

Т. Ю. ЭРКЕК, Ч. ГАДЖИЕВ

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКОВ ПРИ ГРУППОВОМ ПОЛЕТЕ С ПОМОЩЬЮ АДАПТИВНОГО ОБОБЩЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА

В последнее время, чтобы снизить стоимость миссии, упростить требования к выполнению полета и устранить ограничения, связанные с применением одного космического аппарата, часто прибегают к групповым полетам спутников. В статье рассматривается навигация группы из двух спутников, в основу которой положен псевдодальномерный метод (модель определения дальности по данным GPS). Предлагаемый подход к построению схем относительной навигации космических аппаратов базируется на методе Ньютона–Рафсона (Newton–Raphson Method – NRM, МНР) с использованием данных глобальной системы позиционирования (GPS). Оценивание относительных положений спутника-цели и следящего спутника на основе МНР производится с помощью адаптивного обобщенного фильтра Калмана (АОФК) путем масштабирования ковариации шума измерений. Относительное положение и скорость спутников рассчитываются по уравнениям Хилла–Клохесси–Уилтшира (Hill–Clohessy–Wiltshire). В рамках расширенных исследований по обобщенному фильтру Калмана задача этой работы – повысить точность оценивания относительного движения спутников с помощью адаптивного фильтра с учетом погрешностей измерений или модели динамики.

Ключевые слова: групповой полет, спутник, относительная навигация, адаптивный обобщенный фильтр Калмана, модель псевдодальности по данным GPS, метод Ньютона–Рафсона.

Введение

Под групповым полетом понимается скоординированное движение нескольких спутников в направлении общей цели. Спутники имеют ограниченную зону покрытия, для ее расширения потребуется множество одинаковых спутников, расстояние между которыми в группировке может варьироваться от 10 м до 10 км. В рамках космической миссии изменение траектории каждого аппарата в группе определяется относительно главного спутника. Идея группового полета подразумевает наличие системы управления, которая обеспечивает удержание параметров векторов состояния между связанными спутниками в требуемом диапазоне. Относительная навигация в космосе также зависит от наилучших оценок скорости и положения аппаратов относительно

Эркек Тункай Юнус. Доктор наук, Национальный университет обороны Турции, Институт аэронавтики и космических технологий им. Хезарфена (Стамбул, Турция). ORCID 0000-0003-3357-0985.

Гаджиев Чингиз. Доктор наук, профессор, Факультет аэронавтики и астронавтики, Стамбульский технический университет, (Стамбул, Турция). ORCID 0000-0003-4115-341X.

Научный редактор перевода к.т.н. Б.С. Ривкин.

друг друга [1]. Использование группировок спутников позволяет не только обеспечивать относительную навигацию, но и устранять ограничения, связанные с зоной покрытия и функциональностью на воздушных, водных и наземных объектах [2, 3]. В силу ограниченных размеров и мощности для космических объектов необходимы более эффективные датчики и системы относительной навигации. Уменьшение габаритов спутников также повлияло на ужесточение этих требований в последние годы.

Малые спутники обладают рядом преимуществ: небольшая масса, невысокая цена и простота реализации. Они используются во многих областях, в частности для связи и дистанционного зондирования, так что их популярность растет день ото дня. Ввиду структурных и орбитальных ограничений малые спутники должны соответствовать определенным требованиям для групповых полетов, а кроме того, их относительная навигация должна обеспечиваться различными методами. Традиционная навигация основана на применении электромагнитных сигналов. Задачи относительной навигации и управления ориентацией спутников обычно решаются путем интегрирования данных инерциальных навигационных систем (ИНС) и глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) [4]. Некоторые исследователи задействуют с этой целью визуальные методы [5, 6]. В литературе предлагаются различные концептуальные и практические решения для спутниковой навигации с определенными особенностями, однако всем им присущи одни и те же недостатки: высокая вычислительная нагрузка, разделение векторов линии визирования, преобразование систем координат и коэффициенты шума датчиков.

Многие традиционные методы, например инерциально-спутниковое интегрирование, требуют дополнительных связей между навигационной и управляющей частью. С точки зрения чувствительности и ширины зоны покрытия относительная навигация на основе ГНСС имеет преимущество перед альтернативными технологиями. При этом, однако, она зависит от конфигураций различных группировок спутников – GPS, ГЛОНАСС и Galileo. Групповые полеты спутников при использовании данных GPS выполняются с наименьшим уровнем погрешности и высокой точностью определения положения спутника, что необходимо для практических приложений [7].

В некоторых исследованиях в области конфигураций групп спутников рассматриваются тетраэдрические структуры, содержащие не два, а четыре спутника. Тем не менее по прошествии нескольких недель качество работы тетраэдрической группы быстро ухудшается, а ее конфигурация может полностью нарушиться [8]. Таким образом, для относительной навигации следует поддерживать постоянную связь между спутниками. Если сигнал ГНСС или связь между спутниками ухудшается, погрешности системы будут накапливаться со временем. С учетом имеющихся публикаций в настоящей работе предложен новый подход на основе фильтра Калмана, который позволяет сократить временной интервал оценивания погрешностей относительного движения спутников.

В [9] разработан новый подход к навигации, базирующийся на оперативной идентификации тяги двигателей для поддержания конфигурации группы близколетающих спутников с помощью одного ОФК. Результаты моделирования показывают, что за счет ОФК повышается точность определения относительного положения спутника-цели и следящего спутника. В [10] предлагается оригинальная методика автономного определения орбиты системы из двух спутников с привлечением лишь наблюдений относительного их положения, предполагающая задействование только локальных относительных измерений. В [11] описывается эффективная модель

управления сближением спутников на малых расстояниях, в соответствии с которой сближение осуществляется в два этапа. На первом активный спутник перемещается к коноиду линии визирования, а на втором – попадает в заданное поле внутри коноида путем ограничения скорости. Вместе с тем при определении относительных положений не учитываются внешние возмущения орбиты.

В работе [12], посвященной оценке относительного положения с использованием данных GPS, авторы предложили двухэтапный алгоритм на основе комбинации МНР и ОФК. Предполагается, что модели динамики системы и измерений должны быть хорошо известны, а отличия модели от реальных данных влияют на всю процедуру оценивания. В настоящей работе авторы оптимизировали представленный метод, адаптировав его к специфике измерений и модели.

Основной предмет нашего исследования – уникальная конфигурация схемы относительной навигации сверхмалых спутников на основе данных GPS. Чтобы рассчитать псевдодалность до спутников GPS для идентификации положения спутника-цели и следящего спутника, используется МНР [13]. Расстояние между спутником-целью и следящим спутником определяется с помощью АОФК, который построен на уравнениях Хилла–Клохесси–Уилтшира для расчета относительного положения и скорости спутников [14, 15]. Параметры относительного движения оцениваются при помощи АОФК с масштабированием ковариации шума измерений, так как неизвестно, как будет выглядеть матрица ковариации шума измерений разности положений спутников. Для ковариационных матриц погрешностей оценок и шума измерений масштабный коэффициент вычисляется с помощью предложенного АОФК. Входные данные АОФК для оценивания параметров относительной навигации не коррелированы, поскольку положения спутников найдены МНР. При определении местоположения и параметров относительного движения космических аппаратов учитываются также возмущение, вызванное второй зональной гармоникой геопотенциала J_2 , и порождающий шум. Предлагаемый метод на основе ФК разъясняется в контексте методов относительной навигации. Кроме того, проведено моделирование для двух спутников при заданных начальных условиях и описаны его результаты.

