

УДК 681.5  
EDN KADJYM

У. А. Б. МУГАЛ, А. АЛИ, УРВА, М. В. АБРАМЧУК

## ТРЕХУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА НАВИГАЦИИ TRILAYER-NAV ДЛЯ РОБОТОВ С ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ПРИВОДОМ

*В статье представлена модульная трехуровневая гибридная навигационная система, объединяющая генеральное и так называемое реактивное локальное планирование (reactive local planning) траектории и ее оптимизацию путем управления по прогнозирующим моделям. Система обеспечивает плавную, энергоэффективную и надежную навигацию наземных роботов с дифференциальным приводом. В основу ее структуры положены алгоритм  $A^*$  для расчета генеральных траекторий с обходом препятствий, метод динамических окон для реактивного обхода препятствий и метод управления по прогнозирующим моделям для уточнения команд, сформированных в рамках метода динамических окон с учетом неголономности и ограничений исполнительного механизма. Различные уровни системы функционируют по каскадному принципу ( $A^*$  – запускается периодически, метод динамических окон – в режиме реального времени, управление по прогнозирующим моделям – в непрерывном режиме корректировки команд). При этом осуществляется конечный контроль положения колес с помощью PID-регулятора. Проведены моделирование и проверка работоспособности системы TriLayer-Nav в условиях внешних воздействий с использованием платформы MiJoCo, которая позволяет детально воспроизвести динамику твердого тела с учетом силы трения и обратной связи привода. В протоколе моделирования основной акцент сделан на иерархической структуре команд для всей системы в целом при сохранении требуемого объема вычислений в режиме реального времени. Результаты показывают, что система TriLayer-Nav генерирует плавные траектории, уменьшает разрывы непрерывности кривых и повышает устойчивость управления. Кроме того, она гарантирует более точное определение курса и потребляет меньше энергии по сравнению с известными решениями, а ее КПД составляет 96,6%. При этом TriLayer-Nav позволяет строить траектории с большей точностью, чем системы на базе только алгоритма  $A^*$  или метода динамических окон. Взаимодействие уровней обеспечивает ускоренную реакцию системы на изменения окружающих условий и инструментальный шум. Помимо прочего, благодаря нелинейному алгоритму управления по прогнози-*

---

**Мугал** Умер Ахмед Баиг. Магистрант, факультет систем управления и робототехники, Университет ИТМО (С.-Петербург).

**Али** Аян. Магистрант, факультет систем управления и робототехники, Университет ИТМО.

**Урва**. Магистрант, факультет систем управления и робототехники, Университет ИТМО.

**Абрамчук** Михаил Владимирович. Кандидат технических наук, доцент, факультет систем управления и робототехники, Университет ИТМО.

Научный редактор перевода д.т.н. Л.А. Мартынова

*рующим моделям платформа производит вычисления в режиме реального времени, а модульная иерархическая структура дает возможность ее полномасштабной реализации в структурированных и полуструктурированных средах. Таким образом, полученные результаты убедительно доказывают, что сочетание генерального и реактивного локального планирования, а также оптимизация траектории с помощью прогнозирующих моделей значительно повышает надежность, устойчивость и энергоэффективность автономной навигации. Система TriLayer-Nav представляет собой универсальное и действенное в вычислительном отношении навигационное решение, которое может быть применено к широкому спектру наземных роботизированных систем, работающих в динамично меняющихся и неопределенных условиях.*

**Ключевые слова:** гибридная навигация, метод динамических окон, управление по прогнозирующим моделям, оптимизация траектории, робот с дифференциальным приводом, автономная навигация.

## 1. Введение

Одной из главных целей мобильной робототехники является обеспечение точной автономной навигации робота, не требующей каких-либо дополнительных действий оператора. Для этого необходимо решить следующие ключевые задачи: тщательное генеральное планирование маршрута, быстрое реагирование на препятствия, имплементация непрерывного движения робота [1]. При этом длительность всех операций не должна выходить за рамки заданного временного интервала (одна секунда и менее). Обычно применяется не только набор глобальных решений (сетевое планирование, генеральные планировщики), но и быстрые локальные процедуры (так называемые локальные реактивные алгоритмы (local reactive algorithms), обход препятствий). Однако задействуемые стратегии часто направлены на устранение только одной из упомянутых проблем, и с их помощью нельзя решать все задачи одновременно.

Последние работы посвящены двум основным типам интегрированных навигационных систем мобильных роботов. Первая из них предусматривает генеральное планирование траектории в сочетании с локальным реактивным, например использование комбинации алгоритма  $A^*$  и метода динамических окон (МДО) [2], а вторая – реактивное планирование в сочетании с прогнозирующим управлением, в частности МДО с управлением по прогнозирующим моделям (УПМ) [3]. Полученные результаты продемонстрировали более высокую эффективность этих систем как в статических, так и в динамических средах, однако исследования были ограничены двухуровневой интегрированной структурой. Чтобы заполнить образовавшийся пробел, предложен консолидированный трехуровневый подход, который обеспечивает как генеральное планирование траектории, так и ее динамическую реализуемость в рамках единой навигационной системы [4].

Такого рода генеральный планировщик (например,  $A^*$ ) способен на основе статических карт прокладывать оптимальные траектории, но не обладает достаточной адаптивностью к работе в реальном времени, соответственно, не может реагировать на внезапные изменения условий решения задачи. Напротив, локальные методы, такие как МДО, позволяют обходить препятствия в режиме реального времени

за счет построения субоптимальных траекторий. Кроме того, некоторые недостатки так называемых реактивных методов устраняются путем решений, основанных на оптимизации, например УПМ, которые формируют более плавные траектории и обрабатывают ограничения, но при этом требуют больших вычислительных затрат, если применяются в качестве единственных.

В научных обзорах говорится о том, что навигационные схемы обычно строятся с помощью комбинации  $A^* + \text{МДО}$  или  $\text{МДО} + \text{УПМ}$ ; рассмотренные в этих работах процедуры сводятся к двум комбинациям: либо  $A^* + \text{МДО}$  для статических условий, либо  $\text{МДО} + \text{УПМ}$  – для динамических [5, 6].

В предлагаемой схеме предпочтение было отдано алгоритмам  $A^*$ , МДО и УПМ из-за их свойств и широкого применения в мобильной робототехнике. Алгоритм  $A^*$  выбран в качестве генерального планировщика, поскольку он оптимален для работы с картами на основе сетки и не требует больших вычислительных затрат при формировании надежных опорных траекторий в известных или почти известных статических условиях. Что касается других методов генерального планирования, в частности генетических алгоритмов, методов, основанных на теории потенциальных полей, и волновых планировщиков, то они могут приводить к стохастическим явлениям и локальным минимумам, а кроме того, они сложнее в реализации, в том числе и в вычислительном отношении [18].

Метод МДО выбран для локальной навигации, поскольку он явно учитывает ограничения в динамике робота и позволяет управлять скоростью в режиме реального времени, ввиду чего очень хорошо подходит для обхода локальных препятствий в динамических сценариях. Тем не менее МДО-подход может привести к нестабильности управления роботом и построению неоптимальной траектории. Чтобы парировать эти недостатки, предлагается включить в схему алгоритм УПМ, который дает возможность прогнозировать ситуацию, сглаживать траекторию и накладывать на нее ограничения и при этом сохранять реактивность МДО. Другие методы локального планирования, в частности на основе потенциальных полей или полностью оптимизированные подходы, либо не осуществимы в динамике, либо приводят к высоким вычислительным затратам, если не сочетать их с другими подходами [8, 19].

