трехмерной погрешности) даже в случае ТКОГ со стабильностью 10^{-9} ; при известных начальных условиях время первого определения местоположения составляет не более 12 ч; предложенный метод может быть использован не только для ГКА, но и для НКА и ВКА, что приводит к уменьшению стоимости разработки навигационного программного обеспечения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Харисов, В.Н. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС/ В.Н.Харисов [и др.].- М.: ИПРЖР, 1998.
2. Шебшаевич, В.С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В.С.Шебшаевич [и др.].- М.: Радио и связь, 1993.
3. **Understanding GPS: Principles and Applications**/editor E Kaplan. Artech House Telecommunications Library, 1996.
4. **Hofman-Wellenhof, B.** Global Positioning Systems: Theory and Practice. Springer. 1993.
5. Михайлов, Н.В. Автономная навигация космических кораблей с использованием GPS/ Н.В.Михайлов, М.В. Васильев, В.Ф. Михайлов // Гироскопия и навигация.- 2008.- № 1.
6. Михайлов, Н.В. Приемники GNSS с программным коррелятором: Современные разработки. / Н.В. Михайлов, А.Л. Бочковский, С.С. Пospelov // Тр. VII Санкт-Петербургской межд. конф. по интегрированным навигационным системам.- СПб., 2001.
7. **Axelrad, P.** GPS Navigation Algorithms/ P. Axelrad, R.G. Brown // In GPS: Theory and Applications Volume 1, Progress in Astronautics and Aeronautics, 163, 1996, p.p. 409-434.
8. **Ananda, M. P.** Orbit Determination of Geostationary Satellites Using the Global Positioning System/ M. P. Ananda, P.S. Jorgensen // In Proceedings of Symposium on Space Dynamics for Geostationary Satellites, Centre National d'Etudes Spatiales, Toulouse, France, Aug. 1985
9. **McCarthy, D.D.** IERS Technical Note 21 // IERS Standards, Observatoire de Paris, Paris, 1996.
10. **Bretagnon, P.** Planetary Theories in Rectangular and Spherical Variables. VSOP Solutions / P. Bretagnon, G. Francou // Astron. Astrophys. 202, 1998, p.309-315.
11. **Mikhailov, N.** "Soyuz" – "Mir" Orbital Flight GPS/GLONASS Experiment / N. Mikhailov, V. Brannets, M. Mikhailov, Y. Stishov, S. Klyushnikov, S. Filatchenkov, S. Pospelov, M. Vasilyev // In Proceedings of ION GPS-99. Nashville, Tennessee, September. – 1999. pp. 2303-2312.
12. **Krasinsky, G.A.** ERA: knowledge base for ephemeris and dynamic astronomy/ G.A. Krasinsky, M.V. Vasilyev // Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies, 239, 1997.

Применение фильтра Калмана для определения орбиты ИСЗ. Основные уравнения

Уравнения фильтра Калмана в случае стохастического подхода к моделированию работы ОГ выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1}^* &= \mathbf{F}_{k+1} \mathbf{x}_k, \\ \mathbf{P}_{k+1}^* &= (\mathbf{F}_{k+1} \mathbf{P}_k \mathbf{F}_{k+1}^T + \mathbf{Q}_{k+1})^{-1}, \\ \mathbf{P}_{k+1} &= (\mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{R}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} + \mathbf{P}_{k+1}^*)^{-1}, \\ \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{x}_{k+1}^* + \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{R}_{k+1} (\mathbf{o} - \mathbf{c}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1}^*),\end{aligned}$$

где

$$\mathbf{x}_k = (\varphi_k, \dot{\varphi}_k, \Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0, \Delta \dot{x}_0, \Delta \dot{y}_0, \Delta \dot{z}_0)^T;$$

$\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0, \Delta \dot{x}_0, \Delta \dot{y}_0, \Delta \dot{z}_0$ – детерминистическая часть (поправки к начальным условиям); $\mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_0$; $\varphi_k, \dot{\varphi}_k$ – стохастическая часть (смещение ОГ и его дрейф);

$$\begin{aligned}[\mathbf{F}_{k+1}]_{lm} &= \delta_{lm} + \Delta t_{k+1} \cdot \delta_{1l} \cdot \delta_{m2}; \\ l, m &= 1, \dots, 8;\end{aligned}$$

δ_{lm} – дельта-функция; Δt_{k+1} – временной интервал между группами измерений $k+1$ и k ;

$$\mathbf{Q}_{k+1} = \begin{pmatrix} S_b \Delta t_{k+1} + \frac{S_f \Delta t_{k+1}^3}{3} & \frac{S_f \Delta t_{k+1}^2}{2} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{S_f \Delta t_{k+1}^2}{2} & S_f \Delta t_{k+1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix};$$