Методы относительной навигации спутников

В настоящей статье векторы состояний, описывающие относительное положение спутников в составе группы, рассчитываются по новому двухэтапному методу. Спутник-цель и следящий спутник представляют собой идентичные космические аппараты размером 3U (U – блок $10 \times 10 \times 10$ см).

На первом этапе на основе модели измерения реального расстояния (модели псевдодалности) посредством МНР с использованием данных GPS определяются параметры векторов состояний спутника-цели и следящего спутника.

На втором этапе векторы состояний в модели относительного движения спутников рассчитываются по результатам первого этапа. Оценки векторов, характеризующих положение и скорости относительного движения спутников, полученные с помощью АОФК, калибруются с учетом оценок векторов состояний, полученных с использованием МНР. Чтобы оценить относительное движение, предлагается применить АОФК с оценкой ковариации шума измерений, так как матрица ковариации шума измерений неизвестна.

Ковариации шума измерений не могут быть найдены в результате статистического анализа невязок, поэтому выполняется масштабирование ковариации для адаптации к ковариациям шума измерений.

Определение положения спутников

При учете возмущения J2 орбиты спутника-цели и следящего спутника определяются элементами кеплеровой орбиты.

Предлагается схема, позволяющая найти положение спутника-цели и следящего спутника. С помощью МНР обрабатываются данные четырех спутников GPS, а также определяются местоположения спутника-цели и следящего спутника с использованием подхода, базирующегося на кеплеровых орбитах. Таким образом, координаты спутника-цели и следящего спутника рассчитываются с помощью модели псевдодальности по данным GPS.

Орбитальные уравнения для спутника-цели и следящего спутника с учетом возмущения J2 [12, 13] имеют вид:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \ddot{i}_x \\ \ddot{i}_y \\ \ddot{i}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\mu_{\oplus}}{r^3} x - \left\{ \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu_{\oplus}}{r^2} \left(\frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 \left(1 - 5 \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right) \frac{x}{r} \right\} \\ -\frac{\mu_{\oplus}}{r^3} y - \left\{ \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu_{\oplus}}{r^2} \left(\frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 \left(1 - 5 \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right) \frac{y}{r} \right\} \\ -\frac{\mu_{\oplus}}{r^3} z - \left\{ \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu_{\oplus}}{r^2} \left(\frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 \left(1 - 5 \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right) \frac{z}{r} \right\} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^T$ – вектор, определяющий местоположение спутника; x, y, z – составляющие вектора местоположения (координаты); $\|\mathbf{r}\| = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$ – евклидова норма вектора местоположения; G – универсальная гравитационная постоянная; M_{\oplus} – масса Земли; $\mu_{\oplus} = GM_{\oplus}$ – стандартный гравитационный параметр Земли; R_{\oplus} – средний экваториальный радиус Земли, J_2 – первый компонент модели геопотенциала.

Модель орбиты движения двух тел – спутника-цели и следящего спутника, построенная с учетом нежелательного ускорения, присутствующего в модели возмущения орбиты, имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \ddot{\mathbf{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\mathbf{r} / dt \\ dV / dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{V}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ -\frac{\mu_{\oplus}}{r^3} x + (a_{j_2})_x \\ -\frac{\mu_{\oplus}}{r^3} y + (a_{j_2})_y \\ -\frac{\mu_{\oplus}}{r^3} z + (a_{j_2})_z \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где V_x, V_y, V_z – компоненты вектора скорости спутника V , a_{j_2} – вектор затухания ускорения вследствие возмущения J_2 . $U = [x(t) \ y(t) \ z(t) \ V_x(t) \ V_y(t) \ V_z(t)]^T$ и $f(U, t)$ относится к функции орбитального прогноза:

$$\dot{U} = \frac{dU}{dt} = f(U, t). \quad (3)$$

Из (2), приведя уравнение орбиты к дискретному виду, получим шесть уравнений, где Δt – временной интервал движения спутника. Для компонентов вектора состояний, задающих координаты, имеем:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + \Delta t V_{x_i} \\ y_{i+1} &= y_i + \Delta t V_{y_i} \\ z_{i+1} &= z_i + \Delta t V_{z_i} \end{aligned} \quad (4)$$

Для скоростных компонентов:

$$\begin{aligned} V_{y_{i+1}} &= V_{y_i} - \Delta t \mu_{\oplus} \frac{y_i}{r_i^3}, \\ V_{z_{i+1}} &= V_{z_i} - \Delta t \mu_{\oplus} \frac{z_i}{r_i^3}, \\ V_{x_{i+1}} &= V_{x_i} - \Delta t \mu_{\oplus} \frac{x_i}{r_i^3}. \end{aligned} \quad (5)$$

В соответствии с местоположениями спутника-цели и следящего спутника –

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}. \quad (6)$$

На первом этапе стабилизированного группового полета по данным GPS определяются векторы положения и скорости спутника-цели и следящего спутника, движущихся по заданной траектории. В модели измерений GPS учитываются только погрешность часов и шум измерений спутников GPS. Сигналы с приемников спутника-цели и спутников GPS дифференцируются на основе четырехточечной модели для дальности. В нелинейной модели задействуются четыре измерения от четырех спутников GPS:

$$\rho_i = d_i + (\delta_{\Sigma})_i, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (7)$$

$$(\delta_{\Sigma})_i = \delta_{clk} + (\delta_N)_i \quad (8)$$

$$d_i = \sqrt{((x_{GPSi} - x)^2 + (y_{GPSi} - y)^2 + (z_{GPSi} - z)^2)}. \quad (9)$$

Действительная дальность между спутником-целью (следящим спутником), с одной стороны, и i -м спутником GPS – с другой обозначена d_i . Декартовы координаты спутников GPS – $x_{GPSi}, y_{GPSi}, z_{GPSi}$ декартовы координаты спутника-цели (следящего спутника) – x, y, z . Параметр δ_{clk} представляет собой фиксированную погрешность часов в метрах. Соответственно, $(\delta_{\Sigma})_i$ и $(\delta_N)_i$ – не что иное, как полная погрешность и случайный шум в i -м измерении расстояния. Параметр ρ определяется как реальное

расстояние, d_i – как псевдодальность. Координаты спутника-цели и следящего спутника на основе модели псевдодальности GPS вычисляются по данным от четырех спутников GPS.