По сути, Tri-Layer-Nav представляет собой трехуровневую навигационную схему, которая позволяет эффективно согласовывать разрозненные выходные данные алгоритмов  $A^*$ , МДО и УПМ с учетом единого контура управления и в таком качестве служит инструментом для преодоления указанных проблем. С этой целью разрабатывается и реализуется модуль  $A^* + \text{МДО} + \text{УПМ}$  с ПИД-регулятором для управления колесами робота, благодаря чему обеспечивается надежное функционирование новой системы как в статических, так и в динамических условиях. Планировщик  $A^*$  определяет наиболее экономичную траекторию на карте с отмеченными препятствиями, а алгоритм МДО, формирующий команды для оптимального регулирования скорости, позволяет обходить локальные препятствия. Наконец, алгоритм УПМ дополнительно уточняет команды по управлению и изменяет кривизну траектории за счет неголономных ограничений. Такой многоуровневой и удобной схеме присущ принцип синергии, когда общая высокая эффективность системы достигается за счет вклада каждого отдельного элемента: с помощью алгоритма  $A^*$  прокладывается генеральная траектория, алгоритм МДО отвечает за локальное реагирование на препятствия, а алгоритм УПМ – за оптимальное прогнозирование траектории.

Трехуровневая интеграция системы в первую очередь была опробована в среде MuJoCo для моделирования внешней окружающей среды, позволяющей воспроизводить физические контакты и динамику исполнительного механизма. Такая проверка гарантирует учет физических ограничений, поэтому предлагаемый метод по сравнению с другими лучше подходит для применения в реальных условиях [7].

Результаты показывают, что в отличие от традиционных методов система TriLayer-Nav стабилизирует траекторию и обеспечивает более плавное управление, потребляет меньше энергии и препятствует отклонению траектории в зоне действия робота.

Далее статья структурирована следующим образом. В разделе 2 описывается структура системы TriLayer-Nav и принципы ее работы. В разделе 3 приведены задание для моделирования и результаты экспериментов. В разделе 4 обсуждаются результаты моделирования и оценивается его эффективность, а в разделе 5 даются выводы и рекомендации для дальнейших исследований.

## 2. Структура и принцип работы системы

В основе предлагаемого TriLayer-Nav-подхода лежит иерархическая навигационная схема, состоящая из трех взаимосвязанных алгоритмов разных уровней:

- 1) алгоритма генерального планирования траектории ( $A^*$ ), с помощью которого на карте с сеткой строится безопасный маршрут от начальной до конечной точки, в том числе с обходом препятствий;
- 2) алгоритма локального реактивного планирования траектории (МДО), управляющего маневрами на допустимой скорости для расхождения с препятствиями и локальными перемещениями;
- 3) алгоритма прогнозирующего уточнения траектории (УПМ), предназначенного для повышения плавности движения системы и управления действиями на период краткосрочного прогнозирования.

Каждому из перечисленных алгоритмов соответствует свой уровень принятия решений и свой временной интервал. Планировщик  $A^*$  прокладывает максимально плавную опорную траекторию; алгоритм МДО работает непрерывно и отвечает за локальные действия; алгоритм УПМ постоянно корректирует выходные данные МДО, чтобы обеспечить реализуемость в динамике неголономного движения [8]. ПИД-регулятор передает на двигатель команды регулировки скорости, тем самым поддерживая устойчивость системы при замкнутом контуре управления. На рис. 1 представлена схема передачи данных между этими модулями.

### *Динамическое моделирование движения робота с дифференциальным приводом*

Мобильный робот с дифференциальным приводом представляет собой движущееся по плоскости твердое тело на колесах с независимыми приводами [9]. Описывающие движения робота неголономные кинематические уравнения имеют вид:

$$\dot{x} = v \cos \theta, \dot{y} = v \sin \theta, \dot{\theta} = \omega, \quad (1)$$

где  $x, y$  – местоположение робота;  $\theta$  – курс;  $v$  – линейная скорость;  $\omega$  – угловая скорость. Для обеспечения вычислительной точности модель дискретизируется с помощью фильтров первого порядка с постоянными времени  $\tau_v = 0,2$  с и  $\tau_\omega = 0,1$  с:

$$v_{k+1} = v_k + \frac{\Delta t}{\tau_v}(v_t - v_k), \quad \omega_{k+1} = \omega_k + \frac{\Delta t}{\tau_\omega}(\omega_t - \omega_k), \quad (2)$$

где  $v_t$  и  $\omega_t$  – требуемые входные данные управления. Модель фиксирует динамику исполнительного механизма и в то же время позволяет осуществлять оптимальное прогнозирование траектории в реальном времени.

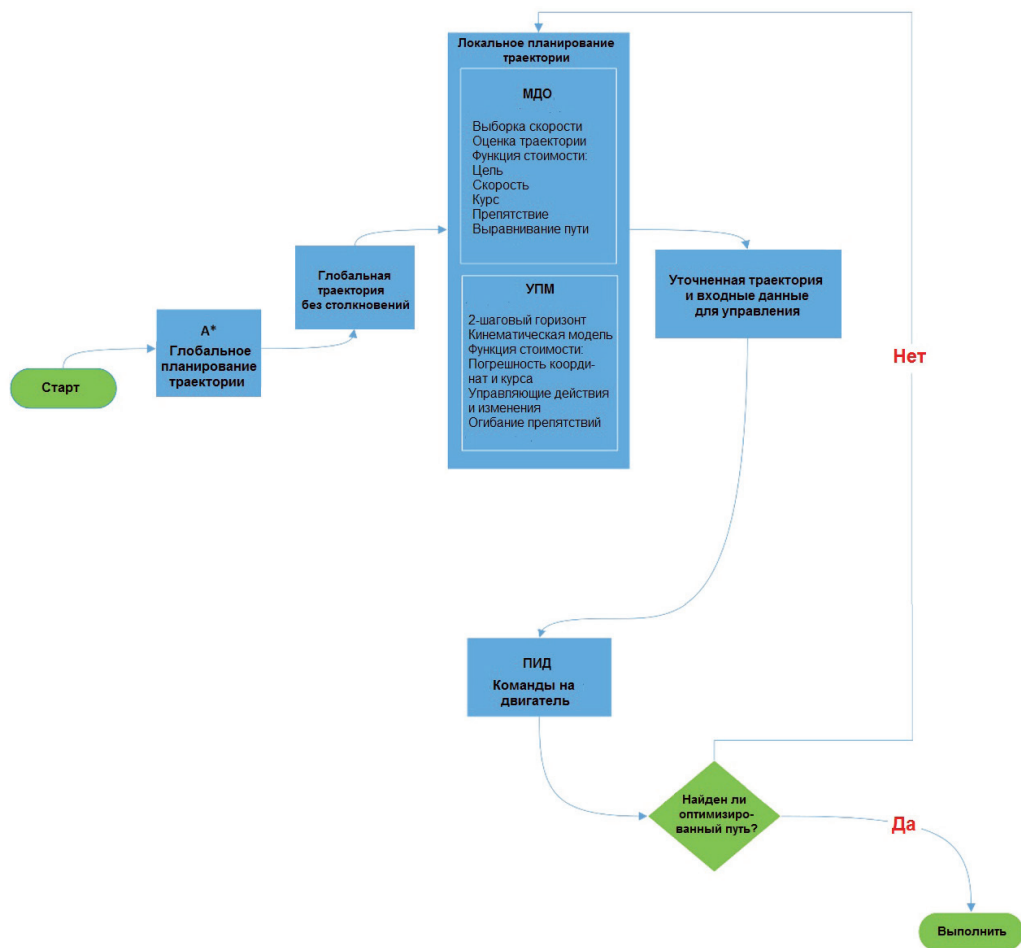


Рис. 1. Последовательность операций в системе TriLayer-Nav

Затем выполняется коррекция состояний с помощью метода прогноза по Эйлери с интервалом выборки  $\Delta t$ :

$$x_{k+1} = x_k + \Delta t v_k \cos \theta_k, \quad (3)$$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta t v_k \sin \theta_k, \quad (4)$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta t \omega_k, \quad (5)$$