S_b, S_f – спектральные плотности мощности смещения и ухода ОГ, для ТКОГ использовались значения $S_b = 8\pi^2 \cdot 10^{-20} \Gamma \mathcal{U}$, $S_f = 4 \cdot 10^{-19} \text{ 1/c}^2$, где применялся осциллятор для ТКОГ [7]; $\mathbf{P}_{k+1}$ – ковариационная матрица $\mathbf{x}_k$;

$$\mathbf{R}_{k+1} = \text{diag}(\sigma_{R_1}^2, \sigma_{R_1}^2, \dots, \sigma_{R_n}^2, \sigma_{R_n}^2);$$

$$\mathbf{H}_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{\partial R_1}{\partial x_0} & \frac{\partial R_1}{\partial y_0} & \frac{\partial R_1}{\partial z_0} & \frac{\partial R_1}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial R_1}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial R_1}{\partial \dot{z}_0} \\ 0 & 1 & \frac{\partial \dot{R}_1}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{R}_1}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{R}_1}{\partial z_0} & \frac{\partial \dot{R}_1}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{R}_1}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{R}_1}{\partial \dot{z}_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \frac{\partial R_n}{\partial x_0} & \frac{\partial R_n}{\partial y_0} & \frac{\partial R_n}{\partial z_0} & \frac{\partial R_n}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial R_n}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial R_n}{\partial \dot{z}_0} \\ 0 & 1 & \frac{\partial \dot{R}_n}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{R}_n}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{R}_n}{\partial z_0} & \frac{\partial \dot{R}_n}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{R}_n}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{R}_n}{\partial \dot{z}_0} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{o} - \mathbf{c}_{k+1} = \begin{pmatrix} R_1^{obs} - R_1^{calc} \\ \dot{R}_1^{obs} - \dot{R}_1^{calc} \\ \vdots \\ R_n^{obs} - R_n^{calc} \\ \dot{R}_n^{obs} - \dot{R}_n^{calc} \end{pmatrix},$$

где n – количество НС в момент времени t_{k+1} ; $\frac{\partial R_i}{\partial x_0}, \frac{\partial R_i}{\partial y_0}, \frac{\partial R_i}{\partial z_0}, \frac{\partial R_i}{\partial \dot{x}_0}, \frac{\partial R_i}{\partial \dot{y}_0}, \frac{\partial R_i}{\partial \dot{z}_0}$ – частные производные псевдодальности i -го НС по начальным координатам и скоростям; $\frac{\partial \dot{R}_i}{\partial x_0}, \frac{\partial \dot{R}_i}{\partial y_0}, \frac{\partial \dot{R}_i}{\partial z_0}, \frac{\partial \dot{R}_i}{\partial \dot{x}_0}, \frac{\partial \dot{R}_i}{\partial \dot{y}_0}, \frac{\partial \dot{R}_i}{\partial \dot{z}_0}$ – частные производные псевдоскорости i -го НС по начальным координатам и скоростям; $\sigma_{R_i}^2, \sigma_{\dot{R}_i}^2$ – дисперсии измерений псевдодальности и псевдоскорости i -го НС; R_i^{obs}, R_i^{calc} – измеренные и вычисленные псевдодальности i -го НС; $\dot{R}_i^{obs}, \dot{R}_i^{calc}$ – измеренные и вычисленные псевдоскорости i -го НС.

Общеизвестно, что численная модель движения ИСЗ работает только на ограниченном интервале времени, длина которого зависит главным образом от сложности модели и метода численного интегрирования. Метод коротких дуг представляется наиболее подходящим для задачи определения орбиты ИСЗ по СРНС в силу его невысоких требований к сложности модели и приемлемой точности.

Abstract. The influence of outer space conditions on the navigation-processing algorithms has been analyzed. The main problems that need to be solved by researchers in developing procedures for digital signal processing in onboard satellite navigation equipment have been described. It has been shown that navigation accuracy depends on the quality of the models for satellite motion and the onboard clock. It has been proposed that the stochastic “random walk” model based on the Kalman filter should be used for clock modeling. It has been demonstrated that this model is much more efficient than the classical polynomial model for GEO satellite navigation. Together with the precise satellite dynamic model, it allows three-dimensional accuracy on the order of 30 m, even in the case when a standard temperature-compensated crystal oscillator is used.