Определение относительного движения спутников с помощью МНР

Чтобы минимизировать функцию разности расстояний между спутником-целью и следящим спутником, определяемых по данным спутников GPS, необходимо найти новые значений соответствующих переменных. Так, требуется вычислить новые величины координат и погрешностей часов спутника-цели и следящего спутника $U^{NRM} = [x^{NRM} \ y^{NRM} \ z^{NRM} \ \delta_{clk}^{NRM}]$ по переменным $x_{GPS}, y_{GPS}, z_{GPS}, \rho_i$ [16]:

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\rho_1 (\delta_{clk})_1)^2 - (d_1)^2 \\ (\rho_2 (\delta_{clk})_2)^2 - (d_2)^2 \\ (\rho_3 (\delta_{clk})_3)^2 - (d_3)^2 \\ (\rho_4 (\delta_{clk})_4)^2 - (d_4)^2 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Чтобы определить вектор состояния на шаг вперед, в рамках обычного МНР [17] применяется выражение

$$U_{k+1}^{NRM} = \begin{bmatrix} x_{k+1}^{NRM} \\ y_{k+1}^{NRM} \\ z_{k+1}^{NRM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k^{NRM} \\ y_k^{NRM} \\ z_k^{NRM} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \sum F_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \sum F_i}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \sum F_i}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \sum F_i}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \sum F_i}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \sum F_i}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \sum F_i}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \sum F_i}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \sum F_i}{\partial z^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \sum F_i}{\partial x} \\ \frac{\partial \sum F_i}{\partial y} \\ \frac{\partial \sum F_i}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где i – номер спутника GPS. МНР позволяет грубо, но достаточно надежно предсказать движение спутника с минимальной погрешностью оценок. При этом нужно учитывать несколько моментов [16, 18]:

- необходимость выбора идеальных начальных условий для начальной итерации;
- трудности, связанные с наличием точек локальных экстремумов;
- появление сингулярностей в процессе решения уравнений.

Таким образом, вектор состояния системы примет вид:

$$U^{NRM} = [x^{NRM} \ y^{NRM} \ z^{NRM} \ \delta_{clk}^{NRM}]^T. \quad (12)$$

Положения спутника-цели и следящего спутника грубо определяются с использованием данных GPS и МНР. Далее с помощью полученной информации можно вычислить вектор относительного положения через уравнение

$$U_R^{NRM} = U_{Target}^{NRM} - U_{Tracker}^{NRM}. \quad (13)$$

Таким образом, получим:

$$U_R^{NRM} = \begin{bmatrix} x_R^{NRM} & y_R^{NRM} & z_R^{NRM} \end{bmatrix}^T. \quad (14)$$

Когда разности положений используются в качестве измерений, погрешности часов спутника-цели и следящего спутника взаимоисключают друг друга.

Описание метода относительной навигации с помощью уравнений Хилла–Клохесси–Уилтшира

Уравнения Хилла–Клохесси–Уилтшира традиционно используются для аналитического решения задачи относительного движения спутников. С помощью плоскости LVLH (local vertical – local horizontal – локальная вертикаль – локальная горизонталь) в соответствии с приведенными ниже допущениями определяются параметры относительного движения спутника-цели и следящего спутника на относительных орбитах вокруг Земли. Вращающаяся плоскость LVLH позволяет визуализировать движение относительно спутника-цели [18].

На рис. 1 ось x имеет радиальное направление, ось y перпендикулярна орбитальной плоскости и указывает направление вектора кинетического момента, а ось z сонаправлена с траекторией движения.

Тройное векторное множество e_R, e_T, e_N обозначает эталонное положение спутника-цели и его ориентацию. Поскольку направление орбиты в направлении нормали положительно, а единичный вектор e_T параллелен положительному вектору момента орбиты, единичный вектор e_R обозначает радиальное направление (положительное внешнее направление). Согласно правилу правой руки, единичный вектор e_N дополняет систему координат. В результате получается разность Δr векторов положений следящего спутника r_F и спутника-цели r_M :

$$r = r_F - r_M = \Delta r_R e_R + \Delta r_N e_N + \Delta r_T e_T = x e_R + y e_N + z e_T. \quad (15)$$

Движение спутника-цели описывается уравнением

$$\ddot{\vec{r}}_{Target} = -\frac{\mu \vec{r}_{Target}}{r_{Target}^3}. \quad (16)$$

С учетом того что следящий спутник предположительно имеет движительную систему, можно записать:

$$\ddot{\vec{r}}_{Tracker} = -\frac{\mu \vec{r}_{Tracker}}{r_{Tracker}^3} + \vec{F}, \quad (17)$$

$$\vec{r}_{Relative} = \vec{r}_{Tracker} - \vec{r}_{Target} \Rightarrow \ddot{\vec{r}}_{Relative} = \ddot{\vec{r}}_{Tracker} - \ddot{\vec{r}}_{Target}. \quad (18)$$

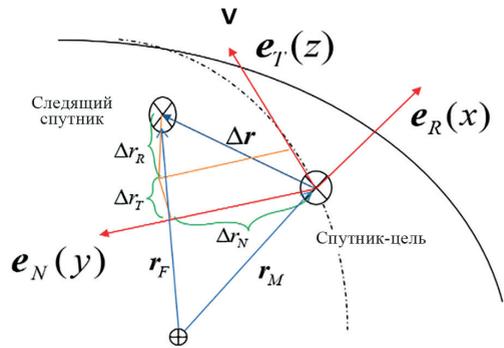


Рис. 1. Опорная плоскость спутника-цели и следящего спутника при групповом полете (плоскость Хилла)

Таким образом,

$$\ddot{\vec{r}}_{Relative} = -\frac{\mu\vec{r}_{Tracker}}{r_{Tracker}^3} + \vec{F} + \frac{\mu\vec{r}_{Target}}{r_{Target}^3}. \quad (19)$$

Уравнения относительного движения запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\omega\dot{z} - 3\omega^2x &= a_x, \\ \ddot{y} + \omega^2y &= a_y, \\ \ddot{z} + 2\omega\dot{x} &= a_z, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu}{r_M^3}}, \quad (21)$$

где r_M – относительное положение центра масс Земли и спутника-цели; ω – орбитальная угловая скорость спутника-цели; a_x, a_y, a_z – ускорения спутника при маневре по трем осям в системе координат LVLH соответственно; x, y, z – относительные координаты двух спутников по трем осям в системе координат LVLH соответственно; μ – компонент силы тяжести Земли. Как видно из формулы (24), линеаризованные уравнения записаны в форме шестимерных матриц:

$$\dot{X} = AX + BU, \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} X &= [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T, \ U = [a_x \ a_y \ a_z]^T, \ A = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ F_1 & F_2 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \\ F_1 &= \begin{bmatrix} 3\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & -\omega^2 & 0 \\ -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Допустим, что начальное время – t_0 , тогда уравнение (20) имеет общее решение для относительного движения спутников при отсутствии управления в любой момент времени t :

$$X(t) = \Phi(\Delta t)X(t_0), \quad (23)$$

где переходная матрица состояния $\Phi(\Delta t)$ разделена на четыре части:

$$\Phi(\Delta t) = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} = [\Phi_r \ \Phi_v]. \quad (24)$$

Здесь $r = [x \ y \ z]^T$ и $v = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$. Векторы положения и скорости следящего спутника в момент t определяются уравнением Хилла–Клохесси–Уилтшира:

$$\begin{aligned} r(t) &= \Phi_{rr}(\Delta t)r_0 + \Phi_{rv}(\Delta t)v_0, \\ v(t) &= \Phi_{vr}(\Delta t)r_0 + \Phi_{vv}(\Delta t)v_0. \end{aligned} \quad (25)$$

Теперь, когда известны составляющие начального положения и скорости спутника-цели и следящего спутника $x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$, можно найти составляющие будущего относительного положения и скорости $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$.