где  $x_k$ ,  $y_k$  и  $\theta_k$  – координаты и курс робота на момент  $k$ , а  $v_k$  и  $\omega_k$  – линейная и угловая скорости. Переменные  $x_{k+1}$ ,  $y_{k+1}$  и  $\theta_{k+1}$  соответствуют местоположению и курсу на следующем шаге, которые прогнозируются на базе дискретной кинематической модели (3)–(5). Такое простое и эффективное с точки зрения вычислений представление подходит для прогнозирования движения в реальном времени.

### Генеральное планирование траектории с помощью алгоритма $A^*$

Блок генерального планирования траектории работает с алгоритмом поиска  $A^*$  и строит наиболее благоприятную траекторию на сетке с учетом областей с препятствиями. Каждая ячейка сетки соответствует определенному участку зоны, находящейся внутри радиуса безопасного действия робота [8]. Функция стоимости для  $n$ -го узла сетки описывается следующим уравнением:

$$f(n) = g(n) + h(n), \quad (6)$$

где  $g(n)$  – стоимость перемещения от начального узла к узлу  $n$ ;  $h(n)$  – эвристическая оценка стоимости перемещения от узла  $n$  к целевой точке, расстояние между которыми обычно является евклидовым. Чтобы попасть в целевую точку, постоянно является узел с наименьшим значением  $f(n)$ . Окончательный набор путевых точек, формирующий опорную траекторию, определяет направление действия следующих этапов МДО и УПМ. С помощью модифицированного алгоритма Рамера–Дугласа–Пекера траектория сглаживается, при этом с нее удаляются лишние путевые точки, в итоге кривая получается более гладкой и в дальнейшем используется контроллерами для движения по траектории.

### Локальное реактивное планирование методом динамических окон (МДО)

В блоке МДО осуществляются локальное планирование траектории и обход препятствий путем выборки возможных линейных и угловых скоростей, с которыми может перемещаться робот в рамках заданных динамических ограничений:

$$v \in [v_{\min}, v_{\max}], \omega \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]. \quad (7)$$

Каждая пара скоростей  $(v, \omega)$  из выборки пропускается через кинематическую модель на интервале прогнозирования  $T$ , в результате чего формируется набор вероятных траекторий, каждая из которых оценивается с помощью многоцелевой функции стоимости:

$$J_{\text{МДО}} = \alpha d_{\text{цель}} + \beta h_{\text{курс}} + \gamma c_{\text{скорость}} + \delta o_{\text{клиренс}}. \quad (8)$$

Здесь  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\delta$  – весовые коэффициенты, которые определяют влияние каждого элемента целевой функции МДО. Параметр  $d_{\text{цель}}$  устанавливает «штраф» за отклонение робота от положения цели, а  $h_{\text{курс}}$  – вознаграждение за соответствие прогнозируемой траектории направлению на цель. Параметр  $c_{\text{скорость}}$  поощряет увеличение скорости поступательного движения, когда это безопасно, а  $o_{\text{клиренс}}$  «наказывает» за траектории, проложенные слишком близко к препятствиям. Весовые коэффициенты корректируются в зависимости от загруженности зоны движения, поэтому планировщик может отдавать приоритет весовым коэффициентам движения по направлению к цели, обхода препятствия, скорости и курса ( $\alpha = 1,5$ ;  $\delta = 0,6$ ;  $\beta = 0,2$ ;  $\gamma = 0,1$ ). Траектория с минимальным значением  $J_{\text{МДО}}$  выбирается в качестве опоры для локального движения, что обеспечивает навигацию с быстрым реагированием на изменение окружающей обстановки и обходом препятствий.

*Уточнение траектории методом управления по прогнозирующим моделям (УПМ)*

Чтобы гарантировать плавное и реализуемое в динамике движение, выходные данные блока МДО уточняются с помощью алгоритма УПМ, прогнозирующего на каждом шаге управления будущие состояния системы на конечном горизонте прогноза  $N$  (обычно равно 4) посредством дискретной модели и минимизирующего квадратичную функцию стоимости [10, 11]:

$$J_{\text{MPC}} = \sum_{k=0}^{N_p} \left[ Q_p (x_k - x_{\text{ref},k})^2 + Q_\theta (\theta_k - \theta_{\text{ref},k})^2 + R_v (v_k - v_{k-1})^2 + R_\omega (\omega_k - \omega_{k-1})^2 \right]. \quad (9)$$

Здесь в функции стоимости УПМ компонент  $Q_p (x_k - x_{\text{ref},k})^2$  устанавливает «штраф» за отклонение робота от опорной траектории на каждом шаге  $k$  горизонта прогнозирования. Погрешность определения курса компенсируется за счет компонента  $Q_\theta (\theta_k - \theta_{\text{ref},k})^2$ , чтобы робот сохранял желаемую ориентацию. Компоненты  $R_v (v_k - v_{k-1})^2$  и  $R_\omega (\omega_k - \omega_{k-1})^2$  назначают «штрафы» за изменения соответственно линейной и угловой скорости, таким образом достигается плавность управляющих действий.

Переменные  $Q_p$ ,  $Q_\theta$ ,  $R_v$  и  $R_\omega$  в функции стоимости являются весовыми коэффициентами, которые «штрафуют» соответственно за погрешность позиционирования, курса, определения линейной и угловой скоростей во входных сигналах управления ( $Q_p = 1,5$ ,  $Q_\theta = 0,1$ ,  $R_v = 0,4$ ,  $R_\omega = 0,4$ ). Весовые коэффициенты позволяют обеспечить точность слежения при выполнении управляющих действий. Настройки оптимизации ограничивают скорость движения робота до допустимой. Кроме того, прогнозируемое изменение параметров движения должно отвечать дискретной кинематической модели, кинематическим ограничениям и ограничениям исполнительного механизма [12].

Указанная задача оптимизации решается с помощью последовательного квадратичного программирования методом наименьших квадратов (SLSQP). Полученная последовательность управляющих действий не только замедляет изменения скорости, делая их менее резкими, но и обеспечивает непрерывность кривой, что в конечном итоге позволяет построить плавную и адаптированную к динамике движения траекторию.