Оценка прогноза относительного движения спутников с помощью адаптивного обобщенного фильтра Калмана

Положение спутника-цели и следящего спутника на орбите оценивается с помощью метода МНР. Схема алгоритма МНР, применяемого для оптимизации и прогноза относительного положения и скорости спутника-цели и следящего спутника, показана на рис. 2.

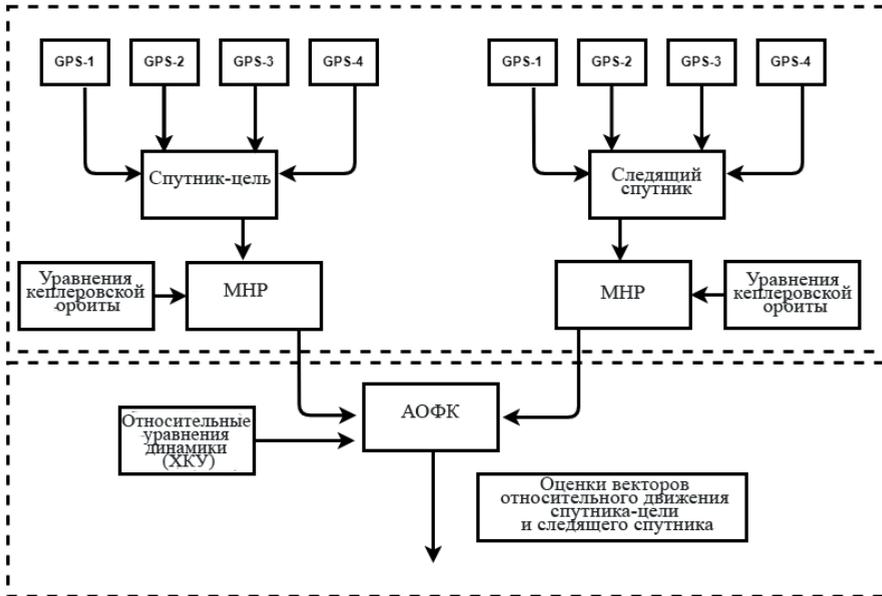


Рис. 2. Оценивание относительного положения и скорости спутников в ходе двухэтапной процедуры

Чтобы оценить расстояние между спутником-целью и следящим спутником при помощи ОФК, используется информация, полученная посредством МНР. При этом относительное положение и скорость спутников определяются по уравнениям Хилла–Клохесси–Уилтшира. Поскольку положения спутников найдены с использованием МНР и между ними нет связи, преимущество данного метода состоит в некоррелированности входных данных ОФК для расчета относительного движения. При определении положений и относительных скоростей спутника-цели и следящего спутника также учитываются возмущение J2 и порождающий шум.

Векторы состояний для относительного движения спутника-цели и следящего спутника описываются уравнением

$$U^R = [x^R \ y^R \ z^R \ V_x^R \ V_y^R \ V_z^R]^T. \quad (26)$$

Нелинейная модель системы имеет вид

$$U_k^R = \phi_{k-1} (U_{k-1}^R) + w_{k-1}, \quad (27)$$

где w – центрированный белый шум. Относительное положение предлагается рассчитывать по уравнению измерений

$$z_k = U_k^{NRM_{Relative}} = U_k^{NRM_{Target}} - U_k^{NRM_{Tracker}}. \quad (28)$$

Линейная аппроксимация для матрицы измерений (H) определяется как матрица размерности 3×6 :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Прогноз вектора состояния будет иметь вид

$$\hat{U}_k^{R(-)} = \Phi_{k-1} \left(\hat{U}_{k-1}^{R(+)} \right), \quad (30)$$

а прогноз матрицы ковариации –

$$P_k^{R(-)} = F_{U_{k-1}} P_{k-1}^{R(+)} F_{U_{k-1}}^T + G_{k-1} Q_{k-1} G_{k-1}^T, \quad (31)$$

$$F_{U_{k-1}} \approx \frac{\partial f \left(\hat{U}_{k-1}^R \right)}{\partial \hat{U}_{k-1}^R}, \quad (32)$$

где $F_{U_{k-1}}$ – якобиан, I – единичная матрица, $P_{k-1}^{R(+)}$ – матрица ковариации погрешности оценивания для вектора состояния, $P_k^{R(-)}$ – матрица ковариации погрешности прогноза, G_{k-1} – переходная матрица порождающего шума, Q_{k-1} – матрица ковариации порождающего шума.

Коэффициент усиления ОФК имеет следующий вид:

$$K_k = P_k^- H_k^T \left[H_k P_k^- H_k^T + R_k \right]^{-1}, \quad (33)$$

где R_k – матрица ковариации шума измерений.

Невязка фильтра Калмана описывается формулой

$$\Delta_k = z_k - H_k U_k^{R(-)}. \quad (34)$$

Новую оценку вектора состояния запишем как

$$\hat{U}_k^{R(+)} = \hat{U}_k^{R(-)} + K_k \Delta_k, \quad (35)$$

а новую оценку матрицы ковариации фильтра – как

$$P_k^{(+)} = \{ I - K_k H_k \} P_k^{(-)}. \quad (36)$$

Поскольку матрица ковариации шума измерений R неизвестна, далее предлагается использовать АОФК с учетом того факта, что эта матрица может быть определена с использованием статистического анализа невязки.

Метод адаптивного оценивания на основе невязки (Innovation-based Adaptive Estimation – IAE) – одна из наиболее популярных методик разработки адаптивного ФК [19, 20], которая позволяет отследить поведение последовательности невязки и убедиться, что априорные и реальные свойства шумов совпадают. Как только действительная последовательность невязки начинает отличаться от белого шума, требуется изменить ковариацию шума измерений R . Необходимо изучить последовательность невязки, чтобы увидеть, имеет ли она определенную ковариацию и ожидаемое среднее нулевое значение.

Для решения задачи следует найти такую масштабирующую матрицу, чтобы при умножении на нее получить величину R , при которой бы действительные и теоре-

тические значения ковариации невязки совпадали, что и является основной целью процесса адаптации. Сравнивая эти два значения, мы вначале увеличиваем необходимые члены матрицы R (члены, соответствующие датчикам с некорректными измерениями). Другими словами, мы не позволяем ОФК учитывать ошибочные измерения датчиков.

Чтобы настроить матрицу ковариации шума и управлять действительной и теоретической ковариациями невязки, сначала введем в алгоритм матрицу, состоящую из нескольких масштабных коэффициентов S_k [21]:

$$\frac{1}{\xi} \sum_{j=k-\xi+1}^k \Delta_j \Delta_j^T = H_k P_k^{(-)} H_k^T + S_k R_k. \quad (37)$$

Здесь ξ – размер скользящего окна. Действительная ковариация невязки представлена в левой части уравнения, а теоретическая – в правой. Переписав уравнение, получим матрицу масштабных коэффициентов:

$$S_k = \left\{ \frac{1}{\xi} \sum_{j=k-\xi+1}^k \Delta_j \Delta_j^T - H_k P_k^{(-)} H_k^T \right\} R_k^{-1}. \quad (38)$$

Соответствующий член этой матрицы значительно увеличивается, если меняется ковариация шума измерений одного из датчиков, что ведет к росту ковариации шума этого датчика в матрице R . В результате фильтр отбракует эту некорректную величину (или обработает ее с пониженным коэффициентом усиления). С другой стороны, матрица масштабных коэффициентов влияет на процесс оценивания только при изменении ковариации шума измерений, поэтому будет единичной матрицей $S_k = I_{n \times n}$, где n – размерность вектора невязок в случае нормальной работы.

Вместе с тем вычисления на компьютере приводят к погрешностям, в частности аппроксимации и округления, в силу чего матрица S_k , рассчитываемая по формуле (38), может оказаться недиагональной или иметь отрицательные диагональные элементы или меньше единицы. В теории же матрица S_k должна быть диагональной, поскольку только ее диагональные члены важны для адаптации: каждый диагональный член соответствует ковариации шума каждого измерения при умножении на R . Кроме того, члены матрицы S_k не могут быть меньше единицы, поскольку любой член матрицы R не может уменьшаться во времени в данной задаче, так как качество работы бортового датчика повысить нельзя.

Таким образом, чтобы избежать подобных ситуаций, предлагается составлять матрицу масштабных коэффициентов по следующему правилу [22]:

$$S^* = \text{diag}(s_1^*, s_2^*, \dots, s_z^*), \quad (39a)$$

$$s_i^* = \max\{1, S_{ii}\} = 1, n, \quad (39b)$$

где S_{ii} представляет i -й диагональный элемент матрицы S_k . Если ковариация шума измерения меняется, S_k^* тоже изменится, и это повлияет на коэффициент усиления ФК:

$$K_k = P_k^{(-)} H_k^T \left[H_k P_k^{(-)} H_k^T + S_k^* R_k \right]^{-1}. \quad (40)$$

В случае потенциального сбоя элементы матрицы масштабных коэффициентов, представляющие некорректные элементы вектора невязок, возрастают, а элементы в соответствующих столбцах коэффициента усиления АОФК пропорционально

уменьшаются. В результате некорректный элемент невязки оказывает меньшее воздействие на процесс обновления вектора состояния, что дает более точное оценивание, несмотря на любые погрешности измерений.

Результаты и обсуждение

Проанализируем оценку относительного движения спутников. Сначала посредством МНР определяется местоположение спутника-цели и следящего спутника. Затем полученные результаты используются в качестве исходных данных для АОФК для оценивания относительного движения спутника-цели и следящего спутника. В качестве начальных условий вводятся векторы состояний положений спутников, найденные в геоцентрической инерциальной системе координат (ECI), которые затем переводятся в декартовы координаты в системе LVLH. Они приведены в табл. 1, где также указаны параметры орбиты спутника-цели и следящего спутника. В табл. 2 даны начальные условия.

Т а б л и ц а 1

Начальные параметры орбиты спутников [12]

Модельные параметры орбиты для гипотетических спутников Эпоха орбиты с определенными орбитальными параметрами (20 марта 2019 г., 21:59:00 UTC)		
	Спутник-цель	Следящий спутник
Длина большой полуоси	6853 км	6853 км
Эксцентриситет эллипса	0,0025	0,0025
Наклонение орбиты	98°	98°
Угол перигея	320°	320°
Долгота восходящего узла	179,591°	179,591 °
Угол истинной аномалии	219,816°	219,815°

Анализ группового полета показал, что за 1000 с было выполнено 1000 наблюдений, причем данные от спутников GPS поступали в течение длительного периода с шагом 1 с. Погрешность часов составляла 25 м, а СКО погрешности измерения расстояния предполагалось равным 10 м. В настоящей работе для определения местоположения спутника-цели, следящего спутника и спутников GPS относительно друг друга на основе действительных реальных расстояний между ними используется описанный ранее метод МНР. Кроме того, для оценки относительного положения и скорости спутника-цели и следящего спутника был разработан АОФК.

Дополнительно в табл. 3 показаны начальные условные значения положений, заданные в геоцентрической инерциальной системе координат спутников GPS с помощью метода моделирования опорных данных, которые затем переведены в декартову систему координат в модели LVLH.

Т а б л и ц а 2

Начальные параметры спутника-цели и следающего спутника [12]

Юлианский день (JD) эпохи J2000 (1 января 2000 г., 12:00:00) = 2451545 Дата, использованная в исследовании (20 марта 2019 г., 21:59:00) = 2458563,43			
Спутник-цель		Следающий спутник	
Ось геоцентрической инерциальной системы координат	Значение	Ось геоцентрической инерциальной системы координат	Значение
x	6,86640804 E+06 м	x	6,866407973 E+06 м
y	-4,5946952 E+04 м	y	-4,5930272 E+04 м
z	2,18368606 E+04 м	z	2,19555390 E+04 м
\dot{x}	4,6703137 м/с	\dot{x}	4,8034246 м/с
\dot{y}	-1,059401 E+03 м/с	\dot{y}	-1,0594025 E+03 м/с
\dot{z}	-7,537605 E+03 м/с	\dot{z}	-7,5376050 E+03 м/с

Т а б л и ц а 3

Начальные параметры спутников GPS [12]

	Спутник NAV-1 (GPS)	Спутник NAV-2 (GPS)	Спутник NAV-3 (GPS)	Спутник NAV-4 (GPS)
x	2,37656 E+07 м	2,99049 E+06 м	-4,6636 E+06 м	-9,6129 E+06 м
y	1,14821 E+07 м	1,52201 E+07 м	2,58873 E+07 м	-2,1546 E+07 м
z	-1,7902 E+05 м	-2,17800 E+07 м	-2,16345 E+06 м	-1,46710 E+07 м
\dot{x}	-9,994 E+02 м/с	-3,780 E+03 м/с	-2,355 E+03 м/с	2,8919 E+03 м/с
\dot{y}	1,9545 E+03 м/с	6,9405 E+02 м/с	-1,6908 E+02 м/с	3,5296 E+02 м/с
\dot{z}	-3,217 E+03 м/с	-64,38297 м/с	3,09742 E+03 м/с	-2,425 E+03 м/с

Когда различия между положениями спутника-цели и следающего спутника, выявленные с помощью МНР (который в меньшей степени подвержен погрешностям динамической модели и измерений), становятся очевидными, для расчета АОФК снова используются уравнения относительного движения. В результате по всем трем осям на рис. 6–11 вычисленные значения относительного положения практически совпадают с реальными. Кроме того, за счет применения АОФК повышается стабильность вектора положения системы, и сдвиг векторов относительного положения происходит более плавно.

В ходе исследования мы воспользовались методом измерения на основе псевдодальностей. Для спутника-цели и следающего спутника имитировались шумы системы и измерений. Начальное значение матрицы ковариации шума измерений R берется из единичной матрицы. Переходная матрица шума системы (G) представляет собой $I_{6 \times 6}$, матрица ковариации шума системы (Q) – $0,01I_{6 \times 6}$, начальное значение матрицы ковариации погрешности оценивания вектора состояния P_0 – $100I_{6 \times 6}$.