*Низкоуровневое ПИД-регулирование*

В последнем блоке вырабатывается значение скорости, которое затем преобразуется в крутящие моменты двигателя, разработанного специально для независимого управления каждым колесом с помощью ПИД-регулятора. Для контуров выработки значений линейной и угловой скорости используются следующие уравнения:

$$u_v(t) = K_{pv} e_v(t) + K_{iv} \int e_v(t) dt + K_{dv} \frac{de_v(t)}{dt}, \quad (10)$$

$$u_\omega(t) = K_{p\omega} e_\omega(t) + K_{i\omega} \int e_\omega(t) dt + K_{d\omega} \frac{de_\omega(t)}{dt}. \quad (11)$$

В приведенных выше уравнениях ПИД-регулирования  $u_v(t)$  и  $u_\omega(t)$  – входные значения линейной и угловой скорости; переменные  $e_v(t)$  и  $e_\omega(t)$  – погрешности

определения линейной и угловой скорости соответственно. Пропорциональные коэффициенты  $K_{pv}$  и  $K_{p\omega}$  используются для начальной коррекции с учетом текущей погрешности, а интегральные коэффициенты  $K_{iv}$  и  $K_{i\omega}$  компенсируют накопленную стационарную погрешность. Дифференциальные коэффициенты  $K_{dv}$  и  $K_{d\omega}$  стабилизируют реакцию на изменение окружающей обстановки путем определения скорости изменения погрешности.

Наконец, производится фильтрация низких частот, чтобы снизить шум датчика и избежать перенасыщения исполнительного механизма. На этом уровне эффективно отслеживается заданная скорость, что обеспечивает стабильную работу управляющего контура системы TriLayer-Nav.

### *Стратегия интегрирования*

Как уже было сказано выше, структура TriLayer-Nav организована по каскадному иерархическому принципу:

- алгоритм  $A^*$  реализуется периодически, что обеспечивает формирование генеральных опорных траекторий;
- алгоритм МДО функционирует в режиме реального времени, управляет навигацией на коротких временных интервалах;
- алгоритм УПИМ непрерывно уточняет команды управления в окне МДО;
- ПИД-регулятор поддерживает стабильную работу аппаратуры.

Модульная структура системы обеспечивает ее масштабируемость, способность действовать в режиме реального времени и адаптивность к различным сценариям навигации. Встроенная схема оптимизации на основе прогнозирования и управление с учетом меняющихся условий выгодно отличают TriLayer-Nav от стандартных гибридных планировщиков, поскольку именно благодаря этим свойствам решается задача высокоточной навигации автономных наземных роботов и оперативности их реагирования на изменения окружающей обстановки.

### **3. Настройка и результаты моделирования**

Для оценки эффективности навигационной системы TriLayer-Nav был проведен ряд экспериментов с использованием физического движка MuJoCo, совместимого с Python. MuJoCo представляет собой инструмент для моделирования динамики твердого тела с высокой степенью детализации, включая трение при контактах с поверхностью в процессе движения и ограничения исполнительного механизма, поэтому хорошо подходит для исследования систем управления движением наземных роботов [7].

#### *Среда моделирования*

Беспилотное наземное транспортное средство (БНТС) с дифференциальным приводом было смоделировано в среде MuJoCo в формате MJCF на основе XML. Робот укомплектован:

- центральным шасси ( $0,3 \times 0,2$  м) общей массой 12 кг;
- двумя задними колесами с независимыми подвесками, приводимыми в движение крутящим моментом;

- бесприводным передним колесом для устойчивости;
- бортовыми инерциальными и позиционными датчиками для получения обратной связи.

Построенная в среде MuJoCo трехмерная модель БНТС с дифференциальным приводом представлена на рис. 2. Она представляет собой жесткий корпус, оснащенный шасси, задними колесами с независимыми приводами и передним бесприводным колесом. Модель выполнена в формате MJCF, который позволяет с высокой степенью детализации воспроизводить геометрические, инерциальные и другие свойства робота.

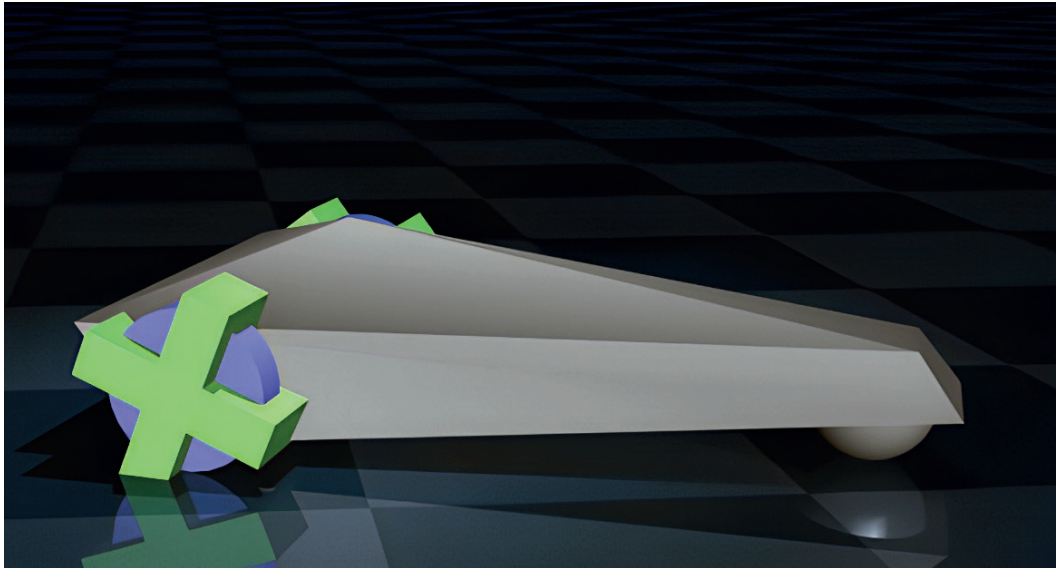


Рис. 2. XML-модель БНТС с дифференциальными приводами, построенная в среде MuJoCo

Зона для проведения испытаний представляла собой закрытую площадку размером  $10 \times 10$  м с несколькими неподвижными препятствиями, включая прямоугольные объекты, которые формируют узкие коридоры и загроможденные зоны в целях имитации условий навигации в помещении. При моделировании используется глобальная декартова система координат, в которой ось  $x$  направлена слева направо, а ось  $y$  – снизу вверх. Начало координат  $(0, 0)$  находится в нижнем левом углу площадки. Местоположение, траектории движения робота и точки назначения на рис. 4–8 привязаны к заданной глобальной системе координат. Заданный интервал моделирования составляет 0,01 с; управляющие команды обновляются с частотой 50 Гц. На рис. 3 показана заполненная препятствиями смоделированная среда, в которой оценивается эффективность трехуровневой схемы навигации.

Нужно отметить, что тестирование проводилось в различных условиях окружающей среды, в том числе с небольшим или умеренным количеством встречающихся на пути робота объектов. На рис. 3 представлена сложная обстановка с очень высокой плотностью препятствий, которые сильно ограничивают пространство для навигации. Такой сценарий был разработан, чтобы оценить предельные возможности системы *TriLayer-Nav*, особенно в части уточнения команд от МДО с помощью УПМ при прохождении узких проемов с резким изменением направления движения.

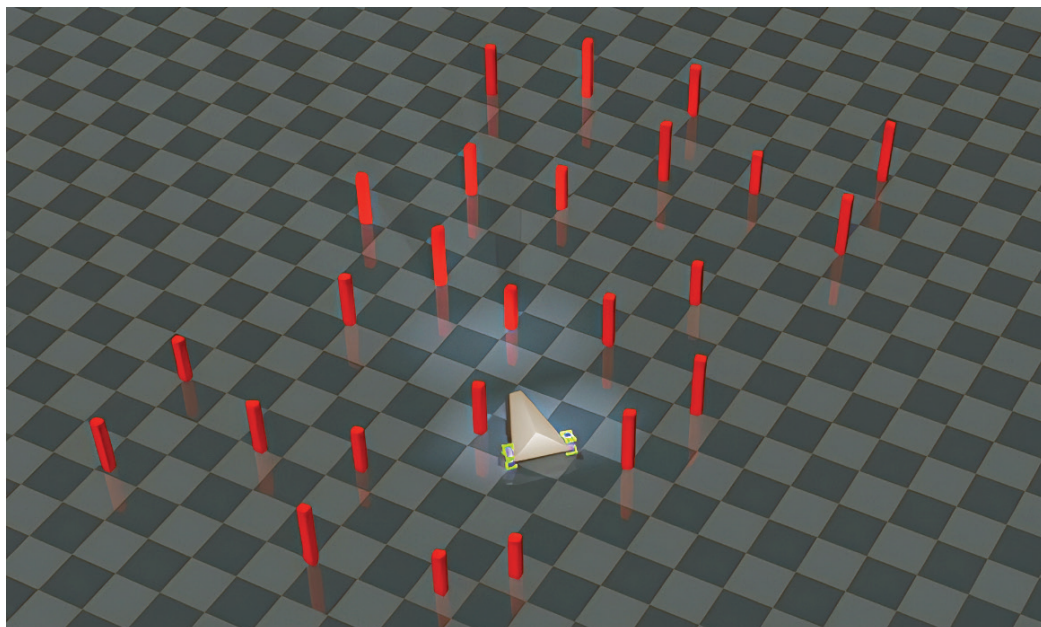


Рис. 3. Заполненная препятствиями среда, смоделированная в MuJoCo

### Постановка эксперимента

Полученные в ходе экспериментов траектории согласуются с одной и той же ориентацией в глобальной системе координат, заданной в среде моделирования. Предложенная схема тестировалась в трех конфигурациях.

1. Задействован лишь локальный реактивный планировщик МДО без оптимизации или глобальной привязки. На рис. 4 приведены конфигурации с использованием только МДО, в соответствии с которыми робот перемещался со стартовой позиции (0, 0) до целевой точки (14, 12), см. верхний левый график, отображающий траекторию в плоскости  $x$ - $y$ . Траектория выглядит плавной,

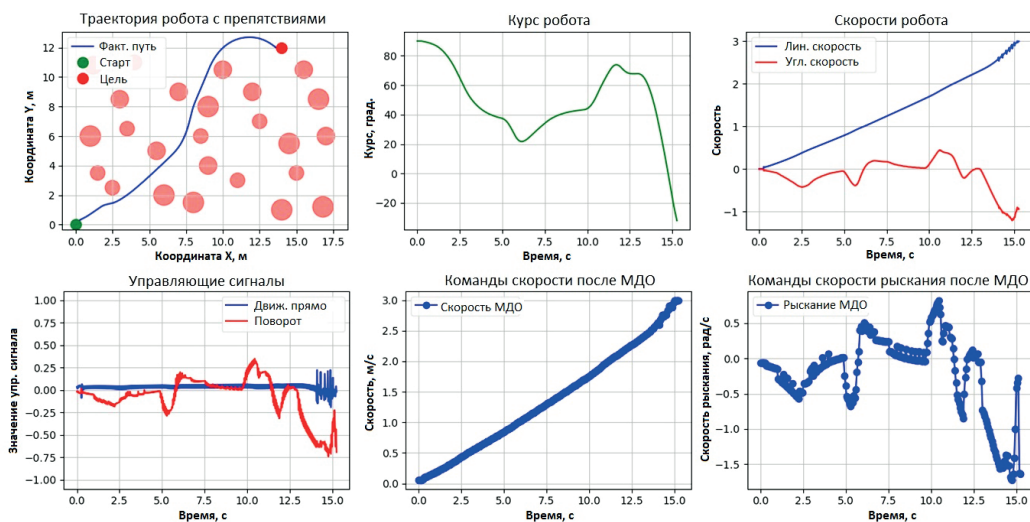


Рис. 4. Траектория робота и управляющие сигналы при использовании МДО

однако управляющий сигнал существенно варьируется. Это говорит о том, что система управления работает неровно, присутствуют высокочастотные колебания и значительные изменения линейной и угловой скорости, которые отображены на соответствующих графиках. Как следствие, робот меняет курс и выполняет лишние объездные маневры, что не видно по графику траектории, но следует из графиков управления скоростью и курсом.

2. Конфигурация алгоритм  $A^*$  + МДО обеспечивает генеральное планирование траектории в сочетании с реактивным локальным управлением [13], при котором выходные данные МДО подвергаются прогнозируемому сглаживанию. На рис. 5 приведены графики перемещения робота со стартовой позиции (0, 0) до целевой точки (10, 10) при меньшем количестве препятствий.

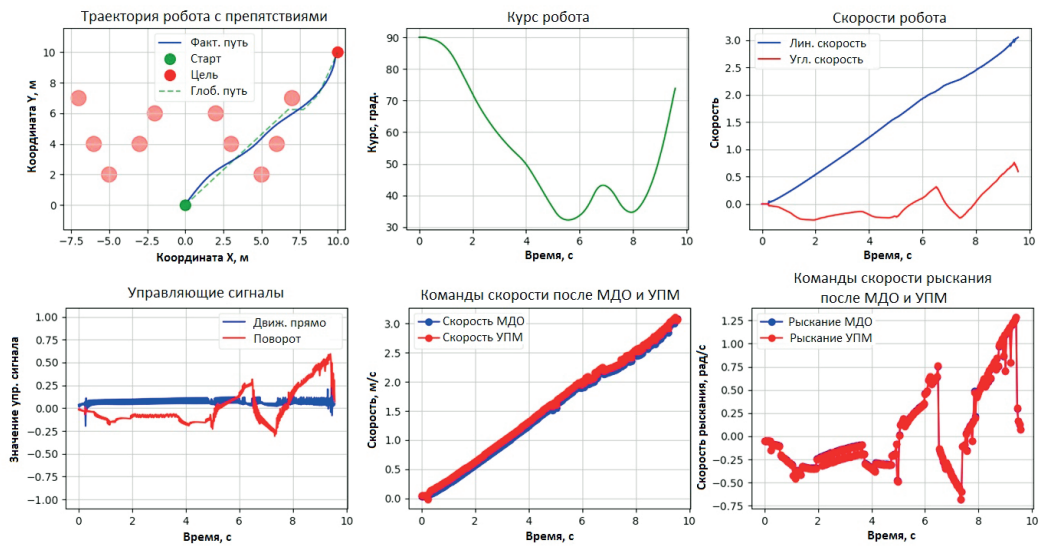


Рис. 5. Траектория движения робота и управляющие сигналы при использовании алгоритмов  $A^*$  и МДО в среде с небольшим количеством препятствий

На рис. 6 показано перемещение от точки (0, 0) до точки (12, 10) при более высокой плотности препятствий. Использование алгоритма  $A^*$  в дополнение к МДО позволяет построить более плавную траекторию, как видно из графиков на рис. 5 и 6. Таким образом, по сравнению со сценарием, где применяется только алгоритм МДО, здесь наблюдаются более плавные переходы, более эффективные траектории и оптимальный выбор курса. Тем не менее на графиках угловой скорости и курса видны резкие колебания, особенно на рис. 6, что может быть связано с большим количеством препятствий, поскольку в данном случае траектория становится менее плавной при подаче управляющих сигналов.