*Анализ векторов положения спутника-цели и следящего спутника,
полученных с помощью МНР*

На рис. 3 приведены результаты предварительной оценки вектора положения спутника-цели и следящего спутника, полученные с помощью МНР, который применялся для линеаризации измерений от спутников GPS с частотой 1 Гц, на основании чего рассчитывались векторы относительного движения. Видно, что подход на основе МНР функционален, но обеспечивает меньшую точность оценивания, чем АОФК.

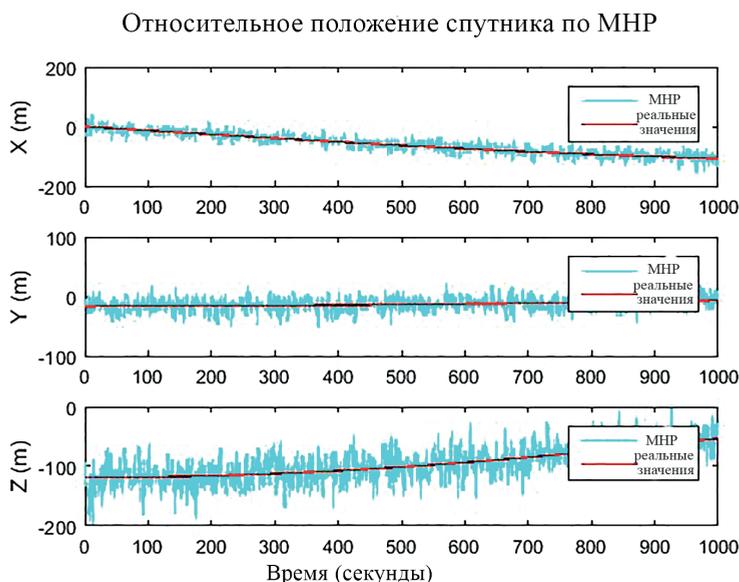


Рис. 3. Оценки относительного положения спутника-цели и следящего спутника по трем осям на основе МНР

Результаты моделирования АОФК

На рис. 4–11 приведены оценки векторов относительного движения спутника-цели и следящего спутника, полученные методом АОФК. Фильтр для уравнений относительного движения строится путем измерения разности векторов положения спутника-цели и следящего спутника, которые аппроксимируются с помощью МНР. На данном этапе измерения неидеальны, тем не менее на рис. 4–6 представлены результаты оценки относительных положений посредством АОФК по трем осям, а также погрешности оценивания и дисперсии погрешностей. Расхождения реальных значений и оценок АОФК сводятся к нулю по мере добавления измерений, что демонстрирует эффективность алгоритма АОФК. Следует также отметить, что погрешности часов спутника-цели и следящего спутника компенсируют друг друга.

Оценки относительной скорости спутника-цели и следящего спутника по трем осям были получены методом АОФК, так как оценки по МНР были неточными, см. рис. 7–9. Различия между оценками АОФК и реальными скоростями, погрешности оценивания и дисперсии погрешностей со временем стремятся к нулю. Это свидетельствует о том, что предлагаемый АОФК точно прогнозирует относительную скорость.

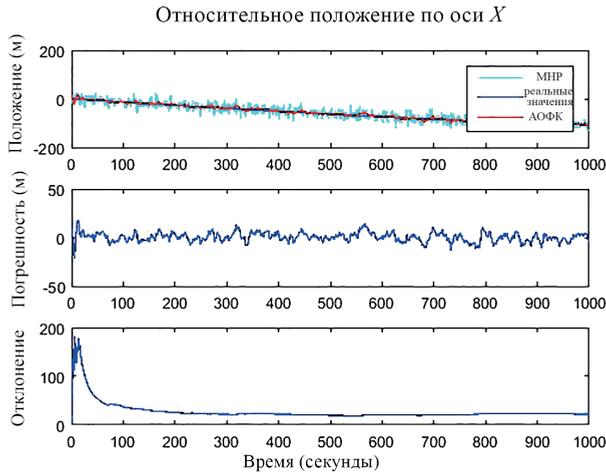


Рис. 4. Результаты моделирования по МНР и АОФК: относительное положение спутника-цели и следящего спутника по оси X

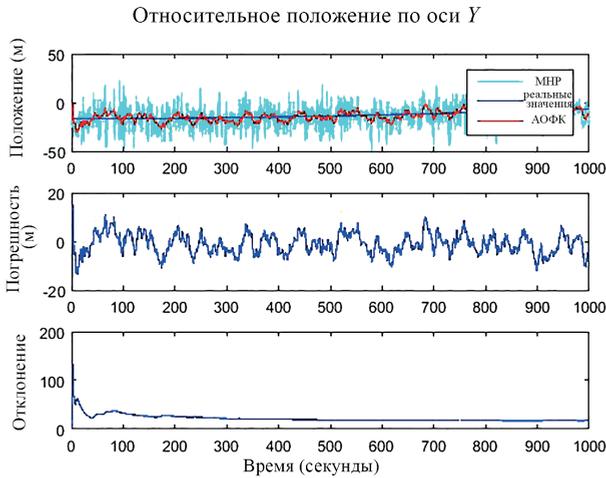


Рис. 5. Результаты моделирования по МНР и АОФК: относительное положение спутника-цели и следящего спутника по оси Y

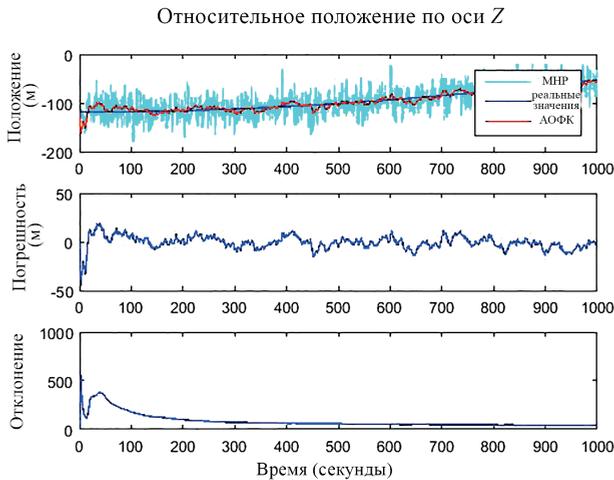


Рис. 6. Результаты моделирования по методу МНР и АОФК: относительное положение спутника-цели и следящего спутника по оси Z

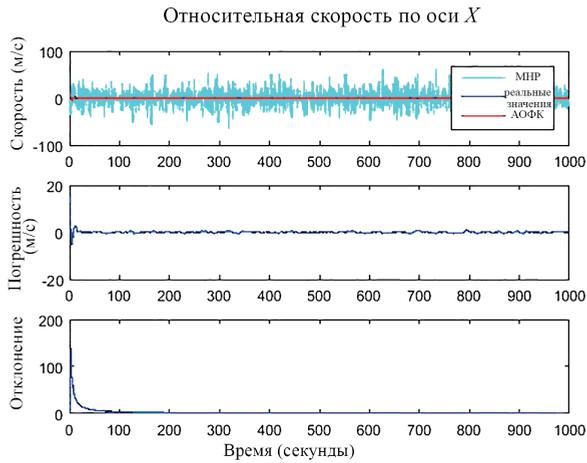


Рис. 7. Результаты моделирования по МНР и АОФК: относительная скорость спутника-цели и следящего спутника по оси X