3. Конфигурация алгоритм  $A^*$  + МДО + УПМ (TriLayer-Nav) – полная интеграция всех трех уровней предложенной схемы – генерального планирования, локального реагирования и уточнения согласно прогнозированию. На рис. 7 показано перемещение робота от стартовой позиции (0, 0) до целевой точки (6, 10). Полная конфигурация системы TriLayer-Nav обеспечивает непрерывную кривую и минимальные боковые отклонения от генерального маршрута.

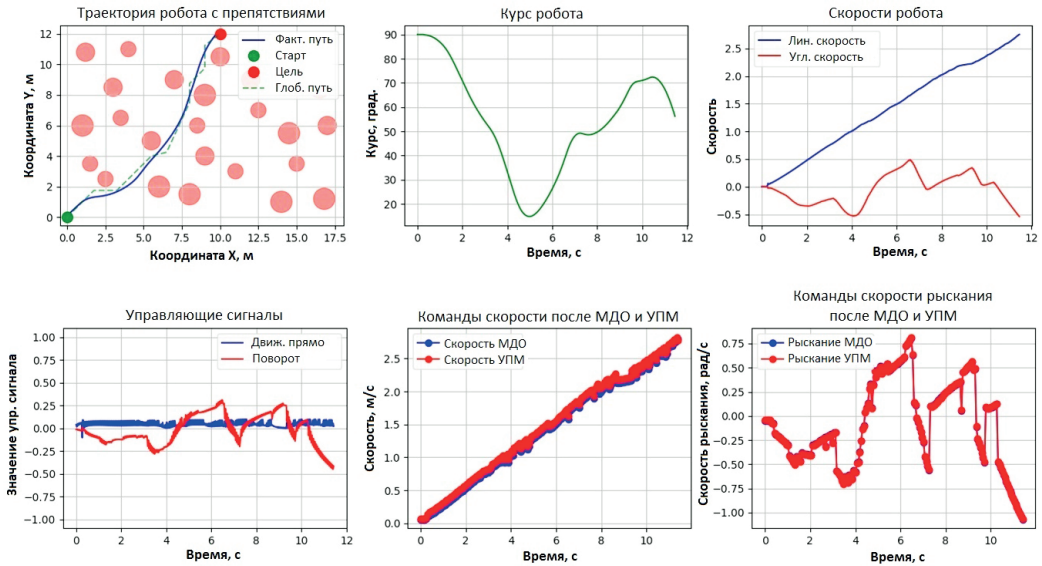


Рис. 6. Траектория движения робота и управляющие сигналы при использовании алгоритмов А\* и МДО в среде с большим количеством препятствий

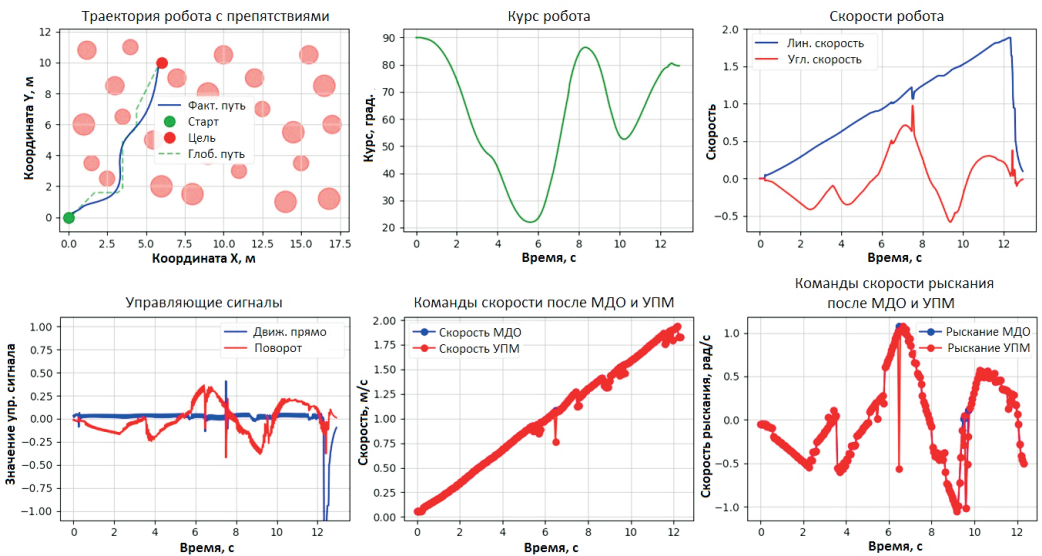


Рис. 7. Траектория движения робота и управляющие сигналы при использовании гибридного метода – сценарий 1

На рис. 8 показано перемещение робота от точки (0, 0) до точки (9, 10) по траектории с большим числом препятствий в поперечном направлении. Соответствующие управляющие сигналы демонстрируют, что линейная скорость удерживается в пределах 0–1,25 м/с и остается практически постоянной, а угловая скорость не превышает порядка  $\pm 0,4$  рад/с (см. рис. 7, 8). В результате получены плавные графики для траектории и линейной скорости, а на графике угловой скорости отмечается уменьшение колебаний. Адаптация к изменению курса происходит плавно, без резких корректировок на протяжении всего пути, что указывает на стабильное управление ориентацией во время перемещения благодаря применению УПМ.

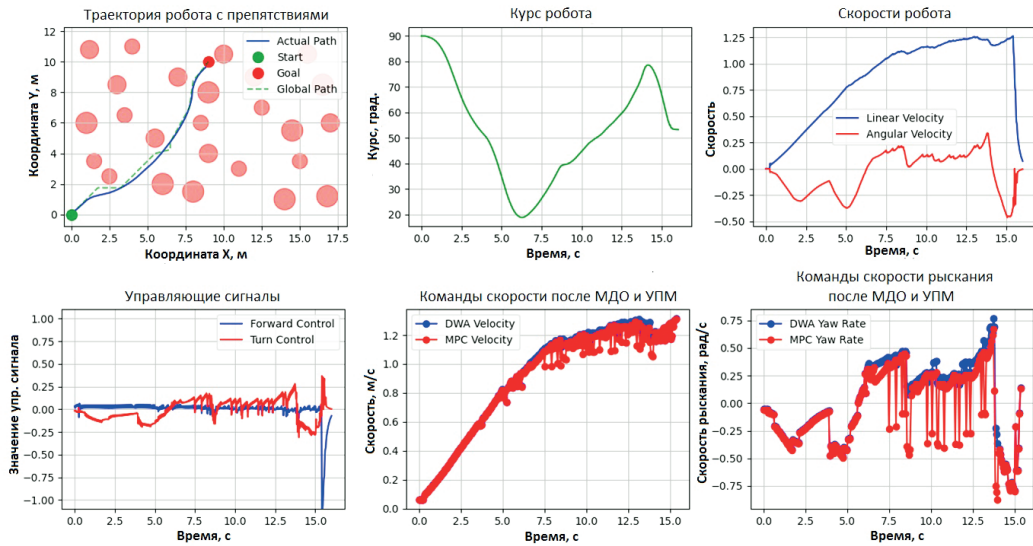


Рис. 8. Траектория движения робота и управляющие сигналы при использовании гибридного метода – сценарий 2

### Генеральное и локальное планирование траектории с использованием УПМ

С помощью алгоритма A\* был найден генеральный маршрут с обходом всех препятствий на безопасном расстоянии. Построенная опорная траектория послужила исходными данными для блока МДО, в котором выполнялась ее локальная коррекция в целях обеспечения реализуемости маршрута в динамике [14].