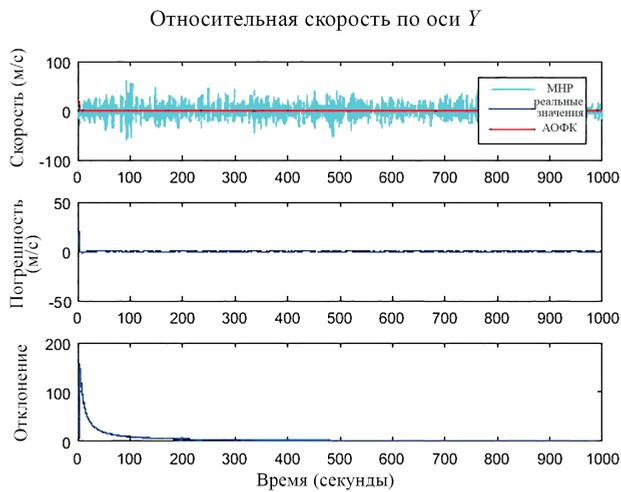


Рис. 8. Результаты моделирования по МНР и АОФК: относительная скорость спутника-цели и следящего спутника по оси Y

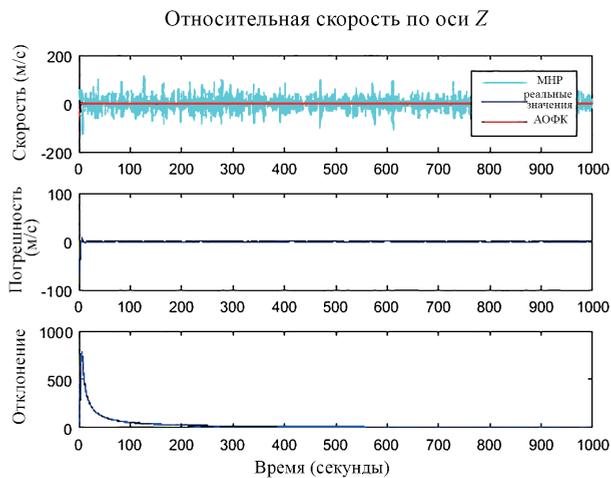


Рис. 9. Результаты моделирования по МНР и АОФК: относительная скорость спутника-цели и следящего спутника по оси Z

На рис. 10 приведены нормированные невязки АОФК. Их значения близки к нулю. Это подтверждает, что параметры относительного движения оценены корректно.

На рис. 11 представлены масштабные коэффициенты шума измерений (диагональные элементы матрицы масштабных коэффициентов S).

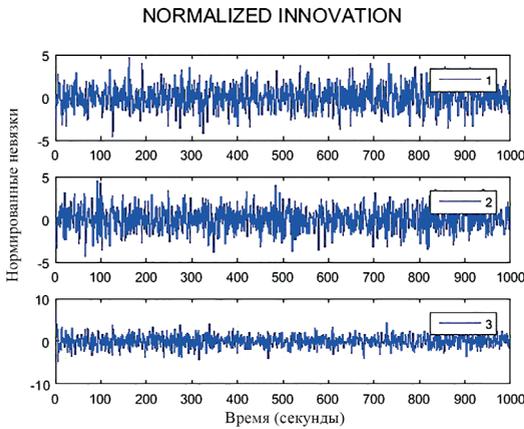


Рис. 10. Нормированные невязки АОФК

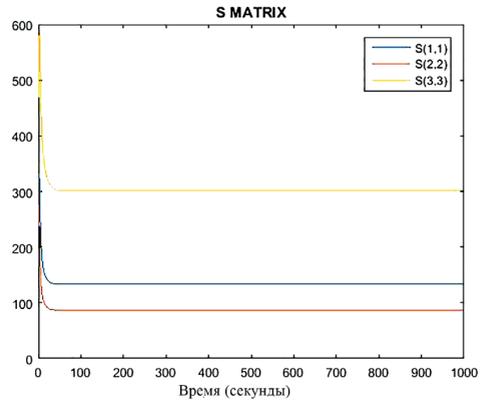


Рис. 11. Масштабные коэффициенты шума измерений

В табл. 4 приведены погрешности оценок относительного положения и скорости, полученных методом АОФК. Средние значения погрешностей были рассчитаны после пятикратных запусков алгоритма.

Таблица 4

СКО погрешностей относительных оценок АОФК

Шаги итерации	Погрешности оценок относительного положения			Погрешности оценок относительной скорости		
	x_R (м)	y_R (м)	z_R (м)	V_{x_R} (м/с)	V_{y_R} (м/с)	V_{z_R} (м/с)
1° шаги	23,013	4,572	11,277	26,902	7,888	14,717
200° шаги	4,154	3,369	6,106	0,280	0,182	0,303
400° шаги	2,170	3,562	4,908	0,225	0,089	0,283
600° шаги	2,554	3,270	4,554	0,219	0,088	0,224
800° шаги	2,483	2,848	4,120	0,218	0,085	0,217
1000° шаги	2,058	2,682	3,096	0,160	0,087	0,206

Чтобы оценить относительное положение и скорость спутника, относительные положения спутника-цели и следящего спутника грубо определяются с помощью МНР и вводятся в качестве измерений в соответствующий АОФК.

Выводы

В работе представлен новый подход к построению системы относительной спутниковой навигации на основе МНР-модели GPS-измерений. МНР используется для

грубого оценивания относительного положения спутника-цели и следящего спутника, и эти данные вводятся в качестве измерений в АОФК. Одно из преимуществ такого подхода состоит в том, что при применении разности векторов положения в качестве измерений погрешности часов спутника-цели и следящего спутника взаимноисключают друг друга. Относительное положение и скорость спутников определяются АОФК, построенным по уравнениям Хилла–Клохесси–Уилтшира.

АОФК с масштабированием ковариации шума измерений используется для оценивания относительного движения в связи с тем, что матрица ковариации шумов измерений разности положений спутника-цели и следящего спутника неизвестна. В этом случае масштабные коэффициенты и матрицы ковариации шумов измерений оцениваются с помощью АОФК. Это обеспечивает более высокую точность оценивания при относительной спутниковой навигации.

Местоположения спутника-цели и следящего спутника определяются посредством МНР и не связаны друг с другом. Таким образом, входные данные АОФК для расчета относительного движения не коррелированы. Благодаря результатам данного исследования можно обеспечить большую робастность ранее описанных в литературе фильтров Калмана к погрешностям знания модели и измерений.