Когда управление осуществлялось посредством только МДО, робот достигал цели, но при этом наблюдались высокочастотные колебания, а повороты он иногда проходил по более длинным траекториям. Применение УПМ резко изменило ситуацию: колебания значительно сократились благодаря тому, что модель теперь могла прогнозировать и корректировать последующие изменения кривой. Графики скорости также указывают на сглаживание колебаний благодаря УПМ [15]. Таким образом, полная трехуровневая система TriLayer-Nav позволила роботу непрерывно и плавно двигаться по генеральному маршруту, что свидетельствует о хорошо скоординированном взаимодействии трех уровней планирования траектории.

### Сопоставительный анализ

Результаты моделирования подтверждают преимущества гибридной схемы планирования траектории (см. табл. 1):

- алгоритм МДО эффективен при необходимости быстрого обхода препятствий, но генерирует флуктуации в управляющих сигналах;
- алгоритм УПМ обеспечивает за счет прогнозирования более плавные траектории и управляющие входные данные;
- интегрированное планирование траектории, сочетающее генеральное планирование, алгоритмы МДО и УПМ, обеспечивает надежную и эффективную работу навигационной системы.

**Оценка схем планирования траектории по ключевым критериям эффективности**

Схема	Энергоэффективность	Реализуемость траектории в динамике	Плавность	Вычислительные затраты	Соответствие окружающей обстановке
A*	Очень низкая	Очень низкая	Очень низкая	Низкие	Только в статичных условиях
МДО	Низкая	Высокая	Низкая	Низкие	Реагирование в динамических условиях
A* + МДО	Умеренная	Умеренная	Умеренная	Средние	Плавное и адаптивное управление
МДО + УПМ	Умеренная	Высокая	Высокая	Выше среднего	Локальная оптимизация без генерального управления
TriLayer-Nav	Высокая	Высокая	Высокая	Выше среднего	Устойчивость к динамическим воздействиям в сложных задачах

**4. Обсуждение результатов и оценка эффективности**

Результаты экспериментов подтверждают, что координация на трех уровнях – глобальном, локальном и прогнозирующем – повышает надежность навигации в режиме реального времени:

- алгоритм A\* позволяет достичь конечной точки генерального маршрута и обойти препятствия при его прохождении;
- алгоритм МДО отвечает за быстрое реагирование на локальные изменения при прохождении трассы;
- алгоритм УПМ обеспечивает прогнозирующее управление, которое повышает плавность траектории и снижает энергопотребление исполнительного механизма.

Трехуровневая структура системы TriLayer-Nav уменьшает недостатки, присутствующие отдельным планировщикам, и повышает точность и адаптивность навигации. В итоге подтверждается практическая целесообразность внедрения прогнозирующего управления в гибридные навигационные системы для наземных роботов с дифференциальным приводом.

*Технические показатели*

Каждая конфигурация навигационной системы оценивалась при одинаковых требованиях к заданию начальной и конечной позиции маршрута, расположению препятствий и параметрам робота.

Метриками качества работы системы служили:

- 1) длина траектории (м) – общее расстояние, пройденное роботом от начальной до целевой точки, которое характеризует эффективность прохождения трассы и отклонение от заданной траектории;
- 2) плавность траектории ( $\text{рад}^2/\text{с}^3$ ) – квадратичное угловое ускорение;

- 3) энергопотребление (Дж) – суммарная потребляемая мощность двигателя на протяжении всей траектории;
- 4) затраты времени на вычисления на каждом шаге (мс) – среднее время, необходимое для решения задачи в каждом цикле управления;
- 5) показатель эффективности (%) – доля случаев достижения цели без столкновений.

Трехуровневая структура позволяет роботу достичь места назначения примерно за 10,86 с со средней скоростью 1,293 м/с при очень небольшой конечной погрешности позиционирования ( $\leq 0,2$  м) и прохождении в среднем 353 точек траектории. Таким образом, благодаря предложенному комплексному подходу появляется возможность повысить энергоэффективность, снизить колебания в сигналах управления и сгладить траектории по сравнению с базовыми методами.

Результаты сравнения качества работы навигационной системы, полученные при ее различной конфигурации, представлены в табл. 2. Каждая конфигурация проверялась для 12 сценариев, в каждом из которых было запланировано по 10 маршрутов (в общей сложности 120 маршрутов для каждой архитектуры системы). Основная цель повторных тестов – оценить реальную надежность без каких-либо предположений или статистических гипотез.

Т а б л и ц а 2

#### Сравнительные характеристики навигационных конфигураций

Конфигурация	Запусков в одном сценарии	Всего сценариев	Всего маршрутов	Не выполнено	Выполнено	Показатель эффективности, %
МДО	10	12	120	34	86	71,6
А* + МДО	10	12	120	28	92	76,6
TriLayer-Nav	10	12	120	4	116	96,6

Приведенные в таблице результаты показывают, что предложенная система TriLayer-Nav обеспечивает высокую надежность во всех сценариях и применима в режиме реального времени.

## 5. Заключение

В статье описывается трехуровневая гибридная навигационная система TriLayer-Nav для мобильных роботов с дифференциальным приводом, которая сочетает в себе три алгоритма – генерального планирования А\*, МДО и УПМ.

Система была протестирована с помощью моделирования в среде MuJoCo. Результаты показали, что система TriLayer-Nav значительно повышает качество управления движением по сравнению со стандартными методами. За счет использования УПМ колебания в сигналах управления снижаются в несколько раз, а плавность траектории повышается. При этом включение в систему планировщика А\* обеспечивает высокую эффективность решения целевой задачи и обход препятствий. Показатель эффективности для предложенной структуры равен 96,6%, тогда как для метода МДО он составляет всего 71,6%, а для алгоритма А\* в сочетании с МДО – 76,6%.

Проведенное моделирование продемонстрировало высокую эффективность трехуровневой навигационной системы при навигации робота в различных сценариях, поскольку она обеспечивает адекватное реагирование на команды и точность прогнозирующего управления.