Предлагаемая схема расчета применима при групповых полетах, стыковке, маневрах уклонения от столкновений и других космических операциях. В будущих топологиях спутниковых группировок предполагается использовать данные вектора состояния от датчиков для информирования системы управления об ориентации одного спутника относительно другого. Анализ, проведенный в рамках настоящего исследования, может служить основой для создания новых конфигураций спутниковых группировок.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Alonso, R., Crassidis, J.L., Junkins, J.L.**, Vision-based relative navigation for formation flying of spacecraft, *AIAA-2000-4439:2000*, 2010, <https://doi.org/10.2514/6.2000-4439>.
2. **Ma, O., Flores-Abad, A., Boge, T.**, Use of industrial robots for hardware-in-the-loop simulation of satellite rendezvous and docking, *Acta Astronautica*, 2012, vol. 81(1), pp. 335-347. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2012.08.003>.
3. **Murtazin, R.F., Budylov, S.G.**, Short rendezvous missions for advanced Russian human spacecraft, *Acta Astronautica*, 2010, vol. 67(7-8), pp. 900-909. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2010.05.012>.
4. **Erkec, T.Y., Hajiyev, C.**, Traditional methods on relative navigation of small satellites. 9th International Recent Advances in Space Technologies Conference, Istanbul, 2019, pp. 869–874. <https://doi.org/10.1109/RAST.2019.8767777>.
5. **Duffard, R., Kumar, K., Pirrotta, S., Salatti, M., Kubinyi, M., Derz, U., Armytage, R.M.G., Arloth, S., Donati, L., Duricic, A., Flahaut, J., Hempel, S., Pollinger, A., Poulsen, S.**, A multiple-rendezvous, sample-return mission to two near-Earth asteroids, *Advances in Space Research*, 2011, vol. 48(1), pp. 120–132. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2011.02.013>.
6. **Sabatini, M., Palmerini, G.B., Gaspari, P.**, A testbed for visual based navigation and control during space rendezvous operations, *Acta Astronautica*, 2015, vol. 117, pp. 184–196. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.07.026>.
7. **Chatterji, G.B., Menon, P.K., Sridhar, B.**, Vision-based position and attitude determination for aircraft night landing, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, vol. 21(1), pp. 84–92. <https://doi.org/10.2514/2.4201>.
8. **Shestakov, S., Ovchinnikov, M.Y., Mashtakov, Y.**, Analytical approach to construction of tetrahedral satellite formation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2019, vol. 42(7), pp. 1–15. <https://doi.org/10.2514/1.G003913>.

9. **Zhu, W., Zhang, D., Wang, J., Shao, X.,** A novel relative navigation method based on thrust on-line identification for tight formation keeping, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2017, vol. 89(3), pp. 406–414.
10. **Li, Y., Zhang, A.,** Observability analysis and autonomous navigation for two satellites with relative position measurements, *Acta Astronautica*, 2019, vol. 163(Part B), pp. 77–86. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.02.030>.
11. **Zhu, S., Sun, R., Wang, J., Jihe, W., Shao, X.,** Robust model predictive control for multi-step short range spacecraft rendezvous, *Advances in Space Research*, 2018, vol. 62 (1), pp. 111–126. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2018.03.037>.
12. **Erkek, T.Y., Hajiyev, C.,** Formation flight for close satellites with GPS-based state estimation method, *IEEE Sensors Journal*, 2022, vol. 22, pp. 15457–15464. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2022.3185001>.
13. **Bagci, M., Hajiyev, C.,** Measurement conversion based RKF for satellite localization via GPS. 9th International Recent Advances in Space Technologies Conference (RAST), Istanbul, 2019, pp. 861–868. <https://doi.org/10.1109/RAST.2019.8767820>.
14. **Hill, G.W.** (1878, New published 2020) Research in the Lunar Theory, *American Journal of Mathematics*, vol. 1 (1), pp. 5–26. <https://doi.org/10.2307/2369430>.
15. **Clohessy, W., Wiltshire, R.,** Terminal guidance systems for satellite rendezvous, *Journal of Aerospace Sciences*, 1960, vol. 27(9), pp. 653–658. <https://doi.org/10.2514/8.8704>.
16. **Bagci, M., Hajiyev, C.,** Integrated NRM/EKF for LEO satellite GPS based orbit determination. 3rd IEEE Int. Work. Metrol. Aerospace Metro aerosp., 2016, pp. 462–467. <https://doi.org/10.1109/MetroAeroSpace.2016.7573259>.
17. **Huang, S., Wu, Z., Misra, A.,** A practical, robust and fast method for location localization in range-based systems, *Sensors (Basel, Switzerland)*, 2017, vol. 17(12), 2869. <https://doi.org/10.3390/s17122869>.
18. **Wu, J., Xu, Y., Zhong, X., Zhichao, S., Yang, J.,** A three-dimension allocalization method for multistatic SAR based on numerical range-doppler algorithm and entropy minimization, *Remote Sensing*, 2017, vol. 9(5), 470. <https://doi.org/10.3390/rs9050470>.
19. **Lim, H.C., Bang, H., Lee, S.,** Adaptive back stepping control for satellite formation flying with mass uncertainty, *Journal of Astronomy and Space Sciences*, 2006, vol. 23(4), pp. 405–414. <https://doi.org/10.5140/JASS.2006.23.4.405>.
20. **Hajiyev, C.,** Adaptive filtration algorithm with the filter-gain correction applied to integrated INS/Radar altimeter, Proc. IMechE, Part G: J. Aerospace Engineering, 2007, vol. 221(5), pp. 847–885. <https://doi.org/10.1243/09544100JAERO173>.
21. **Hajiyev, C., Soken, H.E.,** Robust estimation of UAV dynamics in the presence of measurement faults, *Journal of Aerospace Engineering*, 2012, vol. 25(1), pp. 80–89. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)AS.1943-5525.0000095](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000095).
22. **Soken, H.E., Hajiyev, C.,** Pico satellite attitude estimation via robust unscented Kalman filter in the presence of measurement faults, *ISA Trans.*, 2010, vol. 49(3), pp. 249–256. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2010.04.001>.

Erkek, T.Y. (Turkish National Defence University, Hezarfen Aeronautics and Space Technologies Institute, Istanbul, Türkiye), **Hajiyev, Ch.** (Istanbul Technical University, Faculty of Aeronautics and Astronautics, Istanbul, Türkiye)

Estimation of the Relative States of Satellite Formation Flights Using the Adaptive Extended Kalman Filter, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2023, vol. 31, no. 2 (121), pp. 86–105.

Abstract. Using a satellite cluster design to reduce mission costs, mission request complexity, and single satellite utilization limits has grown in popularity in recent years. This paper presents two-satellite formation designs based on the pseudo-ranging model (GPS-based distance model). The Newton-Raphson Method (NRM) and the Global Positioning System (GPS) are used to create a novel approach to satellite relative navigation architecture. The Adaptive Extended Kalman filter (AEKF) with measurement noise covariance scal-

ing is used to estimate the relative locations of the target and tracker satellites using the NRM technique. The relative location and velocity of the satellites are computed using the Hill-Clohessy-Wiltshire (HCW) equations. Within the scope of the advancement of studies with EKF in the literature, the focus of this research is to improve relative estimations with the adaptive filter by accounting for measurement or dynamic model problems.

Key words: formation flight, satellite, relative navigation, Adaptive Extended Kalman Filter, GPS pseudo-ranging model, Newton-Raphson method.

Материал поступил 16.05.2023