В дальнейшем предполагается, что система TriLayer-Nav будет применяться для адаптивного решения задач навигации в динамичных условиях (в средах с подвижными препятствиями) вкуче с механизмом взвешивания затрат для выбора действий в условиях неопределенности. Предусмотрены натурные испытания с привлечением встроенного оборудования [16] в целях проверки устойчивости системы к реальным шумам датчиков и ограничениям исполнительного механизма.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Rodríguez-Molina, A., Herroz-Herrera, A., Aldape-Pérez, M., et al.**, Dynamic path planning for the differential drive mobile robot based on online metaheuristic optimization, *Mathematics*, 2022, vol. 10, no. 21, p. 3990, doi: 10.3390/math10213990.
2. **Chen, J. and Cheng, J.**, Study of robot path planning with improved A\* and DWA algorithm fusion, *Academic Journal of Science and Technology*, 2024, vol. 9, no. 2, pp. 77–82, doi: 10.54097/vkb7a649
3. **Chen, X., Yang, C., Hu, H., Gao, Y., Zhu, Q., and Shao, G.**, A hybrid DWA-MPC framework for coordinated path planning and collision avoidance in articulated steering vehicles, *Machines*, 2024, vol. 12, no. 12, p. 939. <https://doi.org/10.3390/machines12120939>.
4. **Li, K., Zhang, D., Li, X., and Su, Y.**, A study of mobile robot path planning by fusing improved A\* and DWA algorithms, *Proc. China Automation Congress (CAC). Chongqing*, 2023, pp. 2242–2247, doi: 10.1109/CAC59555.2023.10450791.
5. **Yang, H. and Teng, X.**, Mobile robot path planning based on enhanced dynamic window approach and improved A\* algorithm, *Journal of Robotics*, 2022, vol. 2, pp. 1–9, doi: 10.1155/2022/2183229.
6. **Jiang, Z., Wang, W., Sun, W., and Da, L.**, Path planning method for mobile robot based on a hybrid algorithm, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2023, vol. 109, no. 3, pp. 1–16, doi: 10.1007/s10846-023-01985-1.
7. **Todorov, E., Erez, T., and Tassa, Y.**, MuJoCo: A physics engine for model-based control, *Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vilamoura-Algarve, Portugal*, 2012, pp. 5026–5033, doi: 10.1109/IROS.2012.6386109.
8. **Wang, Z., Wang, S., Xie, Y., Xiong, T., and Wang, C.**, Autonomous navigation of mobile robots: A hierarchical planning-control framework with integrated DWA and MPC, *Sensors*, 2025, vol. 25, no. 7, p. 2014, doi: 10.3390/s25072014.
9. **Šelek, A., Seder, M., and Petrović, I.**, Smooth autonomous patrolling for a differential-drive mobile robot in dynamic environments, *Sensors*, 2023, vol. 23, no. 17, p. 7421, doi: 10.3390/s23177421
10. **Vulcano, V., Tarantos, S., Ferrari, P., and Oriolo, G.**, Safe robot navigation in a crowd combining NMPC and crowd prediction, *Proc. Conference on Decision and Control (CDC)*, 2022, pp. 3321–3328, doi: 10.1109/CDC51059.2022.9993397.
11. **Lim, J., Lee, H., and Choi, J.**, Nonlinear model predictive control with cost function scheduling for a wheeled mobile robot, *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2022, p. 5664–5670, doi: 10.1109/IROS47612.2022.9981066.
12. **Lu, Z., Feng, K., Xu, J., Chen, H., and Lou, Y.**, Robot safe planning in dynamic environments based on model predictive control using control barrier function, *Proc. 2024 China Automation Congress (CAC)*, 2024, doi: 10.1109/CAC63892.2024.10864636.
13. **Guo, R., Ren, X., and Bao, C.**, Path planning for mobile robots based on a hybrid A\* – DWA approach, *Electronics*, 2025, vol. 14, no. 16, pp. 3221, <https://doi.org/10.3390/electronics14163221>.
14. **He, Q., Wang, Z., Li, K., Zhang, Y., and Li, M.**, Research on autonomous navigation of mobile robots based on IA-DWA algorithm, *Scientific Reports*, 2025, vol. 15, p. 2099, doi: 10.1038/s41598-024-84858-3.
15. **Liu, H., Feng, Y., Dong, W., Fan, K., Wang, C., and Gao, Y.**, Hierarchical learning-enhanced MPC for safe crowd navigation with heterogeneous constraints, *arXiv*, preprint, arXiv:2506.09859, 2025.
16. **Nguyen, C.T., Duc, M.D., and Hoang, V.X.**, Development of an indoor localization and navigation system based on monocular SLAM for mobile robots, *arXiv*, preprint, arXiv:2411.05337, 2024, doi: 10.48550/arXiv.2411.05337.

17. Tang, Y., Path planning trends for autonomous mobile robot navigation, *Sensors*, 2025, vol. 25, no. 4, p. 1206, doi: 10.3390/s25041206.
18. Yang, L., Li, P., Qian, S., Quan, H., Miao, J., Liu, M., Hu, Y., and Memetimin, E., Path planning technique for mobile robots: A review, *Machines*, 2023, vol. 11, p. 980, <https://doi.org/10.3390/machines11100980>.
19. Hou, J., Jiang, W., Luo, Z., Yang, L., Hu, X., and Guo, B., Dynamic path planning for mobile robots by integrating improved Sparrow search algorithm and dynamic window approach, *Actuators*, 2024, vol. 13, p. 24, <https://doi.org/10.3390/act13010024>.

---

**Mughal, U.A.B., Ali, A., Urwa, Abramchuk, M.V.** (ITMO University, Saint Petersburg)

TriLayer-Nav: A Tri-Layer Navigation Framework Integrating A\*, Dynamic Window Approach, and Model Predictive Control for Differential-Drive Robots, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2026, vol. 34, no. 1 (132), pp. 41–57.

**Abstract.** This paper introduces TriLayer-Nav, a modular tri-layer hybrid navigational system that integrates global planning, reactive local planning, and predictive control optimization to achieve smooth, energy-efficient, and robust navigation of differential-drive ground robots. The architecture employs the A\* algorithm for the computation of a collision-free global path, the Dynamic Window Approach for reactive obstacle avoidance, and Model Predictive Control for refining the Dynamic Window Approach commands while at the same time satisfying non-holonomic and actuator constraints. The different layers function in cascade (A\* at a low frequency, Dynamic Window Approach in real-time, and Model Predictive Control continuously refining commands), with final wheel-level tracking being performed by a PID controller. TriLayer-Nav has undergone intensive simulation and validation in a physics-based environment exploiting the MuJoCo platform, allowing detailed modelling of rigid-body dynamics, frictional interactions, and actuator feedback. In the simulation protocol, a complete hierarchical allocation of commands was highlighted throughout the system and at the same time maintained real-time computation throughput. The findings show that TriLayer-Nav produces smoother paths with less curvature discontinuities, reduced control oscillations, better heading accuracy, and lower energy use, and with a success rate of 96.6%, while path efficiency is better than that of implementations that solely rely on A\* or Dynamic Window Approach. Layer interaction provides better reaction to environmental changes and sensor noise. It is also computationally viable to run the framework in real-time by using a nonlinear Model Predictive Control solver and its modular hierarchy allows it to be implemented in structured and semi-structured environments on a large scale. To sum up, the findings deliver strong evidence that combining global planning, local reactive planner and predictive optimization is a significant improvement in enhancing the reliability, stability and energy efficiency of autonomous navigation. TriLayer-Nav is a generalizable and computationally efficient navigation solution that can be applicable to a wide range of ground robotic systems used in dynamic and uncertain environments.

**Key words:** hybrid navigation, Dynamic Window Approach, Model Predictive Control, trajectory optimization, differential-drive robot, autonomous navigation.

Материал поступил 03.12.2025